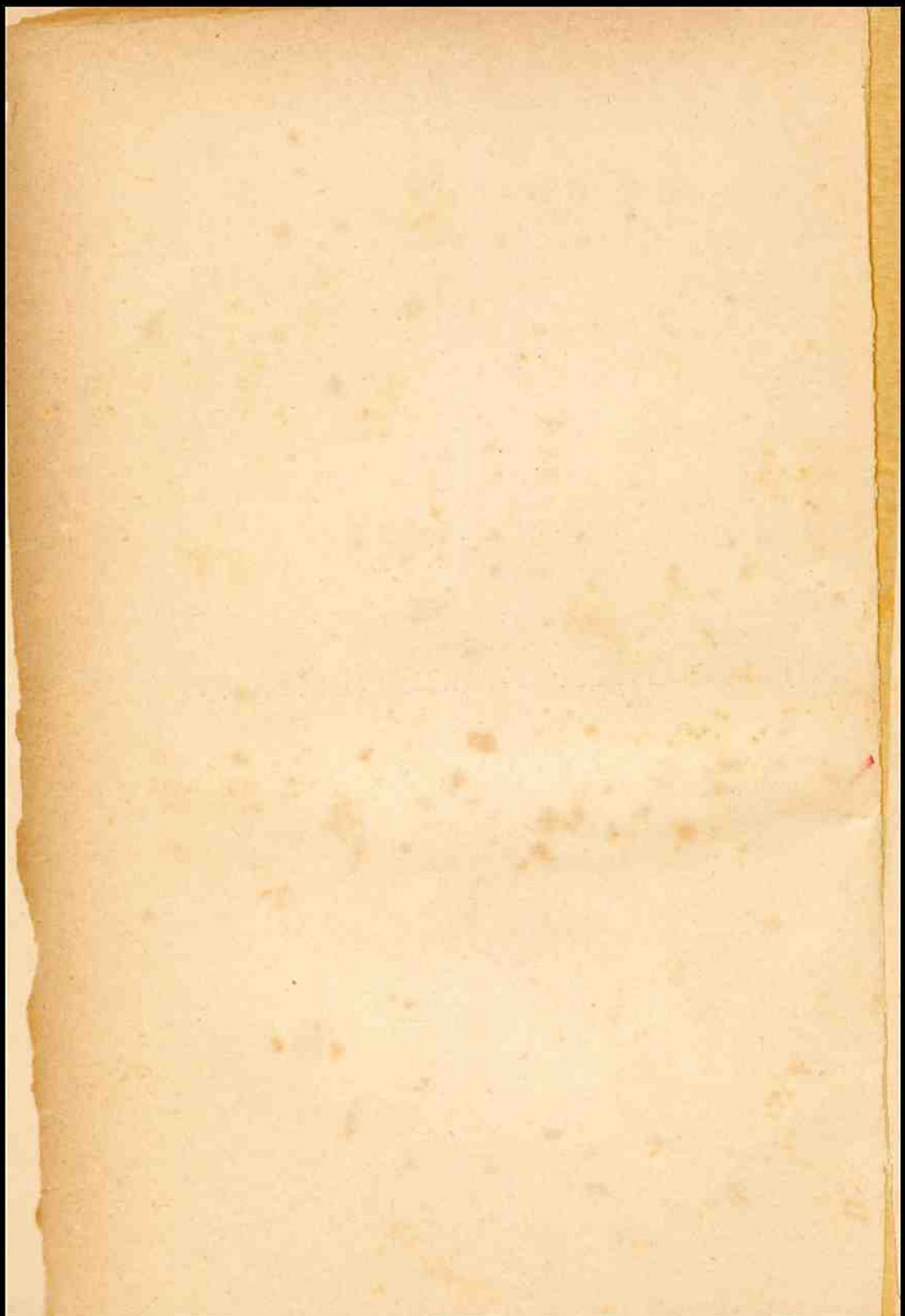


TRATTATO-TEORICO-PRATICO

DI

TOPOGRAFIA MODERNA.

1501038017



TRATTATO TEORICO-PRATICO

DI

TOPOGRAFIA

MODERNA

DELL' INGEGNERE

AGOSTINO TACCHINI

Con 192 figure intercalate nel testo
e molte tavole numeriche.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
INSTITUTO DE PLANEJAMENTO E ESTUDOS AMBIENTAIS - P. P. -
BIBLIOTECA

ULRICO HOEPLI
EDITORE-LIBRAIO DELLA REAL CASA
MILANO.

1891.

N.o CLASS. CR/622.71
TOMB. 38017

PROPRIETÀ LETTERARIA.

Milano, 1891. — Tip. Bernardoni di C. Rebeschini e C.

INDICE-SOMMARIO

PREFAZIONE . . . . . *Pag.* XVII
INTRODUZIONE ALLO INDIRIZZO DEGLI INGEGNERI . . . . . » XXV

PARTE PRIMA.

Elementi di Matematica.

CAPITOLO I.

RICHIAMO DI TALUNE REGOLE E NOZIONI ELEMENTARI DI ARITMETICA.

§ 1, 2, 3. Prova del 9 applicato alla moltiplicazione e divisione. — 4, 5, 6, Estrazione della radice quadrata. — 7 all'11, *Proporzione aritmetica,* proprietà della medesima. — 12 al 17, *Proporzione geometrica,* proprietà della medesima.

CAPITOLO II.

RICHIAMO DEI PRINCIPII ELEMENTARI DI ALGEBRA.

§ 18 al 22, *Valore e natura di una quantità,* segni e formole, *termine o monomio.* — 23 al 25, Operazioni fondamentali sui monomi, *somma algebrica, sottrazione.* — 26 al 28, *Moltiplicazione,* regola dei *segni,* dei *coefficienti,* delle *lettere,* e degli *esponenti.* — 29, *Divisione algebrica,* regola dei *segni,* dei *coefficienti,* delle *lettere* e degli *esponenti.* — 30, *Potenze.* — 31-33, *Radici,* regole relative. — 34-45, *Logaritmi.* I numeri potenze della stessa base, proprietà dei logaritmi, *base dei logaritmi,* proprietà e vantaggi della base $B = 10$, *caratteristica, mantissa,* logaritmi delle frazioni proprie, complemento aritmetico di un logaritmo positivo. *Tavole logaritmiche.*

CAPITOLO III.

PRIMI ELEMENTI DI GEOMETRIA ANALITICA.

§ 46-51, Definizioni. — 52-58, Modo con cui dai Geometri si misurano gli angoli. *Sistema antico e moderno.* Confronto dei due sistemi. Passaggio dalla vecchia alla nuova divisione, formole relative, esempi numerici. *Tabella N. 1 indicante la relazione fra i gradi centesimali e sessagesimali,* applicazione della medesima. *Tabella N. 2 indicante la relazione fra i gradi sessagesimali e centesimali,* applicazione relativa. — 59-61, Terzo metodo per esprimere le misure angolari, formole, espressione di un arco di lunghezza — al raggio in una circonferenza a divisione antica e moderna. — 62, Altro metodo per determinare il valore di un angolo. — 63-67, *Mezzi per determinare la posizione di un punto sopra un piano,*

assi e coordinate ortogonali, convenzione sul valore algebrico delle medesime, *coordinate polari.* — 68-74, *Come si determina la posizione di un punto nello spazio, coordinate ortogonali* (x, y, z), convenzioni sul valore algebrico delle medesime, *coordinate polari* (θ, φ ed r), convenzione sull'andamento crescente o positivo delle anomalie θ e φ, e sull'asse principale a cui riferire le coordinate rettilinee x, y. Problema proposto al Geometra pratico moderno.

CAPITOLO IV.

ELEMENTI DI TRIGONOMETRIA PIANA.

§ 75-103. Funzioni goniometriche *seno, coseno, tangente, cotangente,* relative al I, II, III e IV quadrante, variazioni e segni algebrici delle medesime, regola mnemonica. *Trasformazione delle cordinate polari nelle corrispondenti ortogonali. Costruzione ed uso delle tavole goniometriche. Istruzioni sull'uso delle tavole logaritmiche centesimali.*

PARTE SECONDA.

Preliminari allo studio della Moderna Topografia.

CAPITOLO I.

NOZIONI GENERALI.

§ 104-109, *Geometria, Topografia, Geodesia,* Rotondità della terra, *Planimetria, Altimetria, Verticale, filo a piombo, asse* della terra, *poli, punti cardinali, meridiano, equatore, emisferi, circoli minori,* limite del parallelismo delle verticali, *piano di proiezione.* — 110-112. Limite della estensione dei rilevamenti topografici, *piani orizzontali e verticali. Piano generale di livello o piano geodetico fondamentale. Orizzonti apparente e vero. Orizzontali apparenti e vere.*

CAPITOLO II.

SCELTA DEI PIANI D'ORIGINE DELLE MISURE.

§ 113-117, *Coordinate geografiche: longitudine, latitudine, altitudine,* come si misurano ed in che senso. *Carte geografiche. Carte particolari,* assi ortogonali: *meridiano di Roma* (*cardo maximus*), *parallelo* (*decumanus*), *verticale* passante per l'origine posto sull'equatore. *Coordinate ortogonali topografiche: latide Y, longide X, altide Z, proiezione a reticolato quadratico.* — 118, Sistema di assi coordinati ortogonali adottato in questo trattato.

CAPITOLO III.

ESPOSIZIONE DEL METODO PER RISOLVERE TEORICAMENTE IL PROBLEMA

SCOPO DELLA MODERNA TOPOGRAFIA.

§ 119-123, Coordinate polari: *azimut* θ, *distanze zenitali* φ, *raggio vettore* r, formole per la trasformazione delle coordinate polari nelle corrispondenti ortogonali riferite alla terna di assi: *meridiana, perpendicolare, verticale,* $K = r \operatorname{sen} \varphi$ (ossia distanza assoluta r ridotta all'orizzonte), $Y = K \cos \theta$ $X = K \operatorname{sen} \theta$, $Z = K \cot \varphi$. — 124-126, *Assi ausiliari,* formole generali per passare dalle coordinate ortogonali ausiliari x, y, z alle definitive o generali X, Y, Z; $X = \Sigma x$, $Y = \Sigma y$, $Z = \Sigma z$, — indole dei mezzi od istrumenti per la determinazione degli elementi r, θ e φ.

PARTE TERZA.

Indicazione dei mezzi e degli istrumenti per risolvere praticamente il problema che costituisce lo scopo della moderna topografia.

CAPITOLO I.

MEZZI ED ISTRUMENTI PER INDIVIDUARE E FISSARE PUNTI SUL TERRENO.

§ 127, *Paline, picchetti.* — 128, *Paloni, scopi,* diametro degli scopi; tipi di *pilastrini* per fissare stabilmente un punto, *scopi luminosi* per tracciamenti all'oscuro.

CAPITOLO II.

MEZZI ED ISTRUMENTI PER INDIVIDUARE DIREZIONI E PIANI.

§ 129, Propagazione della luce, *visuali, angolo visuale, grandezza apparente* di un oggetto, *accomodamento* della vista. — 130, *Distanza della visione distinta, angolo limite* della visione di un oggetto luminoso, limite di separazione od *acuità della vista.* — 131, *Direzioni* individuate con paline, poca esattezza del sistema. — 132, Leggi ottiche. — 133, *Rifrazione,* luce *policromatica* e *monocromatica, mezzi rinfrangenti.* — 134, Andamento della luce attraverso un *mezzo rinfrangente* racchiuso da facce piane. — 135, Idem da facce inclinate. — 136, *Lente,* principali forme. — 137, *Asse principale, centro ottico, asse secondario* di una lente. — 138, *Immagine reale, fochi principali, distanze focali.* — 139, *Fochi coniugati,* — 140, *Foco ed immagine virtuali.* — 141, Formazione delle immagini nelle lenti biconvesse, proporzionalità fra l'oggetto e l'immagine relativa. — 142, Vantaggi che si hanno osservando un oggetto lontano attraverso una lente biconvessa, *Ingrandimento I.* — 143, Vantaggio osservando un oggetto a distanza minore di quella della visione distinta, ingrandimento, osservazioni relative. — 144 *Lenti biconcave, fochi virtuali principali* e *coniugati, immagini virtuali.* — 145, Diffetti inerenti alle lenti. *dispersione, cromatismo* od *aberrazioni cromatiche* e di *rifrangibilità,* lente *acromatica, aberrazione di figura o di sfericità,* lente *aplanatica.* — 146, Cannocchiale *astronomico o Kepleriano, obiettivo, oculare, ingrandimento,* osservazioni sul rapporto $\frac{F}{F'}$. — 147, Forma più comune del cannocchiale, piastrina dei fili, *reticolo* o *micrometro,* movimenti di cui dev'essere dotato un cannocchiale, *paralassi dei fili.* — 148, Mezzi e procedimenti antichi per individuare una direzione. — 149, Impiego del cannocchiale allo stesso scopo, *asse di collimazione, approssimazione* delle puntate o collimazioni. — 150, Accenno al *diastimometro.* — 151, *Asse ottico, asse meccanico,* coincidenza dei tre assi, osservazioni relative. — 152, Individuazione di rette o *piani orizzontali* e *verticali.*

CAPITOLO III.

ISTRUMENTI E METODI PER MISURARE DIRETTAMENTE GLI ANGOLI.

§ 153, *Goniometro,* parti essenziali del medesimo. — 154, Norme teoriche per la misura degli angoli. *Teodolite.* — 155-156, Movimenti proprii di un go-

niometro, assi principali del medesimo. — 157, Approssimazione nella lettura degli angoli. — 158-163, *Verniero* o Nonio, principio su cui si fonda, approssimazione, limite dell'approssimazione data da un nonio, moltiplicità dei vernieri, metodi speciali per misurare gli angoli. — 164-165, Metodo della *ripetizione, errore probabile.* — 166-167, Metodo della *reiterazione, errore probabile.* — 168, — Confronto dei due metodi. 169-170-171, *Teodoliti eccentrici, errore di eccentricità*, modo di valutarlo e di eliminarlo. — 172, Considerazioni sulla formola: $\varepsilon = \frac{E(D' - D)}{D D'}$. — 173, Casi in cui non devesi applicare la correzione di eccentricità. — 174, *Meridiano magnetico, declinazione magnetica, declinatore.* — 175, Misura degli angoli riferiti ad una direzione fissa, norme teoriche per una tale misura. — 176, Considerazioni ed avvertenze su tale sistema di misurare gli angoli. — 177-178, Rilevamento di una *poligonale* in base al nuovo sistema.

CAPITOLO IV.

MEZZI PER DETERMINARE LA VERTICALITÀ E LA ORIZZONTALITÀ DI LINEE E DI PIANI.

§ 179. Linea *verticale, orizzontale*, principii su cui si fondano gl'istrumenti atti a dare la verticalità o la orizzontalità di un piano o di una linea, *livello ad acqua, archipendolo, piombino.* — 180, *Livelle a bolla d'aria, livellette sferiche*, misura della inclinazione di una retta o di un piano. — 181, *Livellette cilindriche, arco direttore, raggio di curvatura, asse, base di appoggio*, livelletta *rettificata, indici fiduciali, armatura.* — 182, *Rettificazione* di una livella, metodo delle *linee di egual pendenza.* — 183, Livellette annesse ai goniometri, modo di rendere orizzontale il cerchio azimutale. — 184, Modo di rettificare le livelle fisse ai goniometri. — 185, Livellette *amovibili* per rendere orizzontale un asse di rotazione, come foggiate, come si rettificano. — 186, Uso della livelletta cilindrica per rendere verticale l'asse principale di un goniometro eccentrico. — 187, *Sensibilità* di una livelletta a bolla d'acqua.

CAPITOLO V.

ISTRUMENTI PER MISURARE LE DISTANZE.

§ 188-189, *Misura diretta* delle distanze, *compasso agrimensorio, catena, fettuccia metrica, canne metriche*, distanze ridotte all'orizzonte. — 190, *Misura indiretta, diastimometro, cannocchiale stadia, angolo diastimometrico* ω. — 191-192, Modo più conveniente di graduare la *stadia*, diffetti inerenti alla stadia primitiva. — 193, *Cannocchiale stadia anallatico, equazione della stadia* $d = \frac{F}{m} . S + F$, interpretazione ottica della medesima, scoperta del Porro, *punto anallatico, anallatismo, anallatismo centrale*, equazione ultima della stadia: $D = S$. — 194, Errore nella valutazione delle distanze colla stadia, osservazioni. — 195, Misura delle distanze coll'asse di collimazione inclinato all'orizzonte $K = D \operatorname{sen}^2 \varphi$ e $K = D \cos^2 \alpha$. — 196, *Stadia in centimetri, micrometro relativo, letture* alla stadia e controlli, errore nelle misure, osservazioni.

CAPITOLO VI.

MEZZI PER DETERMINARE LE ALTEZZE O QUOTE ALTIMETRICHE DEI PUNTI SUL PIANO GENERALE DI LIVELLO O SU DI UN PIANO ORIZZONTALE QUALSIVOGLIA DI RIFERIMENTO.

§ 197, Richiamo alla terna dei piani di riferimento delle misure, altezze *relative* ed *assolute*. — 198, Richiamo delle formole per trasformare le coordinate polari di un punto nelle corrispondenti ortogonali, esempio numerico. — 199, Modificazioni apportate alle dette formule coll'uso della stadia per misurare le distanze. — 200, Determinazione della terza *coordinata Z*, differenza di livello fra due punti. — 201, *Lettura mediana h*. — 202, *Determinazione del valore di H. — Quote altimetriche*, esempio numerico. — 203, Diversi casi che si presentano praticamente per la determinazione di *Z*, *regola generale* per ottenere le *Z* dati *I*, *h*, *H* e *z*.

CAPITOLO VII.

DETERMINAZIONE DELLA MERIDIANA. — ORIENTAMENTO DEI RILIEVI TOPOGRAFICI.

§ 204, Rilevamento topografico *orientato*, orientamento approssimato, prospetto indicante la *direzione dell'ago magnetico* per l'epoca 1888 in diverse località, perchè gl'istrumenti tacheometrici son muniti di *declinatore*, modo di ottenere il parallelismo del diametro 0^g—200^g del cerchio azimutale indipendentemente dal declinatore magnetico. — 205, Metodi geometrici per la determinazione della *meridiana: a) mercè la stella polare; b) colle altezze corrispondenti delle stelle; c) col levare e col tramontare del sole.*

PARTE QUARTA.

Istrumenti di Topografia moderna.

CAPITOLO I.

GENERALITÀ SUGLI ISTRUMENTI PROPRII DELLA MODERNA TOPOGRAFIA.

§ 206-212, Istrumenti che abbisognano al moderno Geometra, *Tacheometri* e *Cleps*, caratteristiche proprie di questi istrumenti, *istallazione dello istrumento*, condizioni a cui devono soddisfare gli assi di un istrumento tacheometrico, diverse foggie di *Treppiedi* a sostegno dello istrumento, diverse specie di *Stadie*.

CAPITOLO II.

STADIE.

§ 213-219, *Stadia in centimetri*, *Stadie* o *mire del Porro*, *Stadia a divisione grande*, approssimazione nelle letture, *Stadia a divisione media*, limite dello sfrazionamento dell'*unità di mira*, *mirino o stadia a divisione piccola*, apprezzamento nelle letture, vantaggi inerenti a queste stadie, *rapporto diastimometrico*, *stadia coll'unità di 2 centimetri*, avvertenza generale sull'impiego della stadia.

CAPITOLO III.

TACHEOMETRI.

§ 220-222. Tacheometri italiani, *Tacheometri a verniero grande modello, base, alidada cerchi azimutale e zenitale. Declinatore magnetico. Cannocchiale. Micrometro.* Misura della *distanza* e della *mediana.* Errore probabile nella valutazione delle distanze. — 223, *Tacheometro medio modello con nonio.* — 224, *Tacheometro Soldati.* — 225, *Tacheometro inglese di Troughton e Simms. Circoli azimutali e verticali. Cannocchiale, micrometro,* determinazione della *distanza* e della *mediana.* — 226. *Tacheometro francese di Richer.* — 227, Verifiche e rettifiche dei tacheometri. — *a, Verticalità dell'asse dello istrumento.* — *b, Normalità dell'asse di collimazione all'asse di rotazione del cannocchiale.* — *c, Orizzontalità dell'asse di rotazione del cannocchiale.* — *d, Spostamento dello zero del circolo zenitale.* — *e, Esattezza del distanziometro.* — *f, Eguaglianza dei perni e dei cuscinetti di appoggio dell'albero di sostegno del cannocchiale.* — *g, Divisioni dei cerchi.* — *h, Eccentricità della graduaziane.*

CAPITOLO IV.

AVVERTENZE E NORME PRATICHE CIRCA ALLO IMPIEGO DEI TACHEOMETRI.

REGOLA DI BESSEL.

§ 228-230, *Stato dello istrumento. Collocamento del Tacheometro in stazione, Verificazione e rettificazione della reciproca normalità degli assi principali di un tacheometro.* — 231, *Regola pratica del Bessel* onde compensare gli eventuali e residuali errori istrumentali. — 232, *Diastimometro.* — 233, *Micrometro.* — 234, *Declinatore.*

CAPITOLO V.

TACHEOMETRO CLEPSCICLO.

§ 235, Tipi diversi di *Clepscicli.* — 236-238, *Clepsciclo grande modello, Cerchi azimutale e zenitale. Indici microscopici a fili fissi,* sfrazionamento dello intervallo compreso fra due tratti successivi della divisione dei centri, *errore* che si può commettere nelle letture. 239-241, *Cannocchiale stadia analatico. Micrometro. letture normale, intermedia, centrale. Oculare multiplo o argo.* — 242, Misura delle *distanze* e della *Mediana. Micrometro od oculare A, angolo micrometrico, rapporto diastimometrico,* norme sull'uso del detto oculare, esempi numerici, *errore medio probabile* sulla valutazione delle distanze per quanto dipende dalla potenza del cannocchiale, verifiche. *Micrometro od oculare B, angolo micrometrico, rapporto diastimometrico,* uso del detto micrometrico, esempio numerico, verifiche, semplificazioni, errore probabile nella determinazione delle distanze. *Micrometro od oculare C, angolo micrometrico, rapporto diastimometrico,* determinazione della *distanza* e della *mediana, errore medio probabile* nelle distanze. — 243, Considerazioni ed avvertenze circa il *diastimometro* del Cleps. — 244, *Livelle sferica e cilindrica a bolla d'aria.* — 245, *Clepsciclo medio modello.* — *a, Cannocchiale.* — *b, Circoli azimutale e verticale.* — *c, Indici microscopici.* — *d, Livelletta sferica.* — 246, *Clepsciclo piccolo modello.*

CAPITOLO VI.

VERIFICHE E RETTIFICHE DEL CLEPS. NORME PRATICHE, AVVERTENZE ED OSSERVAZIONI INTORNO ALL'USO DEL MEDESIMO.

§ 247. Verifiche e rettifiche del Cleps. — 248, *Verticalità dell'asse di rotazione dell'alidada.* — 249, *Orizzontalità dell'asse di rotazione del cannocchiale.* — 250, *Perpendicolarità dell'asse di collimazione del cannocchiale al suo asse di rotazione.* — 251, *Errore di posizione dello zero del circolo verticale.* — 252, *Errore di posizione della lente anallatica.* — 253, *Micrometro.* — 254-255, *Misurazione degli angoli, tracciamento di un allineamento coi teodoliti eccentrici.* — 256, Trasporto di un istrumento tacheometrico.

PARTE QUINTA.

Operazioni di campagna.

CAPITOLO I.

GENERALITÀ SULLE OPERAZIONI DI CAMPAGNA.

§ 257, Rilevamenti topografici di limitata estensione appoggiati a semplici *orientamenti.* Operazioni topografiche coordinate a *punti trigonometrici* preesistenti, Rilevamenti molto estesi appoggiati ad apposita *triangolazione topografica. Orientamento assoluto* di un rilievo, *Base topografica.*

CAPITOLO II.

OPERAZIONI DI RILIEVO, NORME PRATICHE RELATIVE.

§ 258-259, *Ricognizione del terreno.* — 260, *Squadre di operatori.* — 261, *Poligonali, punti di stazione e di rilievo o di dettaglio. Registro dei riferimenti dei picchetti di base, distanza* fra i picchetti di base, *numerazione* dei punti, *punti intermedii.* — 262, Metodi di rilievo. — 263, *Procedimento radiometrico.* — 264, *Procedimento radiotomico.* — 265 (263bis), Rilievo dei minuti particolari. — 266 (264bis), *Eidotipo,* rilievo di oggetti in parte e totalmente occultati, esempi. — 267 (265) *Riferimenti.* — 268 (266) *Tabelle eidipsometriche,* istruzioni relative. — 269, *Osservatore.* — 270, *Assistente.* — 271, Ordine e metodo da seguirsi nelle osservazioni dei picchetti di base. — 272, Norme da seguirsi nelle osservazioni dei punti di dettaglio. — 273, *Porta stadia, ed inserviente.* — 274, *Segnali.* — 275, *Verifica dell'enumerazione.*

CAPITOLO III.

COLLEGAMENTO DELLE STAZIONI E LORO COMPROVAZIONE.

§ 276, Rilevamenti in cui sono necessarie due stazioni, metodi diversi di *collegamento.* — 277, *Collegamento Porro,* — 278, Distanza orizzontale fra le due stazioni. — 279, Correzione d'orientamento, *azimut del diametro* 0^{g}-200^{g} *del circolo orizzontale.* — 280, Verifica della distanza. — 281, Differenza di livello. — 282. Coordinate ortogonali planimetriche. — 283, Vantaggi e difetti di un tal metodo. — 284, *Collegamento a punto indietro,* distanza orizzontale, differenza di livello.

fra le due stazioni. — 285, Parallelismo del diametro 0^g-200^c nelle due stazioni, correzione d'orientamento, esempio numerico — 286, *Collegamento a punto indietro ed a punto intermedio*, esempio numerico, *orientamento*. — 287, Distanza orizzontale fra le due stazioni. — 288, 289, Differenza di livello delle due stazioni, considerazioni sui risultati dell'esempio addotto. — 290, Regola pratica per verificare la differenza di livello delle due stazioni. — 291, Vantaggi del metodo suindicato. — 292, *Tolleranze*, 1.° nell'angolo azimutale, 2.° nelle distanze orizzontali, 3.° nelle quote altimetriche.

CAPITOLO IV.

POLIGONAZIONI, AZIMUT AUSILIARI,

DISTANZE ORTOGONALI FRA LE STAZIONI. COMPENSAZIONI.

§ 293, *Poligonali*, loro scopo, diverse specie di poligonazioni, *Poligonazioni in catena, azimut ausiliari od orientamenti*, esempio numerico, *incertezze residuali, compensazioni angolari*. — 294, *Distanze ortogonali, compensazioni relative*. — 295, *Poligonazioni in anello* o chiuse. — 296. *Poligonazioni centrali*.

CAPITOLO V.

NORME PRATICHE PER LA DETERMINAZIONE DEGLI ORIENTAMENTI.

§ 297, *Orientamenti, Caminamenti, Poligoni chiusi , comprovazione* e *compensazione* dei medesimi, principii su cui si fondano la comprovazione e la compensazione dei poligoni, riassunto delle norme pratiche per la determinazione degli orientamenti, vantaggi degli azimut ausiliari.

CAPITOLO VI.

TRIANGOLAZIONE TOPOGRAFICA.

§ 298, Generalità, *triangolazione topografica, reti trigonometriche, punti trigonometrici, base*. — 299, Scelta, stabilimento e conservazione dei punti trigonometrici, diverse categorie di *segnali* per i punti trigonometrici di 1.°, 2.° e 3.° *ordine*, determinazione dei punti anzidetti, *piano grafico* dimostrativo della ricognizione dei punti. — 300, Forma più conveniente da assegnarsi ai triangoli, limiti di ampiezza degli angoli dei triangoli. — 301, Limite della lunghezza dei lati, risoluzione dei triangoli; *base;* progetto definitivo della *rete trigonometrica*. — 302, Misura degli angoli, *approssimazione del goniometro;* metodo di misurazione; *tolleranze nella misura dei tre angoli di un triangolo: avvertenze;* libretti per la trascrizione delle osservazioni angolari e per il riepilogo delle direzioni azimutali; *calcolazione dei triangoli*, esempio numerico, riepilogo del procedimento; *tolleranze sulla lunghezza dei lati*. — 303, *Riduzione degli angoli al centro di stazione* o *riduzione dell'angolo al punto trigonometrico;* casi particolari; avvertenze; esempio numerico (Tabelle 4, 5); tipo di registro per la calcolazione dei triangoli sieno le stazioni ai vertici eseguite in *centro* o in *ex-centro*. — 304, *Metodo di Pothenot* per la determinazione di un punto mercè altri tre di nota posizione; casi diversi che può presentare il problema; esempio numerico; problema di Pothenot con quattro punti di riferimento e stazione *ex-centro* dal punto trigonometro a determinarsi; casi principali di un tale problema. — 305, *Calcolo delle coordinate ortogonali dei vertici di una rete topografica, piano grafico redatto in base alle coordinate rettangolari*.

CAPITOLO VII.

RILEVAMENTI COORDINATI A PUNTI TRIGONOMETRICI OD APPOGGIATI AD APPOSITA TRIANGOLAZIONE ESEGUITA IN BASE AL METODO ED ISTRUMENTI PROPRI DELLA MODERNA TOPOGRAFIA. — OPERAZIONI ALTIMETRICHE.

§ 306-307, Determinazione planimetrica di un *punto* riferito ad altri tre di nota posizione, *problema di Pothenot,* determinazione di una *base;* osservazioni. — 308, *Rete topografica,* processo generale per la determinazione e calcolo della medesima, *metodo Villani, poligonazioni, camminamenti, comprovazioni e compensazioni, riduzione degli angoli al punto trigonometrico,* esempio numerico, considerazioni sul caso di un rilevamento eccedente i limiti sin' ora considerati. — 309-312, *Livellazione topografica, superficie di paragone, idrometri, mareografi, formule per il calcolo delle ordinate verticali Z o quote assolute dei punti trigonometrici, sfericità della terra, rifrazione atmosferica, distanza verticale fra il centro dello istrumento ed il punto trigonometrico,* osservazioni sulle formole anzidette, esempi numerici, procedimento pratico per la determinazione delle altidi *Z.*

CAPITOLO VIII.

AZIMUT VERO DEL LATO DI UNA POLIGONALE.

§ 313, Coordinate celesti: *ascensione retta* e *declinazione.* — 314, Formola per la risoluzione di un triangolo sferico obliquangolo, *azimut vero topografico del sole,* come da questo si deduca l'*azimut vero* od *assoluto di un lato di una poligonale,* avvertenze su queste speciali osservazioni, *diametro del sole, distanza zenitale, correzione* della medesima dovuta alla rifrazione atmosferica, *Tabelle* N. 9 e N. 10 *che danno i valori delle correzioni,* uso delle medesime, esempi numerici, considerazioni sull'errore causato dalla rifrazione. — 315, Applicazione numerica della formola anzidetta. — 316, Riassunto del processo per la *determinazione dell'azimut vero topografico di un lato di una poligonale. Osservazioni a stelle di nota declinazione anzichè al sole per la detta determinazione,* considerazioni ed avvertenze relative. Registro per le osservazioni, (Tabella N. 12).

CAPITOLO IX.

MISURAZIONE DI UNA BASE TOPOGRAFICA.

§ 317, Importanza della *base* in una rete trigonometrica, unità di misura: *metro,* esposizione sommaria delle operazioni eseguite per la determinazione del metro. — 318-319, Determinazione della *longitudine* e *latitudine* di un dato luogo, — 320, *Triangolazione geodetica,* lunghezza dell'arco di un grado a diverse latitudini, *forma della terra, elementi che determinano un'elissi,* operazioni geodetiche principali eseguite per la determinazione del *metro,* rapporto fra il metro ed il meridiano terrestre, *prototipo del metro,* sistema metrico decimale, *nuovo valore del metro* dedotto dal meridiano calcolato cogli elementi del Bessel, valori relativi alle dimensioni e forma del nostro Geoide. — 321, *Tolleranze* nella misura di una base topografica, *scelta ed individuazione di una base.* Apparecchi speciali per la misurazione di una base topografica. — 322, *Regoli di legno su treppiedi,* norme da seguirsi nell'uso di questo apparecchio. — 323. *Riduzione di una base all'orizzonte.* — 324, *Riduzione di una base alla superficie di livello a cui vengono riferiti i ver-*

tici della triangolazione. — 325. *Funi tese* individuanti materialmente la linea a misurarsi, apparecchi, e norme per la misura, vantaggio che offre questo secondo sistema di misurazione di una base. — 326. Formole per la determinazione dell'*errore medio di una semplice misura isolata,* dell'*errore medio della media aritmetica* di molteplici misure di una base, o degli *errori medi relativi.* Esempio numerico.

PARTE SESTA.

Operazioni di Tavolo.

CAPITOLO I.

OPERAZIONI DI CALCOLAZIONE.

§ 327, In che consistano le operazioni di calcolo. — 328, Determinazione degli elementi *D*, *h* ed *H*, riduzione delle distanze all'orizzonte. — 329, Verificazione dei *camminamenti* mercè gli *azimut ausiliari* od *orientamenti* esempio numerico, *azimut del diametro* 0ᵍ-200ᵍ *del circolo orizzontale,* calcolo delle *coordinate ortogonali planimetriche parziali, comprovazione* delle distanze ortogonali, coordinate ortogonali planimetriche generali, regola pratica per la determinazione dellequote altimetriche parziali. — 330-331, Determinazione della posizione di un punto rilevato col *metodo d'intersezione* o *radiotomicamente,* coordinate ortogonali planimetriche, verifiche, coordinata verticale.

CAPITOLO II.

METODI DIVERSI DI CALCOLAZIONE.

§ 332, Formole che occorrono più di frequente di calcolare, metodi diversi di calcolazione delle medesime: *scale grafiche, tavole grafiche, tavole numeriche, regoli e circoli logaritmi.* — 333, *Scale logaritmiche centesimali del Porro.* 1.ª *Scala delle parti eguali.* — 2.ª *Scala dei numeri, numerazione inferiore,* tabella N. 13 indicante il valore delle suddivisioni dei gruppi distinti in cui è divisa la *scala* 2.ª, uso delle scale anzidette 1.ª e 2.ª, osservazioni circa all'uso della *scala* 2.ª esempi numerici, moltiplicazione e divisione di due numeri, riassunto delle avvertenze da seguirsi, nell'uso della detta *scala* 2.ª, esercizii sulla medesima. — 334, 3.ª *Scala delle X e delle Y* o *scala dei seni e dei coseni,* avvertenze generali, *logaritmi dei seni* (*numerazione doppia superiore*), gruppi in cui si divide, tabelle N. 14 e 15 che danno le letture che direttamente si possono eseguire in ciascun gruppo. — 335, *Logaritmi dei coseni* (*numerazione inferiore*). Tabelle N. 16 e 17 che danno il limite dei gruppi in cui è divisa questa scala ed il valore delle suddivisioni. — 336. Numerazione doppia *superiore* della *scala* 2.ª (dei numeri) necessario complemento della *scala dei seni.* Tabelle N. 18 e 19 che danno il limite di ciascun gruppo ed il valore delle suddivisioni della *scala* 2.ª, (numerazione *superiore*), come colla scala 3.ª si possa determinare il *logaritmo del seno e del coseno di un angolo qualsivoglia.* — 337, — *Scala* 4.ª *dei logaritmi delle tangenti e cotangenti o delle Z.* Tabella N. 20 e 21 indicanti i gruppi in cui viene divisa la scala 4.ª, ed il valore delle suddivisioni. — 338. *Scala* 5.ª *dei logaritmi dei seni quadrati.* Esercizii sull'uso delle scale logaritmiche centesimali del Porro. — 339, Esercizii sul-

l'uso delle scale logaritmiche centesimali del Porro. — 346, *Circoli logaritmici.* — 341, *Regoli logaritmici.* — 342, *Tavole grafiche.* — 343, *Tavole numeriche.* — 344, Tabella N. 24 pel calcolo della formola $K = D \overline{\text{sen}}^2 \varphi$. — 345, Tabella N. 25 pel calcolo della formola $H = D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$; esercizii sull'uso delle suddette tabelle. — 346, Tacheometri a divisione sessagesimale; tabella N. 27 pella calcolazione delle due formole $K = D \overline{\cos}^2 \alpha$, $H = D \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$.

CAPITOLO III.

MISURE DELLE AREE.

§ 347. Metodi proprii della vecchia topografia pel calcolo dell'area di un dato rilevamento. — 348, Formule che danno l'area di un triangolo. — 349, Formole per la valutazione dell'area di un quadrilatero. — 350, *Aree espresse in funzione delle coordinate polari.* — 351, *Aree espresse in funzione delle coordinate ortogonali.* — 352. *Aree valutate con mezzi meccanici, planimetro polare.* — 353, Uso del planimetro polare. — 354, Diversi modi di usare il detto planimetro. — 355. Norme pratiche relative allo impiego del planimetro polare Amsler. — 356. Approssimazione del planimetro polare suddetto. — 357. Riassunto delle avvertenze e norme pratiche circa l'uso del planimetro polare.

CAPITOLO IV.

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEI DISEGNI.

§ 358, *Scala di proporzione, lunghezza reale o naturale, lunghezza grafica.* — 359, *Scale di proporzione espresse con una frazione avente l'unità per numeratore.* — 360, *Scale* diverse a seconda della natura e scopo del rilevamento. — 361, *Scale di proporzione espresse con una frazione il cui numeratore non è l'unità.* — 362, *Scale di proporzione espresse sotto forma concreta.* — 363, *Scale grafiche,* come da una *scala grafica* se ne possa dedurre la corrispondente *numerica.* — 364, *Approssimazione delle scale di proporzione.* — 365, *Scale ticoniche. Compasso di proporzione.* — 366, *Rapportatore grafico.* — 367, *Rapportatore grafico con nonio,* uso di questo ultimo rapportatore. — 368, *Piani grafici, piani quotati, piani a curve orizzontali equidistanti.* — 369, Norme da seguirsi nel disegno di un piano grafico, — *a, Rappresentazione delle poligonali a coordinate ortogonali.* — *b, Rappresentazione grafica dei punti di dettaglio sia col mezzo delle coordinate polari che di quelle ortogonali.* — *c, Completamento del disegno.* Tabella N. 25 contenente le x, y di tutti i punti di dettaglio rilevati dalla stazione 66 sul picchetto 131. — 370, Processo per trasformare un piano quotato in un altro a curve orizzontali equidistanti.

---

§ 371, Conclusione. — 372, Riassunto delle annotazioni algebriche usate nel presente Trattato.

PREFAZIONE.

Il metodo di rilevamento topografico noto sotto il nome di *celerimetrico*, e come ognun sa fondato dal nostro Porro, è stato sino a pochi anni or sono insegnato nelle scuole in via tutt'affatto sommaria considerandosi dai docenti come una branchia della Topografia, e dai pratici come un sistema di rilevamento buono tutto al più in taluni casi specialissimi in cui i metodi antichi riuscivano se non impossibili almeno sommamente lunghi e laboriosi.

L'enorme differenza che passa fra l'antica *groma* romana ed il moderno *Cleps-ciclo* segna in modo incontrastabile il corrispondente progresso fatto nel metodo relativo ai rilevamenti topografici di cui l'istrumento è tanta parte essenziale, e la scienza che con denominazione più generica di *Tacheometria* ne espone le leggi e le norme non può più oramai considerarsi come un ramo, un'appendice dell'antica Topografia, ma da intrusa quasi come si ritenne si è fatta oramai padrona del campo, prendendo quella supremazia che giustamente le compete.

Lungi da noi di voler dare l'ostracismo a tutto quanto vi ha di buono e veramente pregevole nell'antica topografia, chè anzi facendone tesoro lo si farà entrare per così dire nell'orbita della nuova rigettando solo tutto quanto v'ha in essa di meramente intuitivo, di non pratico, e di superfluo. Ad una tale dichiarazione teniamo subito ad aggiungerne altra non meno importante, e cioè che abbiamo di proposito evitato la denominazione di

Celerimensura adottata dallo inventore della nuova scienza topografica giacchè non rispondente all'essenza vera e principale del nuovo metodo (che quello si è di dare i risultati tutti sotto forma od espressione numerica) e ci siamo attenuti invece a quella di *Moderna Topografia*, stantechè, come lo si vedrà in appresso, i perfezionamenti arrecati agli istrumenti ed ai metodi di rilevamento, frutto dell' intelligenza e della lunga pratica di pochi ma valenti geometri, fanno ora della *Tacheometria*, fondata dal Porro, una vera e nuova scienza che ha preso il posto della antica Topografia formando per così dire il pronao del magnifico tempio della Geodesia.

Non mancano manuali pregevolissimi di geometria pratica informati alla nuova scuola topografica, ma oltre che in ispecie troppo concisi, il manuale in genere presuppone vi sia un numero ragguardevole od adeguato di persone già edotte dei principii, dei particolari tutti sui quali si basa essenzialmente il nuovo metodo di rilevamento, dei pregi precipui e vari che lo contraddistinguono dagli antichi, della convenienza somma di preferire quello a questi.

Ora parve a noi che in Italia si mancasse appunto di un *Trattato teorico pratico di Topografia moderna* o di *Geometria pratica* nel vero senso della parola, che sotto forma piana od elementare fornisse i principii teorici sui quali si fonda la nuova scuola topografica e gradatamente portasse lo studioso ad apprendere poscia con facilità tutto il razionale meccanismo della medesima.

In altri termini i Compendi o Manuali di Celerimensura sin' ora pubblicati sono in massima troppo concisi od incompleti, si presentano sotto una forma che non ci sembra la più idonea per invogliare lo studioso ad adottare il nuovo sistema, ma comunque lo obbligano a ricorrere ad altri lavori del genere, allo scopo di assieme completarli ed avere tutto quel complesso di dati, formule, norme e tabelle che necessariamente gli occorrono per apprendere tutti i particolari dei nuovi procedimenti e poterli praticamente applicare.

Il lavoro quindi che noi presentiamo tenderebbe, se mal non ci apponiamo, a colmare una lacuna, tenderebbe ad eliminare i superiori difetti od inconvenienti riunendo in unico trattato oltre che le necessarie cognizioni teoriche svolte nella forma più semplice ed elementare, anche le regole, le norme pratiche più razionali per procedere a qualsiasi rilevamento topografico, tutti quei dati pratici, tutte le tabelle numeriche tutto quanto insomma co-

stituisce il completo corredo del moderno geometra, tutto quanto essenzialmente costituisce sia nel campo teorico che nel campo pratico la nuova scuola topografica, che con tanto felice successo fu messo in pratica in una quantità di lavori importantissimi e da ultimo nei rilevamenti catastali del Compartimento modenese e verrà pure seguito in quelli relativi al nuovo catasto generale del Regno.*

Abbiamo diviso questo compendio di Topografia in sei parti.

Nella prima intitolata *Elementi di matematica* si sono svolte nella forma più sintetica possibile le poche cognizioni scientifiche che conducono alla risoluzione teorica del problema che costantemente si para innanzi al moderno geometra, e ciò si è fatto allo scopo di rendere il lavoro accessibile anche a coloro che non hanno avuto la opportunità di frequentare corsi tecnici superiori e mettere così un numeroso personale alla portata di efficacemente coadiuvare gl'ingegneri pei quali certamente questa prima sezione dell'opera riuscirebbe pressochè superflua se il richiamo a taluni principii anche elementari di matematica non riuscisse ben sovente anche a loro stessi sommamente giovevole.

Crediamo proprio superfluo il far rilevare di quale e quanto vantaggio sia per lo ingegnere lo avere un personale subalterno instrutto in tutti i singoli particolari del metodo che crede seguire in una determinata operazione topografica, perchè il pratico senz'altro lo sa.

Col sistema poi di rilevamento che noi proponiamo e predilegiamo non v'ha dubbio che il personale subalterno ha una importanza capitale, l'opera dello ingegnere riducendosi pressochè a quella direttiva.

Qualunque sia lo scopo dell'operazione topografica il problema da risolversi è sempre quello, come costante e facile il metodo da seguirsi per determinarlo nel modo il più pratico e conveniente; da ciò la facilità di avere in breve tempo un eccellente personale sussidiario essendo appunto molto circoscritta la cerchia delle cognizioni scientifiche che nel medesimo si richiedono, limitati gl' istrumenti di cui deve conoscere la natura ed il maneggio.

---

* Ing. A. Tacchini, *Il nuovo catasto generale italiano*. Tipografia Fratelli Bencini, Firenze-Roma, 1889.

Quanto sopra per giustificare la introduzione nel nostro modesto lavoro della *Prima parte* puramente teorica e che riteniamo più che sufficiente per mettere appunto il detto personale sussidiario alla portata di facilmente apprendere tutto il razionale meccanismo della nuova scuola topografica. E in ciò ci conforta anche il vedere nei migliori e più accreditati prontuari tecnici stranieri premessa alla parte pratica dei medesimi altra più sintetica, ma puramente teorica.

Nella *Parte II: Preliminari allo studio della moderna topografia,* si dànno le nozioni generali indispensabili per determinare la scelta dei piani d'origine delle misure sulla quale si basa il metodo per risolvere pure teoricamente il problema scopo del nuovo procedimento topografico.

Da un tale studio sorge poi l'*indole dei mezzi e degli istrumenti che necessariamente abbisognano al moderno geometra per poter risolvere il quesito nel campo pratico,* l'esame dei quali forma appunto l'oggetto della *Parte III,* riservando alla *Parte IV* lo esame e lo studio più particolareggiato di tali *istrumenti e delle norme pratiche relative all' uso dei medesimi.*

Nella *Parte V*: *Operazioni di campagna,* è dato il maggior sviluppo possibile a tutto quanto si riferisce alla pratica campale dei rilevamenti topografici dai più semplici ai più complessi, ossia dal rilievo di un semplice e limitato appezzameno di terreno a scopo agrimensorio in cui non occorra che una o poche stazioni, a quello tanto vasto per cui si renda necessario premettere al medesimo una o più *reti topografiche.*

Ottenuta l'*espressione numerica* di un dato rilevamento mercè le nozioni esposte nelle *Parti* di cui ora sommariamente si è fatto parola, occorre eseguire diverse operazioni di calcolo per poter passare alla *rappresentazione grafica* del rilievo stesso, perciò nella *Parte VI* ed ultima intitolata: *Operazioni di tavolo,* viene appunto sviluppato tutto quanto ha riflesso ai metodi diversi stati fin'ora escogitati per agevolare non solo le operazioni di calcolazione o di tavolo, ma quelli ancora che concernono la rappresentazione grafica dei rilievi colla maggior possibile speditezza e precisione.

Non vogliamo da ultimo tacere che non abbiamo certo la presunzione di presentare un trattato completo di topografia sapendo quanto vi manchi per potersi dir tale, il tempo e la lena, assorbiti in altre molteplici ed importanti occupazioni, avendoci

mancato per poterlo rendere tale; ma anche com'è, siccome ci fu guida più la pratica che la teoria così, se mal non ci apponiamo, nutriamo fiducia sia per riuscire utile non solo al geometra pratico propriamente detto, ma altresì a tutte quelle persone tecniche proposte alla redazione di vasti rilevamenti topografici non a scopo puramente agrimensorio o catastale ma diretti alla compilazione di progetti stradali, idraulici o di altra natura, giacchè gl'ingegneri già iniziati al nuovo sistema troveranno in esso raccolte tutte quelle norme, quei dati, quelle formule e tabelle alle quali la pratica ci ha insegnato dovere pressochè esclusivamente ricorrere in campagna e sopratutto al tavolo per la determinazione dei lavori suddetti, e gli altri che non conoscessero affatto od in tutti i singoli particolari il nuovo procedimento, troveranno quanto loro potrà essenzialmente abbisognare per metterli alla portata od in condizione di apprenderlo.

Più che adunque un trattato è desso per così dire l'integrazione degli appunti che mano a mano si venivano da noi facendo sulle singole operazioni topografiche che abbiamo avuto l'opportunità di eseguire in base al nuovo metodo numerico che da tempo tende ormai a prevalere e nutriamo ampia fiducia verrà fra non molto dalla generalità degl'ingegneri adottato.

Nel coordinare gli appunti anzidetti e dare ai medesimi una unità di concetto incontrammo naturalmente molteplici e serie difficoltà per cui il lavoro non poteva a meno di risentire delle condizioni speciali, e quasi diremo anormali, in cui esso venne redatto, e quindi come lasci forse a desiderare sia sotto il riguardo della sua unità che dal lato dello stile e da quello della sobrietà.

Anzi talune spiegazioni sembreranno addirittura eccessive ad onta della forma elementare e piana che abbiamo a bella posta voluto dare al nostro lavoro, ma su ciò nutriamo fiducia di essere scusati sia perchè, come già si disse, l'opera è destinata principalmente al personale che abbisogna in sussidio degli ingegneri, sia perchè il nuovo metodo occorre sia noto in tutto i suoi minimi particolari, sia infine perchè il medesimo presentandosi a tutta prima un po' astruso e complicato tende in generale, come l'esperienza ci ha fatto constatare, a lasciare un'impressione non troppo favorevole al principiante, impressione erronea ma in molti già radicata e dovuta, riteniamo, ai manuali troppo ristretti e compendiosi che sin'ora si sono occupati della tacheometria.

Se quindi in taluni punti saremo forse riusciti prolissi, speriamo che un tale difetto ci sarà condonato perchè causato dall'obiettivo che sempre abbiamo avuto presente di procurare cioè in ogni parte la maggior possibile chiarezza e semplicità, onde mai alcun dubbio possa restare in coloro che avranno la costanza di seguirci.

« Scrivete come parlate, diceva il D'Azeglio, se vorrete essere da tutti intesi » altrettanto può dirsi, a nostro avviso, delle verità scientifiche che semplicemente esposte sono dalla generalità facilmente apprese, e ci riterremo fortunati se la lusinga di raggiungere tale scopo non andrà intieramente frustrata.

Rammentiamo poi allo studioso che per bene apprendere una professione, un'arte, od una scienza, ed avere il diritto di coscienziosamente esercitarle, occorre applicarvici seriamente onde conoscerle in tutti i suoi particolari, che i principii sono i più ostici, che questi superati tutto il rimanente finisce per svolgersi con una facilità che a tutta prima non si credeva affatto possibile; e venendo al caso in ispecie se esso avrà appunto la costanza di vincere le prime difficoltà, toccherà con mano come il metodo numerico in parola non solo sia il più razionale, ma ancora il più semplice e facile, come tutto ciò che dapprima gli si parava davanti come una esagerata complicazione, un lavoro lungo e faticoso non risulta poi invece, nel suo complesso, che una serie di operazioni le più ovvie ed elementari di guisa che, una volta appresone per così dire il congegno, potrà farne suo prò in una infinità di applicazioni il sistema essendo costantemente quello dalle più semplici alle più elevate operazioni cadenti nel vasto campo della geometria pratica, ed al qual sistema è pur mestieri fare ricorso quando si voglia raggiungere quella esattezza che in oggi si richiede in simili lavori.

Ma per quelle modificazioni, aggiunte e correzioni che si rendessero necessarie al presente trattato (qualora per avventura occorresse una seconda edizione) ci lusinghiamo poter fare assegnamento sui consigli del distinto personale tecnico superiore che trovasi già addetto ai lavori della nuova catastazione del Regno, fra i quali contiamo non pochi amici, e degli egregi colleghi che esplicano in altro campo la loro intelligente attività assicurandoli sin d'ora che i rilievi, gli appunti ed osservazioni in merito al nostro modesto lavoro verranno accolti con animo sereno e riconoscente.

Ci è grato infine e doveroso tributare pubblicamente le più sentite azioni di grazie e di riconoscenza al chiarissimo commendatore E. N. Lignazzi professore di geodesia nella R. Università di Padova il quale ebbe la compiacenza di esaminare minuziosamente il nostro lavoro e c'incoraggiava a licenziarlo alle stampe.

Padova, 1889.

Ing. A. TACCHINI.

INTRODUZIONE
ALLO INDIRIZZO DEGLI INGEGNERI.

Sin dal 1824 l'illustre prof. Ignazio Porro gettava le prime basi della moderna Topografia da lui denominata con unico vocabolo *Celerimensura*. Si trattava di portare i procedimenti proprii della Geodesia nel campo dell'antica topografia spogliandola di tutti quei metodi ed istrumenti in base ai quali non era possibile avere risultati molto precisi nè modo di comprovarli e compensarli. Un metodo unico e rigorosamente geometrico, e quindi scientifico, dovea applicarsi a tutte le operazioni topografiche, metodo che sintetizzandolo si riduceva a determinare per ogni punto da rilevarsi le relative coordinate riferite ad unico sistema di tre assi ortogonali, creando in tal guisa un nuovo sistema di coordinate topografiche analoghe a quelle geografiche. L'innovazione oltre che di difficile attuazione, era ardita e radicale per cui si comprende facilmente, e sin d'ora, come abbia tardato tanto ad estendersi. Se il metodo proposto dal Porro era rigorosamente geometrico, e quindi teoricamente inappuntabile, restava sempre a provare che era suscettibile di un utile, facile e pratica applicazione. La sorte non poteva meglio favorire il Porro.

Nel 1834 si presentò al Governo sardo la necessità di fare eseguire per scopi militari il rilevamento *eidypsometrico* (a curve orizzontali equidistanti) del Ducato di Genova, e ne fu incaricato il prof. Porro valendosi a tal'uopo dell'opera di semplici soldati del Genio. L'intiera operazione fu portata a compimento nel breve periodo di 30 mesi, con uno splendidissimo risultato.

Il nuovo metodo quindi riceveva sin dal suo nascere la sansione della pratica nella guisa la più luminosa.

Ma ciò non ostante il nuovo sistema di rilevamento non attecchiva in Italia, e nel 1852 troviamo il Porro in Francia indirizzare al Ministro dei Lavori Pubblici una memoria sui nuovi procedimenti ed istrumenti nuovi da lui ideati.

Apposita Commissione costituita di distinti scienziati veniva nominata per riferire in merito ai medesimi, ed in omaggio al valentissimo geometra crediamo far cosa grata agli studiosi pubblicando le conclusioni del lusinghiero rapporto fatto dalla suddetta Commissione al precitato Ministro:

« De toutes les operations que les ingénieurs sont appelés à faire exécuter sur le terrain, le chainage est, sans contredit, la plus fastidieuse, la plus pènible et celle qui comporte le plus de chances d'erreur. En construisant une lunette micromètrique exempte de tous les défauts qui avaient empêché le procédé de la Stadia de se développer, M. Porro a rendu aux operateurs un service signalé. La possibilité de determiner d'une même station, sans chainage, sans avoir égard aux obstacles que la vue peut franchir, les distances, les cotes de nivellement et les positions respectives d'une série de points observés, est de nature à introduire une véritable revolutions dans l'art des opérations sur le terrain. Or cette possibilité n'est pas douteuse pour nous, sans effectuer un levé complet, nous avons pu constater que la lecture sur la Stadia se fait avec une extrême facilité et avec une merveilleuse précision, dans les limites de puissance de chaque lunette, et qu'elle donne les resultats compris dans les limites d'approximation indiquées par l'inventeur. Si nous cherchons à apprécier le mérite des diverses parties du théodolite olometrique, nous ne trouvons qu'à en faire un éloge complet et sans restriction. L'idée fondamentale de rendre la lunette anallatique est à la fois ingénieuse et simple; l'orientateur magnétique présente un développement aussi heureux qu'utile de la conception que Gauss avait réalisée dans un but exclusivement scientifique. Les très-fort grossissement de la lunette donne aux lectures sur la Stadia une netteté et une certitude auxquelles on ne trouve rien de comparable dans les instrumentes ordinaires avec leurs grossissements de douze à quinze fois. La reussite des procédés de M. Porro est en grande partie due à ce fort grossissement et à une foule de details, résultat d'une longue pratique et aussi bien exécutés que bien concus. Le mérite des ses appareils

ne sera pas atténué, à nos yeux, parce que leur succès aura été dû à des moyens si simples; car, outre les idées fondamentales qui appartiennent en propre à l'auteur, l'ensemble costitue véritablement quelque chose de nouveau, comme il le dit lui-même. Mais ce qui a plus d'importance à nos yeux, c'est la multiplicité des applications possibles des lunettes anallatiques et du procédé de la Stadia. Pour n'en indiquer qu'une seule, le chainage, le nivellement, le bornage et le levé itinéraire de toutes les routes du territoire pourront maintenant être opérés avec une promptitude, une sûreté et une économie que les anciens procédés ne sauraient atteindre. D'ailleurs, le réseau de nos voies de communications est loin d'être complet, et les études sur le terrain seront singuliérement abrégées et facilitées par l'emploi des nouvelles méthodes et des nouveaux appareils. »

E dopo aver preso in esame parecchi istrumenti stranieri destinati ai tracciamenti, il rapporto conchiude in questa guisa :

« Nous pensons donc, Monsieur le Ministre, que l'administration doit accorder une pleine et entière approbation aux instruments et procédés de M. Porro. Mais son rôle, suivant nous, ne doit pas se borner à une approbations pure et simple. L'introduction dans la pratique journalière des procédés de M. Porro nous parrait un progrès trop notable, trop utile à la bonne et prompte exécution des projets pour que nous ne vous proposions pas de faire quelque chose de plus. L'enseignement dans les écoles des Ponts et Chaussées et des Mines devra s'étendre dorénavant aux nouveaux procédés; des élèves devront être exercés à la pratique des nouveaux instruments. De plus il est utile que parmi les ingénieurs qui ont actuellement à faire des études sur le terrain, il y en ait qui soient chargés par l'administration de soumettre à une épreuve journalière et longtemps prolongée les instruments et les procédés de M. Porro. En conséguence, Monsieur le Ministre, nous avons l'honneur de vous proposer:

« 1.° D'accorder votre approbation aux instruments et procédés d'arpentage, de nivellement et de géodésie que vous a présentés M. Porro;

« 2.° De faire insérer le mémoire descriptif de M. Porro dans les *Annales des Ponts et Chaussées* et au moins par extrait dans les *Annales des Mines;*

« 3.° De faire déposer dans la collection des modèles de chacune des deux écoles des Ponts et Chaussées et des Mines.

un théodolite olométrique de la plus grande puissance avec ses accessoires, y compris la mire Stadia; plus le système complet des appareils propres à la mesure des bases;

« 4.° De commander trois autres théodolites de dimensions différentes, destinés à être suivis et étudiés par les ingénieurs ayant un grand nombre d'opérations à faire sur le terrain. »*

Ma anche in Francia il metodo ideato e propugnato dal Porro sarebbe rimasto nell'oblio se un valente ingegnere il sig. I. Moinot non ne avesse fatto tesoro applicandolo allo studio di una vasta rete di linee ferroviarie.

E vedi anomalie curiose! Sono circa vent'anni che ingegneri francesi vengono in Italia ad eseguire gli studi di molte ed importanti ferrovie del Regno seguendo i procedimenti proprii della Celerimensura, mentre nella patria del Porro la maggior parte degli ingegneri tali metodi non conosceva nemmeno di nome.

Le cause che non hanno permesso l'adozione immediata di un sistema di rilevamento tanto speditivo e razionale, sono molte e varie — ne riassumeremo brevemente le principali.

A parte quella d'indole generale cioè dell'inerzia umana ad adattarsi a talune innovazioni, una delle principali fra le tante ragioni che hanno contribuito a che la Celerimensura non venisse adottata sta nel fatto che l'ambiente non vi era preparato. Come pretendere infatti che coloro che erano preposti allo insegnamento avessero abbandonato il vecchio sistema, che costituiva per così dire il loro patrimonio scientifico, per abbracciare il nuovo proposto dal Porro che quasi ed in gran parte lo condannava all'ostracismo? Che a tutta la caterva degli istrumenti in parte inutili in parte superflui, di cui son zeppi i trattati di topografia, uno solo ne sostituiva, che costituisce l'istrumento topografico universale?

Come pretendere che venisse adottato un sistema ed un istrumento (quantunque per apprendere l'uno e l'altro bastino le più elementari cognizioni di matematica) dalla massa dei periti agrimensori, se sino a pochi anni or sono, l'unico istrumento dai medesimi adoperato era un rozzo squadro agrimensorio, quando non era un enorme e rudimentale compasso di legno col quale si mi-

---

* Moinot, *Levis de plans à la stadia*, pag. 14.

surava la superficie assoluta anzichè quella relativa del terreno? Come poteva venire seguito dagli ingegneri civili, se anche oggi in gran numero di questi sono invalse le idee più erronee sul medesimo e sullo istrumento ideato dal Porro?

Da ciò ne è seguito che le antiche carte topografiche non sono molto esatte, e le mappe catastali redatte in generale in modo da non poterne fare che ben poco calcolo. Eseguite ora un rilevamento topografico un po' esteso in base ai metodi moderni e provatevi ad inquadrarlo nelle mappe locali e vedrete come vi troverete.

Oltre alla coltura poco estesa il Regno essendo poi diviso in molti Stati i lavori pubblici in genere sia civili, che stradali ed idraulici non potevano avere che un lento e stentato sviluppo, e quindi meno sentito il bisogno di adottare in Topografia un metodo nuovo che ad una grande esattezza accoppiasse eguale speditezza.

Al suesposto si aggiungano altre ragioni d'indole per così dire oggettiva. L'istrumento proposto dapprima dal Porro non era stato portato alla perfezione com'oggi si presenta, ma indipendentemente da ciò avea, ed ha anche oggi, agli occhi dei pratici il grande difetto di essere un istrumento a cannocchiale eccentrico! A ciò si aggiunga l'avere il Porro sostituito nella divisione dei circoli il sistema decimale a quello antico sessagesimale, l'avere variato insino il senso della stessa graduazione; la nuova nomenclatura; l'uso di scale o tavole logaritmiche; la forma rude della discussione dal medesimo usata, i suoi attacchi virulenti ai vecchi metodi, la smania di introdurre sempre nomi nuovi, furono altrettanti coefficienti che contribuirono pure a non fare accettare i nuovi procedimenti e gl'istrumenti relativi.

In Francia invece ed altrove dove i lavori pubblici aveano già preso un notevolissimo sviluppo, in cui la coltura era più generale, in cui il nuovo sistema di graduazione decimale avea in parte attecchito e dove l'ing. Moinot ebbe il merito di applicarlo tosto allo studio di progetti stradali, il metodo del Porro potè colà propagarsi ed estendersi alle altre nazioni.

Al periodo d'oblio ne succede presso di noi un altro che vale la pena di riassumere.

Pochi, ma valenti ingegneri fedeli seguaci del Porro, cominciano a mettere in pratica i procedimenti dell'illustre maestro, com-

piono lavori che si possono additare come esempi e modelli del modo come in oggi deve operare un ingegnere, ma tutto ciò senza darsi la briga di troppo divulgare (tranne poche eccezioni) il nuovo metodo, chiusi in sè stessi, forse consci del vento infido che ancora dominava, e come usassero di una loro privativa.

Alle pubblicazioni del Porro sulla *Celerimensura,* altre mano mano vediamo farci seguito fra le quali ci accontenteremo di mentovare quelle del Curioni, del Daddi, dell'Erede, del Cavani, del Salmoiraghi, dell'Orlandi, ecc., e tutti poi concordi nel mettere in rilievo i pregi salienti del nuovo sistema di rilevamento e la convenienza di questo su quelli antichi.

In qualche Istituto tecnico superiore, nelle Scuole di applicazione per gl'ingegneri si cominciò ad insegnare la Celerimensura come cosa ben inteso accessoria, di complemento, come corredo di ulteriori cognizioni che anche superficialmente doveva possedere un ingegnere, mentre il vero corso normale, classico, razionale di Topografia che si esponeva era sempre quello, ben inteso, impartito per lo passato nelle Università.

Per ciò nei gabinetti scientifici annessi agli istituti anzidetti si cominciò a vedere figurare anche il *Cleps* ed i *Tacheometri* in genere fra le collezioni d'istrumenti topografici non foss'altro come oggetto di lusso e come complemento della collezione.

Ed ora? quantunque il nuovo *metodo numerico* non sia la base dello insegnamento di Topografia dato negli Istituti tecnici in genere, non v'ha dubbio che un tale insegnamento ha sommamente progredito, si è grandemente perfezionato, ha preso un indirizzo più consono ai nuovi tempi e si può francamente asserire che non v'ha ingegnere licenziato da pochi anni dalle Università del Regno che non sia bastantemente al corrente del nuovo indirizzo, e lo provano in modo incontestabile i continui lavori che, si può dire, giornalmente si eseguiscono in base al medesimo.

E lo si comprende! L'ambiente attuale non è più quello che esisteva all'epoca del Porro; il nuovo metodo, i nuovi istrumenti una volta entrati ed ammessi nel tempio della scienza dovevano farsi strada, non era che questione di tempo — dovevano trionfare come avviene di qualunque innovazione che, come quella in questione, abbia una base razionale, pratica e veramente scientifica.

Il notevole sviluppo dato in questi ultimi tempi alle costruzioni stradali ferroviarie ed idrauliche i grandi rilevamenti catastali

geometrici sui quali si basa l'imposta fondiaria (in progetto ed in corso di esecuzione) fanno ora della Topografia una delle scienze della massima importanza. E come è avvenuto di tutte le scienze, specie di quelle che presentano una pratica e rilevante utilità, così pure la topografia, seguendo lo spirito moderno dei tempi ha essa pure sommamente progredito.

Dall'ampio e rozzo compasso di legno e dal semplice squadro agrimensorio, i soli istrumenti presso che ancora in uso in talune provincie del Regno, al moderno Cleps, v'ha la stessa sconfinata distanza che passa tra la primitiva clessidra ed il più perfetto cronometro. Così dicasi dei metodi di rilevamento; quanto l'antico era in talune parti e per molti e speciali lavori pedante, rudimentale, inesatto e lungo, altrettanto il moderno è nel suo complesso brillante, completo, razionale e speditivo.

Col sussidio di un *Cleps* e di un paio di *stadie*, non vi è problema attinente alla Topografia che l'ingegnere non possa risolverlo coi più splendidi risultati, non vi sono operazioni topografiche per quanto estese, difficili e delicate che egli non possa portare a compimento colla più grande esattezza ed entro i limiti della più esigente pratica tolleranza.

Nella moderna scienza topografica tutto essendo controllato nel modo il più meraviglioso sono estremamente attenuate le probabilità di errare e si potrebbe quasi dire che non si ammettono errori. Tutt'al più si tollerano nei risultati finali delle piccole differenze, dette appunto *tolleranze*, ma anche queste ridotte a tali estremi da non avere praticamente alcun valore.

Quando un ingegnere si trova avere sotto mano una *carta* o *planimetria* eseguite coi metodi ed istrumenti moderni proprii della nuova scienza denominata per antonomasia *Celerimensura* (dai Francesi *Tacheometrie*) egli si sente veramente padrone della plaga di terreno che ha sotto agli occhi, può su di esse e con esse risolvere con tutta sicurezza i più complicati problemi stradali ed idraulici, e non col semplice sussidio dello squadro e del compasso, ma geometricamente ed in base a semplici calcoli numerici.

Il graficismo che era, si può dire, nel più dei casi la base della vecchia Topografia, si potrebbe nella moderna assolutamente proscrivere — ma siccome il tradurre le espressioni analitiche in altre rappresentative o grafiche praticamente abbrevia e facilita la soluzione di importanti problemi tecnici — così sarebbe errore,

come pare pretendesse il Porro, il dare il bando assoluto al graficismo.

In qualunque operazione topografica si tratta di rilevare una serie di punti convenientemente presi sopra una determinata superficie di terreno in guisa da dare un'espressione chiara ed esatta del terreno stesso.

Si sa dalla geometria analitica come un punto viene fissato di posizione nello spazio, riferendolo cioè ad un sistema di tre assi coordinati ortogonali prestabiliti. Il problema di tradurre in pratica un tale principio era arduo, e si deve appunto al genio del Porro se finalmente un tale principio si potè renderlo attuabile pel rilevamento dei diversi punti del terreno, farne la base della moderna topografia, ed in guisa che tutti gli altri metodi di rilevamento non possano reggere al confronto.

Ma non potendosi, com'è facile comprendere od immaginare, tracciare materialmente sul terreno da rilevarsi i tre assi coordinati anzidetti, non si possono per conseguenza direttamente determinare le tre coordinate x, y, z che fissano di posizione un dato punto per rispetto ai medesimi. Occorreva quindi, per arrivare alla soluzione di un tale problema, rilevare invece e per ciascun punto gli elementi che, come in seguito particolarmente esporremo, dovevano condurre alla determinazione esatta delle richieste ed equivalenti coordinate.

Questi elementi non potevano essere che le coordinate polari di ciascun punto facilmente trasformabili nelle corrispondenti coordinate ortogonali appartenenti ad un unico sistema.

Per poter dedurre questi elementi occorrevano un eccellente goniometro ed un potente ed esatto distanziometro. Ai comuni teodoliti il Porro ne sostituiva uno speciale costituito essenzialmente di due circoletti graduati chiusi in un cubo metallico, per cui prese il nome di *cleps-ciclo* e semplicemente cleps (nascosto), teodolite che puossi a tutto rigore chiamare l'*istrumento universale topografico* e di cui in seguito apprezzeremo i pregi rilevantissimi. Per valutare poi le distanze con precisione e speditezza bisognava abbandonare naturalmente la misurazione *diretta* delle medesime, operazione faticosa, lunga e nel più dei casi fonte di sensibili errori.

Il problema di misurare *indirettamente* le distanze ha preoccupato sempre e per molto tempo distinti meccanici e tecnici, ma

gli apparecchi ideati e proposti non avevano prima del Porro risolto il problema che in modo poco o nulla soddisfacente.

Era riserbato al Porro stesso che si potrebbe a ragione chiamare il Watt della moderna topografia, di dare al proposto quesito la più perfetta soluzione. Come vedremo meglio a suo luogo il suo cannocchiale anallatico, la speciale disposizione dei micrometri, l'unità assegnata alla stadia, costituiscono altrettanti speciali, ingegnosi e caratteristici ritrovati.

Per conseguenza il principio eminentemente scientifico assunto a base dei rilevamenti topografici, i metodi nuovi ed in seguito perfezionati per le relative operazioni sia di campagna che di tavolo, hanno fatto, si può dire, della topografia una scienza nuova che il Porro chiamò *celerimensura* perchè oltre all'esattezza procede in tutte le più svariate operazioni con una speditezza che a pari condizioni invano si richiederebbe dagli altri sistemi.

In tutte le operazioni fisiche bisogna aver presente che non si può mai raggiungere l'esattezza matematica, ma in ognuna ci dev'essere permesso di ottenere tutta quella precisione che comporta l'indole e l'importanza del lavoro che dobbiamo eseguire.

Ora un sistema di rilevamento sarà tanto più apprezzabile quanto più permetterà non solo di *misurare* colla maggiore possibile precisione, ma di far conoscere, a lavoro compiuto, le *incertezze* di cui le misure sono affette. La moderna topografia ha appunto questo di speciale e caratteristico di fornire i mezzi di *comprovare* e *compensare* i risultati, come a suo luogo dimostreremo.

E qui appunto ci pare cada in acconcio di accennare alle caratteristiche e pregi proprii della celerimensura di cui i principali sono i seguenti:

a) Si opera in campagna, almeno per molti lavori, con una celerità sconosciuta ad ogni altro metodo, da ciò appunto il nome speciale dato dal Porro alla moderna Topografia. Si ha quindi nei lavori di campagna, che sono i più costosi, una rilevantissima economia di spesa.

b) Misurando la distanza con *mezzi indiretti*, non vi sono, per così dire, ostacoli che possano inceppare i rilevamenti; si opera nei terreni più accidentati, coperti da piante, intersecati da corsi d'acqua, si percorrono le falde più scoscese dei monti senza il bisogno di dover ricorrere a lunghi e noiosi ripieghi, si lavora nella stagione in cui nei campi son pendenti tutti i raccolti senza arrecare danni di grande entità.

c) Ciascun punto del terreno viene rilevato contemporaneamente tanto nel senso *planimetrico* che *altimetrico*, vantaggio senza pari e che per sè solo basterebbe per preferire nel più dei casi un tal metodo di rilevamento a qualsiasi altro, specialmente nei luoghi montuosi ed accidentati.

d) Si presta a qualsiasi specie di rilevamento topografico, dal più semplice attinente alla più elementare agrimensura al più elevato del vasto campo della topografia propriamente detta e senza perdere mai di tutti i suoi pregi.

e) Si ha una *espressione* del rilevamento esclusivamente *numerica*, ossia in base a dati numerici che s'inscrivono in appositi registri e coi quali si può a tempo e luogo determinare le *coordinate ortogonali* di ciascun punto rilevato ed eseguire in tal modo le piante, le mappe, ossia la espressione grafica e rappresentativa del rilevamento stesso colla massima possibile precisione.

f) Offre infine come più sopra si disse, i mezzi per *comprovare* e *compensare* i risultati, il che costituisce il pregio più saliente, più caratteristico ed importante del nuovo sistema.

Ed è appunto per queste preziose qualità che una volta appreso il nuovo metodo di rilevamento lo si prende talmente a prediligere che non è più possibile far ritorno ai metodi antichi. Il poter dire, avere la convinzione che una data operazione topografica è stata eseguita bene, il poterlo comprovare numericamente, e non per la più o meno fortuita coincidenza di qualche linea tirata graficamente e che docile si piega alla mano esperta del disegnatore è una delle più grandi soddisfazioni che possa avere l'operatore.

E tale compiacenza la si ha operando bene, non solo a lavoro finito, ma man mano, passo passo che progredite nelle singole operazioni sia di campagna che di tavolo. Dopo una giornata per così dire campale, trascorsa sotto un sollione tropicale, o la sferza di una molesta tramontana, se avrete l'intima convinzione di avere eseguito bene le vostre operazioni topografiche vi ritirerete a casa alla sera contenti e soddisfatti, incuranti dei disagi sofferti, e tale quiete e compiacenza d'animo vi daranno lena a proseguire con maggiore amore ed attività le ulteriori operazioni.

Per indole non siamo certamente corrivi, abbiamo già varcato l'età dei facili entusiasmi, e lavorato con ambidue i sistemi, parliamo per esperienza e possiamo anco quindi affermare che, amando

naturalmente di operar bene e con precisione, i nuovi procedimenti topografici hanno in sè qualche cosa, ci sia permesso il dirlo, che trasporta e seduce. Non vi ha *stazione,* e ce ne appelliamo ai nostri colleghi di lavoro e a tutti coloro che hanno usato e seguono ancora le norme proprie della moderna Topografia, che non dia luogo a delle vive compiacenze; sia una *lettura* eseguita in condizioni difficili, sia una *distanza* rilevante dedotta e controllata in pochi secondi, mentre sarebbe stato cosa lunga e difficile il misurarla *direttamente;* sia la *identità* o quasi trovata nella *quota* di un punto determinato da due differenti stazioni — o per altro, il fatto è, ripetiamo — che una volta appreso un tal metodo di rilevamento non lo si abbandona più appunto per la esattezza e sicurezza dei risultati e perchè nei *lavori di tavolo* si rinnovano le compiacenze provate in quelli di campagna.

A parte altre considerazioni di maggior importanza, un tal senso non lo provate certo quando invece gl'istrumenti che avete sotto mano, ed i procedimenti impostivi sono tali da dovere impiegare molto tempo per riuscire in un dato intento e quando, avendo faticato un'intera giornata per pervenirvi, non potete essere totalmente sicuri di avere esattamente operato e vi rimane il dubbio se accettare pienamente le fatte operazioni e tutti i risultati ottenuti o ritornarvi sopra per controllarli.

Dal suesposto, riteniamo non si vorrà inferirne che vogliamo dare l'ostracismo ai vecchi sistemi, tutt'altro: anche con essi ed usando le debite cure e cautele si possono avere in molti casi risultati buoni e lo comprovano, meglio assai del nostro asserto, i molti lavori eseguiti prima che i nuovi si facessero strada nel campo della Topografia.

Ma ciò non ostante, chi vorrebbe negare per esempio, che il moderno sistema metrico decimale non sia comparabilmente migliore degli antichi, svariatissimi e complicati sistemi di misure che da tempo si sono nella pratica seguiti e si continua tuttavia in taluni paesi ad usare?

Ma come il primo per la sua semplicità ed uniformità, pei suoi pregi speciali tende oramai a prevalere e va ognora più estendendosi ne' paesi civili, analogamente può dirsi della supremazia de' nuovi procedimenti topografici sugli antichi, quelli sono indubbiamente da preferirsi a questi ed aggiungeremo ancora che in taluni, casi per non dire nella generalità, come ad esempio nella redazione delle carte topografiche, nei rilevamenti di vasti appez-

zamenti di terreno, nella formazione delle mappe catastali, nei rilievi a scopo di studi per canali o ferrovie, ecc., si dovrebbero, e già lo si fa in gran parte, abbandonare l'antica per attenersi esclusivamente alla nuova scuola topografica.

Ma su questo argomento noi dovremo ritornare e più opportunamente in fine di questo nostro lavoro dopo cioè avere esposto in tutti i suoi particolari la nuova topografia che costituisce, come si esprime il Dadi nel suo *Corso di Geodesia,* una gloria italiana. Allora meglio che adesso potremo fare un parallelo più adeguato e completo fra i due sistemi, ora ci basta di avere in linea tutt'affatto sommaria accennato ai principali pregi inerenti alla medesima, pregi che andranno scaturendo da quanto mano a mano andremo esponendo in ordine ai moderni metodi di rilevamento che vanno ogni giorno più estendendosi nel campo pratico e saranno, ripetiamo, fra non molto dalla generalità degl'ingegneri adottati, stantechè una volta appresi non è più possibile far ritorno alle laboriose, incomplete e lunghe pratiche dell'antica. Queste, infatti non sono più consentanee ai progressi fatti ed allo spirito dei tempi che pretende, se non in tutti almeno nella generalità di questi speciali lavori, oltrechè una grande speditezza di esecuzione soprattutto in campagna, che i risultati si possano dare tutti numericamente scritti, comprovati e compensati.

Una prova luminosa del nostro asserto oltrechè da tanti lavori l'abbiamo poi nei recenti rilevamenti catastali eseguiti nel compartimento modenese sotto la direzione del chiarissimo commendatore prof. C. Razzaboni, rilievi che si eseguirono in base ai procedimenti proprii della nuova scuola topografica e coi più soddisfacenti risultati, e una più vasta applicazione riceveranno essi colle operazioni catastali che sotto l'alta direzione dell'illustre generale Ferrero, verranno estese a tutto il Regno, lavoro che una volta ultimato farà certamente epoca negli annali della Topografia.

L'importanza poi di queste operazioni ai riflessi immediati della materia di cui imprendiamo la trattazione ci obbliga, per così dire, ad esporre talune considerazioni in ordine ai rilevamenti catastali suddetti ed al nuovo catasto generale italiano, e questo facciamo perchè scopo dell'opera anche quello si è, di concorrere all'apprestamento di quel numeroso personale che verrà addetto alla formazione del nuovo catasto le cui operazioni fra qualche anno verranno estese a tutto il Regno.

L'Ingegnere già sa che prima di procedere al rilievo particolareggiato completo di una vasta estensione di terreno, non eccedente però certi limiti, si suole scegliere fra tutti i diversi punti del terreno di cui occorre avere la *planimetria,* i più rimarchevoli ed importanti e di supporli collegati mercè delle rette in guisa da formare una serie continua di triangoli così connessi e disposti che dalla formazione degli angoli e dalla misura diretta di un solo lato, si possano risolvere successivamente tutti i triangoli.

Pel rilievo appunto e pel collegamento delle mappe catastali del compartimento modenese si premise la formazione di una *rete trigonometrica* (appoggiata ai vertici della *triangolazione geodetica* eseguita dal nostro Istituto geografico militare) di *1.° ordine.*

Per la determinazione poi dei punti d'infimo ordine, mediante lo spezzamento dei triangoli della rete suindicata si formò un'altra serie di triangoli o *rete trigonometrica di 2.° ordine* ai quali poi appoggiare tutto il rilevamento *particellare* o dei minimi dettagli del terreno.

In quest'ultima serie di rilevamenti sta appunto la differenza fra l'antica e la nuova scuola topografica fondata dal Porro, mercè la quale (come verremo in seguito esponendo nel corso del nostro lavoro) è dato potere estendere il metodo delle *compensazioni* e delle *comprovazioni* a tutte indistintamente le operazioni di rilievo.

Il metodo del Porro mirava a colmare una lacuna, era il portato del progresso fatto in quest'ultimo periodo di tempo nella scienza topografica, era quello che la scienza quindi indicava come il più idoneo, il più razionale perchè il rilevamento particellare, il lavoro così detto di *riempimento* nella vasta rete di triangoli diversi che copre il terreno da rilevarsi, avesse tecnicamente l'*egual peso* di quello relativo alle reti trigonometriche anzidette al quale si appoggiava.

Scopo del presente Trattato quello si è appunto di esporre in tutti i suoi particolari il metodo in parola il cui pregio principale si è quello di essere *essenzialmente numerico.*

E un metodo puramente geometrico che, ultimamente perfezionato e reso estremamente pratico (senza perdere per nulla delle sue essenziali e caratteristiche prerogative) da una pleiade di distintissimi ingegneri fra i quali vanno meritamente notati i signori Soldati, Villani, Erede, Pensa, Salmoiraghi, ecc. venne a costituire la *Moderna Topografia.*

Giova citare le parole testuali con cui il Porro definiva il suo nuovo metodo di rilevamento per antonomasia da lui denominato *Celerimensura.*

« Che la Celerimensura non è un prodotto dell'immagina-
« zione, che sia ancora a cercare d'insinuarsi, e trovare un posti-
« cino nell'arte dell'Ingegnere; la Celerimensura è stata invece la
« soluzione del problema che era proposto per soddisfare agl'in-
« calzanti numerosi bisogni creati dal grande incremento dei la-
« vori pubblici e dalle sempre crescenti urgenze così amministra-
« tive, come di giurisprudenza, di alta statistica, di arte di governo,
« fra le quali principalmente sono da notarsi quelle di non più
« ammettere lavori solamente grafici e di volere invece sempre
« tutte le dimensioni originali numericamente scritte, tutte le de-
« finizioni dei contorni di proprietà, tutte le designazioni che hanno
« o possano avere per fine di radicare un diritto, esigere che siano
« per loro natura o forma manualmente inscrivibili negli atti e con-
« tratti, e quella di volere che tutti i risultamenti siano numeri-
« camente comprovati veri, e ciò dalle più grandi dimensioni fino
« ad ogni minuto dettaglio, e quella di pretendere che tutto sia
« sempre comprovabile in ogni sua parte, fin nei più minuti det-
« tagli, con mezzi matematici indipendenti dal giudizio degli uo-
« mini. »*

Si citano, ed a ragione, come modello, almeno per la parte geometrica, le operazioni di rilevamento catastale eseguite nel principato di Schwarzburg-Sondershausen sotto la direzione del celebre geodato generale Baeyer e sulla base di una generale triangolazione che fornì un punto trigonometrico di ultimo ordine per ogni 4 ettari di terreno.

A porgere un'idea come si concepiscano in quei paesi gli uffici di una misura geometrica, diamo qui tradotto il § 1.° delle Istruzioni per il personale impiegato in detto Stato.

« Quali scopi prossimi della misurazione sono da consi-
« derarsi:

« I. La rappresentazione grafica e l'esatta rilevazione del-
« l'estensione superficiale di ogni *singolo possesso fondiario;*

« II. La guarentigia o sicurezza (Sicherstellung) della pro-
« prietà fondiaria;

« III. L'itroduzione di un'imposizione uniforme;

---

* Porro, *Geodesia moderna,* pag. 5.

« IV. La regolazione del sistema ipotecario.

« Oltre a ciò si tratta, mediante la misurazione di soddi-« sfare a tutti i bisogni di natura tecnica od agraria, che prima o « poi potranno manifestarsi: come ad esempio, costruzioni di strade, « canali, scoli di acque, irrigazioni, separazioni e consolidazioni di « beni, ecc., senza che sia perciò necessario di ricorrere ad altre « misure. »

Ora grazie al metodo seguito per il rilevamento del compartimento modenese si sono in parte avuti e si potranno alla lettera raggiungere tutti gli scopi a cui mirano le istruzioni sopra riportate, coll'aggiunta che col metodo in parola si è potuto limitare i punti trigonometrici d'infimo ordine in media ad 1 per ogni 160 ettari, anzichè ad 1 per ogni 4 ettari, come nelle operazioni sopra citate.

Per quanto riguarda poi la formazione del Catasto generale del Regno, stante le disposizioni legislative che lo regolano * concepite in analogia a quelle relative al catasto del compartimento modenese, sembra oramai certo che nella generalità dei rilevamenti verranno adoperati gli istrumenti e seguiti i metodi proprii della moderna Topografia.

Oramai si fa strada il convincimento che il *tacheometro* è l'istrumento da preferirsi in tutti i rilievi specie nei vasti rilevamenti topografici, e oramai può dirsi l'istrumento universale topografico, basta leggere in proposito l'elaborata e sapiente relazione dell'illustre senatore Messedaglia che accompagnava alla Camera il disegno di legge sulla perequazione fondiaria e nella quale si riporta l'opinione dei più distinti e competenti stranieri sull'argomento. Noi ci limiteremo a riferire come in proposito si esprime il celebre generale Baeyer più sopra citato: « tutti gl'istrumenti « il cui errore probabile non può essere determinato appartengono « ad un passato antiscientifico, e non vengono adoperati se non « dove non si fa alcun calcolo della precisione del lavoro. »

In quanto poi ai metodi di rilevamento, ci piace riportare la risoluzione addottata sin dal 1875 dall'associazione dei geometri tedeschi che conta circa 1300 membri e si considera per la Germania come il corpo più competente in materia:

« Quali misure catastali esatte e corrispondenti alle attuali

---

* Legge 1 marzo 1886 N. 3682 e Regolamento 2 agosto 1887 N. 4871 (Serie III).

« esigenze della tecnica geodetica, saranno da riguardarsi in avve-
« nire soltanto quelle, che abbiamo per fondamento una regolare
« terminazione (Vermarkung), e che forniscano i rispettivi risul-
« tati metrici in numeri assoluti, e quindi sieno eseguite col teo-
« dolite e per misura di coordinate. »*

Verità inconcusse che venivano enunciate e sostenute dal nostro Porro sino dal 1824 e che, sanzionate poi dai più dotti stranieri e dalle nazioni le più civili è con vera compiacenza che vediamo avere esse pressochè ampia e generale applicazione nei rilevamenti catastali del Regno, come lo ebbero parziale in quelli del compartimento modenese ad elogio grande di coloro che vi furono preposti.

---

* *Zeitschrift uber Vermessungswesen.* Vol. IV, pag. 278, 1875.

PARTE PRIMA.

ELEMENTI DI MATEMATICA.

Facchini, *Topografia*.

CAPITOLO I.

RICHIAMO DI TALUNE REGOLE E NOZIONI ELEMENTARI DI ARITMETICA.

1. Prova del 9 applicata alla moltiplicazione ed alla divisione.

Ordinariamente nella prova della *moltiplicazione* si usa ancora della moltiplica invertendo l'ordine dei fattori, e per la prova della *divisione* si suole comunemente moltiplicarne il *divisore* per il *quoziente* ed unirvi il *resto*, il che deve per l'esattezza costituire il *dividendo*.

Ma siccome la *prova* deve avere eguale, o possibilmente minore difficoltà dell'operazione principale o primitiva, onde facilitare la scoperta dell'errore, così gli Arabi usano una sola e semplicissima *prova detta del 9* applicata indistintamente alle quattro operazioni elementari dell'aritmetica, ma che ora richiameremo soltanto per la moltiplicazione e divisione.

Questa prova a dir vero per sè sola è insufficiente in alcuni casi, del resto molto rari, per riconoscere la verità del risultato, riesce però di molto vantaggio congiunto alle prove ordinarie suindicate tanto nel caso dell'eguaglianza che della disuguaglianza dei risultati finali delle due operazioni. Poichè l'eguaglianza alle volte può essere illusoria quando per una fortuita combinazione si commettono errori equivalenti nell'una e nell'altra, e la disuguaglianza lascia indeciso quale dei due risultati sia l'erroneo, o se lo siano ambedue per applicarvi la conveniente correzione.

Quindi invece di rifare le moltiplicazioni che richiedono molto tempo, e nelle quali operazioni succede spesso di ripetere, per così dire, macchinalmente gli stessi errori, torna più utile e comodo di far tesoro della così detta *prova del 9* degli Arabi, di un uso tanto frequente quanto facile e speditivo.

2. *Regola per la prova della moltiplicazione.*

a) Si sommano orizzontalmente i valori isolati delle cifre del *moltiplicando* dividendo per 9 il risultato e notando di fronte l'avanzo finale o *resto;*

b) Si procede egualmente rispetto al *moltiplicatore;*

c) Si moltiplicano assieme i due *resti,* e sul prodotto si opera nella stessa guisa di *a* e *b,* e si nota di fronte il *resto;*

d) Questo resto dev'essere eguale a quello che si avrà operando analogamente sul *prodotto* o risultato della moltiplicazione, se questa fu eseguita senza errore.

1.° *Esempio:*

a) Moltiplicando 3873 . . . . Resto 3
b) Moltiplicatore 932 . . . . » 5

7746 Prodotto 15 Resto 6
11619
34857

d) Prodotto 3609636 . . . . . » 6

2.° *Esempio:*

a) Moltiplicando 7875 . . . . Resto 0
b) Moltiplicatore 3622 . . . . » 4

15750 Prodotto 0 Resto 0
15750
47250
23625

d) Prodotto 28523250 . . . . . » 0

E quasi superfluo il fare osservare che si abbrevia di molto le operazioni trascurando nelle addizioni le cifre 9 e quelle successive la cui somma equivale al 9, o ad un multiplo del 9.

3. *Regola per la prova della divisione.*

Per verificare l'*operazione* colla quale si è diviso un numero per un altro si seguirà un processo analogo:

a) Si troverà il *resto* del dividendo;

b) Quello del quoziente;

c) si moltiplicheranno assieme gli anzidetti due resti, e del loro prodotto si porterà fuori il relativo *resto;*

d) si troverà il *resto* dello avanzo dell'*operazione,* se vi è, e si sommerà con quello *c,* e la loro somma dovrà eguagliare il *resto* del dividendo se l'*operazione* fu esattamente eseguita.

1.° *Esempio*:

```
45634        212 . . . . . resto  5
424          215 . . . . .  »     8
323                 Prodotto  40  resto 4
212
1114
1060
 54 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . »  0
                    Somma                        4
                    Resto del dividendo          4
```

2.° *Esempio:*

```
73689        | 351 . . . . . Resto  0
702          | 209 . . . . . .  »   2
3489                Prodotto   0  resto 0
3159
330 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . »  6
                    Somma                        6
                    Resto del dividendo          6
```

4. Estrazione della radice quadrata.

Il prodotto di più fattori eguali dicesi *potenza.* Così

$$4 \times 4 = 16$$

16 risultato della moltiplicazione dei due fattori 4 è la *potenza seconda* od il *quadrato* di 4 e si suole indicare così

$$16 = 4^2$$

risparmiando di scrivere i suoi fattori.

La cifra 2 si chiama *grado* od *esponente* (ed anche il *logaritmo*) della potenza 16 — (sulla base 4 n.° 34).

Analogamente

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

64 dicesi *potenza terza* o *cubo* di 4, e si può esprimere od indicare così:

$$64 = 4^3$$

ed il 3 è il grado o l'esponente della potenza 64.

5. La *radice* di un numero è viceversa uno dei fattori eguali che lo hanno prodotto, ed il numero dei fattori anzidetti costituisce il *grado* della radice.

Nel primo esempio

$$16 = 4 \times 4 = 4^2$$

il quattro è una delle due radici del 16 e dicesi appunto *radice seconda* o *radice quadrata* e si esprime col simbolo

$$\sqrt{}$$

che significa appunto *radice di* e nell'apertura di questo segno si introduce il grado; così si scriverà

$$4 = \sqrt[2]{16}$$

e si legge 4 *eguale a radice seconda o quadrata di 16.*

Analogamente

$$4 = \sqrt[3]{64}$$

che si legge, 4 *eguale a radice terza* o *cubica di 64;* il che significa che il 4 è una delle tre radici o dei tre fattori che generano il 64.

Il *grado* dicesi anche *indice* e si suol ommettere quando trattasi della radice quadrata, per cui si scrive semplicemente

$$4 = \sqrt{16}; \quad 5 = \sqrt{25} \text{ ecc.}$$

6. La formola di una potenza consta di tre elementi, cioè: la *potenza,* la *radice* e l'*esponente.*

Data ora la *potenza* e l'*esponente* daremo la regola per trovare la *radice,* fermandoci esclusivamente sulla *radice quadrata* come quella che interessa più spesso e direttamente l'aritmetica e la geometria.

È vero che le tavole dei logaritmi di cui in prosieguo diremo, e quelle delle potenze dei numeri ci dispensano dal calcolo della estrazione delle radici di qualunque grado e di qualunque numero; ma siccome non tutti possedono queste tavole, e può darsi che coloro che le possedono non le abbiano pronte al momento che ne abbisognano, per questo una regola semplice di estrarre la *radice quadrata,* che non di rado occorre nei calcoli di Celerimensura, sarà di non poco vantaggio anche a scopo di avere un controllo alla radice calcolata in altra guisa, ossia in base alle tavole succitate.

Si premette che il *quadrato* di un numero intiero di una sola cifra non ha che una o due cifre, quello di due ne ha tre o quattro, quello di tre ne ha cinque ed al massimo sei cifre, ecc. Ne segue dunque che per avere il numero delle cifre della *radice quadrata* di un numero intiero qualsivoglia, basterà dividere il numero dato con punti o lineette verticali da destra a sinistra in classi di 2 cifre ciascuna (e l'ultima a sinistra potrà anche risultare di una sola cifra).

Il numero delle classi indicherà pure il numero delle cifre della cercata radice.

Ciò premesso per estrarre la *radice quadrata* del numero intiero: 931225 si opera come segue:

Si separa il numero in classi di due cifre ciascuna da destra a sinistra — il numero delle classi indica, come si disse, *quello delle cifre della radice.*

Si conduce poscia una retta verticale per dividere la *potenza* dalla *radice,* ed un'altra orizzontale superiormente alla quale si situano le cifre della radice mano mano che vengono determinate. Fatto ciò:

a) si cerca la maggior radice della prima classe che è evidentemente il 9 e si scrive a destra sull'apposita casella come prima cifra a sinistra della radice cercata;

b) si fa il quadrato di 9 e lo si sottrae dalla prima classe; al residuo 12 si aggiunge la seconda classe (12) e si separa la prima cifra a destra del numero che risulta;

c) si divide il 121 per il doppio del 9 ossia per 18 il cui quoziente 7 sarebbe la seconda cifra della radice. Ma bisogna a parte verificare se il 6 piuttosto che il 7 fosse la seconda cifra cercata.

Aggiungendo quindi al 18 il 7 e moltiplicando per 7, si ha per prodotto 1309 $>$ di 1212.

Si tiene invece per quoziente il 6 che si scrive come seconda cifra nella radice, più a fianco del 18 e sotto; poscia si moltiplica il 186 per 6, il cui prodotto 1116 si sottrae dal 1212, ed a fianco del residuo 96 si scrive la terza classe 25 e si separa a destra la prima cifra:

d) si divide infine il 962 pel doppio del 96 (che sono le due cifre della radice cercata) ossia per 192 il quoziente 5, che è la terza cifra della radice, si scrive al solito nella casella della radice, a fianco del 192 e sotto al 1925 e se ne effettua la moltiplicazione, e così di seguito se vi fossero altre classi

93|12|25	965 (radice quadrata)			
81	187	186	1925	
1212	7	6	5	
1116	1309	1116	9625	
9625				
9625				
»»»»»				

Quindi 965 è la *radice quadrata* dalla *potenza* 931225.

In generale si fa a meno di scrivere i singoli prodotti per le cifre della radice, e si sottraggono gli anzidetti prodotti mano mano che si ottengono le accennate cifre, come si vede praticato nel seguente specchio:

93.12.25	965
12 1.2	186
962.5	1925
0	

Si debba trovare la radice quadrata del numero intiero 93636. Ecco la serie delle operazioni nella prima maniera.

9|36|36	306		
9	60	606	
» 36	0	6	
»»	»»	3636	
3636			
3636			
»»»»»			

Nella seconda maniera

9.36.36	306
» 36	60
»»	606
3636	
0	

306 radice quadrata di 93636.

Proporzione aritmetica.

7. Chiamasi *rapporto* o *ragione aritmetica* la differenza di due numeri — così essendo $60 - 48 = 12$,12 è il rapporto aritmetico che passa fra i primi due numeri.

Analogamente lo stesso numero 12 essendo la ragione aritmetica che corre fra i seguenti due numeri 36 e 24, ossia essendo $36 - 24 = 12$ si potrà stabilire l'equazione

$$60 - 48 = 36 - 24 \qquad (1)$$

che chiamasi appunto *proporzione aritmetica* e si scrive anche così

$$60 . 48 : 36.24$$

e si legge 60 *sta a* 48 *come* 36 *sta a* 12.

8. Dalla equazione (1) si ha

$$60 + 24 = 36 + 48$$

e cioè: che in una *proporzione aritmetica la somma dei numeri* o *termini estremi uguaglia la somma dei numeri o termini medii.*

9. Se i *termini* sono tutti disuguali, come nello addotto esempio, ciascuno di questi dicesi *quarta proporzionale aritmetica* fra gli altri tre, ma se ha i medii eguali come nella seguente proporzione

$$7 . 13 : 13 . 19 \qquad (2)$$

ciascuno dei termini disuguali (7 e 19) dicesi *terza proporzionale* fra gli altri due, perchè dalla (2) si ha evidentemente

$$7 = 13 + 13 - 19$$

$$19 = 13 + 13 - 7$$

Invece ciascuno dei due medii dicesi *media proporzionale* fra i due estremi.

10. Dalla (2) abbiamo infatti: $13 + 13 = 7 + 19$ ossia

$$13 = \frac{7 + 19}{2},$$

vale a dire che la *media aritmetica eguaglia la semisomma delle estreme.*

L'uso delle medie è frequente nelle scienze, come nella Meteorologia, nella Statistica, nella Topografia, nella Geodesia, ecc., ed anche nella Celerimensura si ricorre alle medie con grande vantaggio e di frequente come a suo tempo vedremo.

11. La media aritmetica si estende poi ad un numero qualunque di quantità numeriche, ma allora la media deve essere tale che ripetuta tante volte quante sono le quantità riesca eguale alla loro somma.

Se 9 è la media aritmetica dei numeri, $5.7.9.11.13$ ecc., dovrà essere:

$$5 \times 9 = 5 + 7 + 9 + 11 + 13$$

da cui:

$$9 = \frac{5 + 7 + 9 + 11 + 13}{5}$$

Proporzione geometrica.

12. Il quoziente di due numeri chiamasi *rapporto* o *ragione geometrica*, e dicesi *proporzione geometrica* l'eguaglianza di due quozienti come ad esempio:

$$\frac{24}{8} = \frac{12}{4} \qquad (3)$$

che si suole rappresentare così:

$$24 : 8 :: 12 : 4,$$

che si legge al solito: 24 *sta ad* 8 *come* 12 *sta a* 4.

13. Dalla (3) facendo sparire i divisori si ottiene l'equazione:

$$24 \times 4 = 12 \times 8 \qquad (4)$$

vale a dire che in una proporzione geometrica il *prodotto degli estremi eguaglia quello dei medii.*

14. Analogamente alla proporzione aritmetica, se tutti i termini della *proporzione geometrica* sono disuguali, ciascuno è *quarta proporzionale* fra gli altri tre.

15. Dalla (4) si ha:

$$24 = \frac{8 \times 12}{4}$$

cioè che la *quarta proporzionale geometrica è eguale al prodotto dei medii diviso per l'altro estremo.*

16. Se invece i medii sono eguali come sarebbe nella seguente proporzione geometrica:

$$\frac{36}{12} = \frac{12}{4} \qquad (5)$$

ossia

$$36 : 12 :: 12 : 4$$

allora i due disuguali diconsi *terze proporzionali,* e siccome dalla (5) si ha evidentemente

$$4 = \frac{12 \times 12}{36} = \frac{\overline{12}^{2}}{36} \qquad (6)$$

così ne segue che la *terza proporzionale geometrica è eguale al quadrato della media divisa per l'altra estrema.*

17. I due termini eguali chiamansi poi *medie proporzionali,* e siccome dalla (6) abbiamo:

$$\overline{12}^{2} = 36 \times 4 \quad \text{d'onde} \quad 12 = \sqrt{36 \times 4}$$

ne segue che la *media proporzionale geometrica eguaglia la radice quadrata del prodotto delle estreme.*

18. Diconsi *numeri proporzionali* quelli che, ordinati due a due, dànno il medesimo quoziente, come ad esempio i numeri 12 e 3; 36 e 12; 60 e 15 ecc., perchè si ha:

$$\frac{12}{3} = \frac{36}{12} = \frac{60}{15} \text{ ecc.}$$

Godono di questa bella proprietà i poligoni simili i quali hanno attorno agli angoli eguali i lati omologhi proporzionali, per

cui detti A, B e C i lati di un triangolo, a, b, c gli omologhi del suo simile si ha:

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$$

da ciò forse il nome di proporzione geometrica all'eguaglianza di due quozienti.

E l'inversa appunto della succennata proprietà geometrica, che cioè: due figure piane sono simili quando hanno gli angoli uguali ed i lati omologhi proporzionali, noi richiameremo quando dovremo tener parola delle così dette *scale di proporzione.*

CAPITOLO II.

RICHIAMO DEI PRINCIPII ELEMENTARI DI ALGEBRA

19. L'*Algebra* nelle *quantità* considera il *valore* e la *natura;* il valore si esprime con una lettera, la natura con segni convenzionali preposti alla medesima.

Una quantità o numero può assumere due nature opposte, *positiva* quando è $>$ di zero ed allora le si antepone il segno $+$; *negativa* quando è $<$ di zero ed in tal caso le si prefigge il segno $-$. *Zero* è il limite nel quale ambedue le suddette quantità concorrono.

20. Le operazioni generali di composizione e decomposizione delle *quantità* s'indicano con gli stessi segni usati nell'aritmetica e colla nota formola dell'*equazione.*

Avendosi:

$$S = a + b \tag{1}$$

$$d = a - b \tag{2}$$

$$p = a \times b = a\,b \tag{3}$$

$$q = \frac{a}{b} = a : b \tag{4}$$

$$P = a \times a \times a \times a \times a = a^5 \tag{5}$$

$$a = \sqrt[5]{P}. \tag{6}$$

Le formole od equazioni (1) (2) (3) e (4) indicano rispettivamente la *somma,* la *differenza,* il *prodotto* ed il *quoziente* di due numeri qualsivoglia a e b. La (5) esprime il prodotto dei cinque fattori eguali, che hanno generato il numero p [n.° 4], e la (6)

indica che a è una delle 5 radici eguali che concorrono a formare la quantità P, [n.° 5].

21. La equazione (5) si può anche scrivere così:

$$5 = \log. P$$

ed allora 5 (che indica sempre il numero dei fattori eguali che hanno prodotto P) prende il nome di *logaritmo* di P nel sistema che ha per base a.

22. *Termine* o *monomio* è un numero rappresentato da più fattori intieri o frazionarii e si compone di quattro elementi:

1.° Del *segno;*
2.° Del *coefficiente;*
3.° Delle *lettere* o *quantità;*
4.° Degli *esponenti*

Così:

$$-\frac{5\,a^2\,b^3}{c}$$

è un *termine* o *monomio.*

Operazioni fondamentali sui monomii.

23. La *somma algebrica* non si può eseguire che unendo assieme le diverse quantità coi rispettivi segni.

Indicando con S la somma dei termini $2a; -5b; +3c$ si avrà:

$$S = +2a - 5b + 3c$$

24. Due o più termini sono *simili* quando hanno le stesse lettere ed eguali esponenti, così:

$$+7\,a^2\,b; \quad -3\,a^2\,b; \quad 5\,b^2\,c; \quad -9\,b^2\,c.$$

La somma detta S, sarebbe

$$S = 7\,a^2\,b - 3\,a^2\,b + 5\,b^2\,c - 9\,b^2\,c$$

e riducendo i termini della stessa specie, ma di contraria natura, si avrebbe

$$S = 4\,a^2\,b - 4\,b^2\,c$$

ossia si opera sui coefficienti dando, nel caso che i termini sieno di natura contraria, al resto il segno del coefficiente maggiore.

25. *Sottrazione algebrica.*

Abbiansi le due quantità a e b entrambe positive, per levare b da a basterà aggiungere ad a una quantità eguale a b, ma di segno contrario, cioè scrivere:

$$a - b$$

Se invece devo sottrarre da a la quantità negativa $-b$, basterà che ve ne aggiunga una eguale, ma positiva, e quindi indicherò l'operazione scrivendo

$$a + b$$

cioè che per *effettuare la sottrazione algebrica di due termini qualsivoglia, basta al primo unire il secondo, ma col segno cambiato.*

26. *Moltiplicazione algebrica.*

In algebra moltiplicare fra di loro le due quantità a e b, vuol dire ripetere tante volte b quante sono le unità contenute in a, ma *nel senso imposto dal segno che lo precede, ossia ora positivamente ed ora negativamente* e sappiamo che, nel primo caso significa *aggiungere,* nel secondo *sottrarre.*

Regola dei segni.

1.° *Caso:* Fattori entrambi positivi.

$$+a \times +b = +ab.$$

2.° *Caso:* Moltiplicando —, moltiplicatore +

$$-a \times +b,$$

ossia prendere b volte la quantità negativa $-a$, avremo

$$-a \times b = -ab.$$

3.° *Caso:* Moltiplicatore —, moltiplicando +

$$+a \times -b,$$

ossia prendere negativamente b volte la quantità positiva a, il che verrà espresso dall'equazione

$$+a - b = -ab.$$

4.° *Caso:* I due fattori entrambi negativi.

$$-a \times -b$$

ossia prendere negativamente b volte la quantità negativa a, ma per sottrarre una quantità negativa (26) basta aggiungerla positiva, per cui avremo:

$$-a \times -b = +ab.$$

Quindi la regola generale:

I segni uguali (I°) e (IV°) dànno il più ed i disuguali, (II° e III°) il meno.

27. *Regola dei coefficienti* e *delle lettere.*

Si effettua la moltiplicazione di questi mettendo poscia di seguito al prodotto le lettere senza imporvi alcun segno, così

$$4a \times 5b = 20.ab.$$

infatti facendo precedere i fattori numerici si avrebbe

$$4 \times 5 \times a \times b = 20 \times ab = 20.ab.$$

28. *Regola degli esponenti.*

Sia da moltiplicare a^2 per a^3 avremo

$$a^2 = a \times a$$

$$a^3 = a \times a \times a$$

e quindi

$$a^2 \times a^3 = a \times a \times a \times a \times a = a^5$$

ossia se ne effettua la somma scrivendola sulla lettera che esprime i fattori comuni.

In base quindi alle suesposte regole avremo

$$-5a^2b^3 \times -3ab^2 = +15a^5b^5$$

29. *Divisione algebrica.* Sia

D = dividendo,

d = divisore,

q = quoziente.

Avremo

$$\frac{D}{d} = q \quad \text{da cui} \quad q \times d = D$$

Regola dei segni.

Considerando i quattro casi della moltiplicazione algebrica (§ 26) avremo:

$$+q \times +d = +D \text{ ed anche } \frac{+D}{+d} = +q$$

$$-q \times +d = -D \text{ » » } \frac{-D}{+d} = -q$$

$$+q \times -d = -D \text{ » » } \frac{-D}{-d} = +q$$

$$-q \times -d = +D \text{ » » } \frac{+D}{-d} = -q$$

ossia che analogamente alla moltiplicazione anche nella divisione i *segni eguali danno il più, i disuguali il meno.*

Regola dei coefficienti e *delle lettere.*

Dovendosi dividere $15\,a\,b^2\,c$ per $3\,c\,d$ si avrà

$$\frac{15\,a\,b^2\,c}{3\,c\,d} = \frac{15}{3} \times \frac{a\,b^2\,c}{d\,c} = \frac{5\,a\,b^2}{d}$$

analogamente

$$\frac{2\,b\,d}{3\,b\,c} = \frac{2\,d}{3\,c};$$

cioè: *I coefficienti si dividono fra loro o si indica la divisione qualora il quoziente sia frazionario, le lettere eguali si tolgono lasciando le altre ad indicare il quoziente.*

Regola degli esponenti.

Sia da dividere a^5 per a^3 avremo

$$\frac{a^5}{a^3} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} = a^2$$

ossia si eseguisce la *differenza degli esponenti dei due termini eguali e che si dà per nuovo esponente al quoto.*

Se invece si avesse da dividere a^3 per a^5 si avrebbe evidentemente

$$\frac{a^3}{a^5} = \frac{1}{a^2}$$

ossia la *lettera comune coll'esponente differenza si pone a denominatore dell'unità,* quando il divisore è maggiore del dividendo.

30. *Potenze.* Potenza è un prodotto di fattori uguali.

In algebra quando si vuole innalzare ad una data potenza una data quantità, questa si scrive fra parentesi e vi si pone in alto a destra il grado della potenza. Così

$$(5\,a\,b\,c^2)^2$$

dicesi *potenza seconda* di $5\,a\,b\,c^3$.

Si debba innalzare alla terza potenza lo stesso monomio, avremo

$$(5\,a\,b\,c^3)^3 = 5\,a\,b\,c^2 \times 5\,a\,b\,c^3 \times 5\,a\,b\,c^3,$$

ed in base alle regole precedenti:

$$(5\,a\,b\,c^3)^3 = 125\,a^3\,b^3\,c^9$$

ossia per *formare la potenza di un monomio si moltiplicano gli esponenti di tutti i fattori pel grado della potenza.*

Domandisi la potenza 3ª della frazione $\frac{x}{y}$ si avrà:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x}{y} \times \frac{x}{y} \times \frac{x}{y} = \frac{x^3}{y^3}$$

per cui *la potenza di un monomio frazionario si ottiene innalzando i termini del dividendo e del divisore al grado della potenza,* quindi:

$$\left(\frac{a\,x^2}{y^2\,b}\right)^2 = \frac{a^2\,x^4}{y^4\,b^2}.$$

In quanto poi al segno della potenza vale la stessa regola data per i segni della moltiplicazione algebrica, la potenza non essendo che il risultato di una moltiplicazione, cioè: *il segno della potenza pari è sempre positivo, quello della dispari eguaglia quello della sua radice,* regola compendiata nelle seguenti formole:

$$(+x)^{2n} = +a^{2n}$$

$$(\pm x)^{2n+1} = +x^{2n+1}$$

31. *Radici.* La *radice* è uno dei fattori eguali che han prodotto la *potenza,* e per determinarla occorre un'operazione in-

versa a quella che servì per formare la potenza; in altri termini la radice è il risultato di una divisione, mentre, come si disse, la potenza è invece il risultato di una moltiplicazione.

Per indicare la radice di una data quantità in algebra si usa lo stesso segno indicato al [n.° 5] quindi

$$\sqrt[3]{a\,b\,c}$$

indicherà la *radice terza di a b c.*

Dalla superiore definizione sarà

$$\sqrt[3]{125\,a^3\,b^3\,c^9} = 5\,a\,b\,c^3$$

giacchè se si innalza il monomio $5\,a\,b\,c^3$ alla terza potenza si riprodurrà il termine posto sotto l'indice radicale, e quindi la regola generale: *che per estrarre la radice n^{sima}* (qualsivoglia) *di un monomio intero, si estrae la radice n^{sima} del suo coefficiente* (colle regole date al n.° 6) *e si divide per n ciascuno dei suoi esponenti.*

32. Se il monomio è *frazionario* si estrae, in base alla suesposta regola, la radice del numeratore e del denominatore e si divide la prima per la seconda.

Per esempio:

$$\sqrt{\frac{16\,b^2}{4\,a^6}} = \frac{4\,b}{2c^3}$$

infatti: elevando il termine $\frac{4b}{2c^3}$ alla seconda potenza si ottiene la frazione monomia primitiva.

33. Quanto al segno da darsi alla radice, questo si deduce dalle formole generali delle potenze pari e dispari del [n.° 30], dalle quali si ricavano le seguenti regole:

a) La *radice pari* di una quantità positiva ha doppio segno:

$$\sqrt[2n]{+x^p} = \pm x^{\frac{p}{2n}}$$

La *radice dispari* di una quantità qualunque ha lo stesso segno della potenza da cui deriva:

$$\sqrt[2n+1]{\pm x^p} = \pm x^{\frac{p}{2n+1}}$$

Dei logaritmi.

34. Il *logaritmo* di un numero altro non è che l'*esponente* (intero o frazionario) *della potenza* a cui si deve innalzare un altro

numero (detto *base*) per ottenere il primo. Così:

$$10^2 = 100$$

è il *logaritmo* di 100 nel sistema che ha per base 10, perchè è appunto l'esponente della potenza a cui bisogna innalzare il 10 per avere il 100.

Quindi nell'equazione

$$B^l = N$$

l è il logaritmo del numero N sulla base B e si esprime coll'altra equazione simbolica

$$l = \log. N.$$

Se facciamo

$$B = 10$$

$$l = 3$$

$$N = 1000$$

avremo:

$$10^3 = 1000$$

e 3 è il logaritmo di 1000 sulla base 10 perchè è appunto l'esponente della potenza a cui bisogna elevare il 10 per avere il 1000, quindi sarà:

$$3 = \log. 1000.$$

Analogamente nell'equazione

$$10^{0.30103} = 2$$

0,30103 è il logaritmo di 2, perchè è appunto l'esponente frazionario che dato al numero costante o *base* 10 produce il 2, e quindi

$$\log. 2 = 0{,}30103.$$

35. Dal suddetto si rileva come tutti i numeri si possano considerare come potenze successive di una base comune.

Infatti dando al numero *dieci*, assunto come *base*, tutti gli *esponenti* da 0 a 5, e minime frazioni intermedie si possono ottenere tutti i numeri possibili da 1 fino a 100000.

La serie appunto di tutti questi esponenti costituisce il *sistema logaritmico*, che altro non è che una estesa tavola delle potenze del 10 colla quale dato il *numero* si trova l'*esponente* e viceversa.

36. Essendo quindi tutti i numeri *potenze della stessa base*, la teoria dei logaritmi si identifica con quella delle potenze della stessa quantità.

Se indichiamo con B una quantità o numero indeterminato qualsiasi e l'assumiamo come base di un sistema di logaritmi, da quanto abbiamo esposto ai [n.i 30 e 31] possiamo stabilire le seguenti equazioni:

$$B = B^1$$

$$1 = B^0$$

$$B^n \times B^m = b^{m+n}$$

$$\frac{B^m}{B^n} = B^{m-n}$$

$$(B^m)^n = B^{nm}$$

$$\sqrt[n]{B^m} = B^{\frac{m}{n}}$$

Siccome poi il logaritmo di un numero non è che l'esponente che dato alla base genera il numero stesso, avremo le seguenti equazioni:

$$\log. B = \log. B^1 = 1 \tag{7}$$

$$\log. 1 = \log. B^0 = 0 \tag{8}$$

$$\log. B^n \times B^m = \log. B^{m+n} = m + n$$

ma m ed n non sono che i logaritmi di

$$B^m \text{ e } B^n$$

quindi

$$\log. B^n + B^m = m + n = \log. B^m + \log. B^n \tag{9}$$

$$\log. \frac{B^m}{B^n} = \log. B^{m-n} = m - n = \log. B^m - \log. B^n \tag{10}$$

$$\log. (B^m)^n = \log.^{nm} = nm = n \,.\, \log. m \tag{11}$$

$$\log. \sqrt[n]{B^m} = \log. B^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} = \frac{\log. m}{n} \tag{12}$$

37. Le equazioni (6) (7) (8) (9) (10) 11) ci dicono:

1.° che il logaritmo della base eguaglia l'unità;

2.° che il logaritmo dell'unità eguaglia zero;

3.° che il logaritmo di un prodotto non è che la somma dei logaritmi dei fattori;

4.° che il logaritmo di un quoziente è la differenza dei logaritmi del dividendo e del divisore;

5.° che il logaritmo di una potenza è dato dal prodotto del logaritmo della sua radice per il grado della potenza.

6.° che il logaritmo della radice si ha dal logaritmo della potenza diviso per l'indice della radice stessa.

Le proprietà di cui godono i logaritmi c'insegnano ad operare sugli esponenti dei numeri anzichè sui numeri stessi, semplificando in modo ammirabile i calcoli numerici, giacchè la *moltiplicazione* e la *divisione* si trasformano rispettivamente in una *somma* ed in una *sottrazione;* l'*innalzamento a potenza* in una *moltiplicazione,* e l'*estrazione di qualunque radice* in una sola e *semplice divisione.*

38. Qualunque numero, ad eccezione dell'unità, si può assumere come *base dei logaritmi,* ma la base $B = 10$ è la universalmente usata, per ciò appunto le analoghe tavole si chiamano dei *logaritmi volgari.*

Neper inventore dei logaritmi avea scelto invece:

$$B = 2.71828183$$

numero dedotto dall'iperbole e perciò si dissero, e si chiamano tuttora, *logaritmi neperiani od iperbolici.*

Vedremo in altro capitolo come per abbreviare e facilitare i calcoli dove entrano le funzioni circolari, si diano delle tavole in cui in luogo delle semplici funzioni anzidette si trovano i logaritmi *volgari* delle funzioni stesse (e delle quali appunto se ne fa un uso esteso nella moderna topografia). Analogamente si sono calcolate le tavole dei logaritmi volgari di tutti i numeri naturali da 1 sino al 100000.

39. Nel sistema dei *logaritmi volgari* ossia a base $B = 10$ si ha: che i logaritmi delle potenze intiere della base sono i numeri intieri 1, 2, 3, ecc.

Infatti:

$$10^0 = 1 \qquad \log. 1 = 0 \qquad (13)$$
$$10^1 = 10 \qquad \log. 10 = 1 \qquad (14)$$
$$10^2 = 100 \qquad \log. 100 = 2 \qquad (15)$$
$$10^3 = 1000 \qquad \log. 1000 = 3 \qquad (16)$$

e così di seguito.

Uno dei vantaggi principali che presenta il sistema di logaritmi suddetti sta appunto in ciò: che conoscendòsi il logaritmo di un numero si ha immediatamente quello di un altro numero 10, 100, 1000, ecc., volte maggiore, giacchè basta aggiungere 1, 2, 3, ecc., unità al dato logaritmo; ed analogamente se si toglie invece 1, 2, 3, ecc., unità dal dato logaritmo, il risultato corrisponderà ad un numero 10, 100, 1000, ecc., volte minore.

Infatti, sia:

$$\log. a = x$$

avremo:

$$\log. (a \times 10) = \log. a + \log. 10 = \log. a + 1 = x + 1.$$

Così:

$$\log. (a \times 100) = \log. a + \log. 100 = \log. a + 2 = x + 2$$

come pure

$$\log. \frac{a}{10} = \log. a - \log. 10 = \log. a - 1 = x - 1$$

$$\log. \frac{a}{100} = \log. a - \log. 100 = \log. a - 2 = x - 2$$

e così di seguito. Tale proprietà servirà quindi a trovare il logaritmo di un numero maggiore del più grande dato dalle *tavole* come pure i logaritmi dei numeri decimali.

40. Se ora consideriamo:

a) che i numeri $>$ di 1 e $<$ di 10, cioè di una sola cifra, avranno per logaritmo una *frazione vera* (espressa naturalmente in decimali) che diverrà tanto più grande quanto più il numero si avvicinerà al 10;

b) che i numeri $>$ di 10 e $<$ di 100, cioè di due cifre, avranno per logaritmo un numero che sarà maggiore di 1 e $<$ di 2 cioè l'unità più una frazione decimale, e così di seguito, ne segue il principio che: un *numero qualsivoglia* $>$ dell'*unità avrà nella parte intiera del suo logaritmo tante unità quant'è il numero delle sue cifre meno una,* proprietà che si traduce dalla semplice ispezione delle equazioni (13) (14) (15) (16).

41. Il sistema dei logaritmi volgari gode anche della seguente importante proprietà che cioè: *i numeri naturali negativi*

sono rispettivamente i logaritmi delle frazioni che hanno l'unità per numeratore e per denominatore le potenze intiere successive della base.

Infatti:

$$10^{-1} = \frac{1}{10} \quad \text{quindi:} \quad \log.\frac{1}{10} = -1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{000} \quad \text{»} \quad \log.\frac{1}{100} = -2$$

$$10^{-3} = \frac{1}{1000} \quad \text{»} \quad \log.\frac{1}{1000} = -3$$

e così di seguito.

Se ora riflettiamo:

a) che un numero compreso fra 1 e 0,10 avrà per logaritmo un numero compreso tra 0 e — 1;

b) che i numeri compresi fra $\frac{1}{10}$ ed $\frac{1}{100}$ ossia fra 0,10 e 0,01 avranno per logaritmi un numero compreso tra — 1 e — 2;

c) che i numeri $>$ di 0,01 e $<$ di 0,001 avranno analogamente per logaritmo un numero compreso fra — 2 e — 3 e così di seguito, ne seguirà l'altra proprietà pure importante ed inerente al nuovo sistema logaritmico, che cioè:

La parte intiera del logaritmo di un numero DECIMALE *minore dell'unità, conterrà tante unità quanti sono i zero che trovansi tra la virgola e la prima cifra significativa del numero dato.*

42. Questa parte intiera, positiva o negativa, di un dato logaritmo dicesi *caratteristica*, e la parte frazionaria o decimale *mantissa*.

Vedremo come nelle *tavole logaritmiche dei numeri naturali*, vi si trova in generale soltanto la *mantissa* del logaritmo, giacchè in seguito al suesposto [ai 40 e 41], dato un numero di cui si cerca nelle tavole il corrispondente logaritmo, si conosce già a *priori* la relativa *caratteristica*.

Così:

3	sarà	la	caratteristica	di	4373.000000
2	»	»	»	»	437.300000
1	»	»	»	»	43.730000
0	»	»	»	»	4.370000
0	»	»	»	»	0.437300
— 1	»	»	»	»	0.043730
— 2	»	»	»	»	0.004373

43. Dal suesposto ne segue che: *i logaritmi delle frazioni proprie* (ossia di numeri minori dell'unità) *sono negativi.*

Sia $\frac{m}{n}$ una frazione propria, applicando i logaritmi si avrà (n.° 36):

$$\log. \frac{m}{n} = \log. m - \log. n$$

ma secondo $m < n$, la differenza sarà negativa.

Ad evitare però l'imbarazzo delle caratteristiche negative, si suole aumentare di 10 unità la caratteristica del numeratore col quale artifizio le sottrazioni divengono possibili. — Ciò equivale ad aumentare di 10 unità le caratteristiche negative.

Avremo quindi:

$$\log. \frac{1}{10} = \log. 0,1 = -1 = +10 - 1 = +9$$

$$\log. \frac{1}{001} = \log. 0,01 = -2 = +10 - 2 = +8$$

$$\log. \frac{1}{1000} = \log. 0,001 = -3 = +10 - 3 = +7$$

cioè che il *logaritmo di una frazione decimale ha in questo modo una caratteristica positiva che si ottiene togliendo da 9 il numero degli zeri inseriti dopo la virgola.* (La mantissa sarà sempre quella corrispondente alle cifre significative della proposta frazione.)

Chiamansi poi *logaritmi aumentati* quelli la cui caratteristica è stata appunto aumentata di 10 unità, e si usano specialmente, come in seguito vedremo, nelle costruzioni delle *tavole logaritmiche delle funzioni circolari* i cui valori sono per lo più minori dell'unità.

44. Prima di tenere parola della disposizione ed uso delle tavole logaritmiche dei numeri naturali, è mestieri spiegare l'artifizio del *complemento aritmetico* o *complemento di un logaritmico positivo* che talvolta si adopera (specialmente facendo uso delle scale logaritmiche di cui a suo tempo faremo menzione) per convertire in *somme le sottrazioni.*

Il *complemento di un numero positivo* è ciò che gli manca per ottenere un numero intiero eguale all'unità seguita da tanti zero

quante sono le cifre contenute nella parte intiera del numero proposto, così: 625 è il complemento di 375 giacchè:

$$375 + 625 = 1000$$

ed è facile ottenerlo poichè basta successivamente (da sinistra a destra) sottrarre tutte le sue cifre da 9 eccettuata l'ultima che togliesi da 10.

Infatti sottraendo successivamente il 3 ed il 7 dal 9 ed il 5 dal 10 si ha appunto 625 complemento di 375.

Ciò premesso se A e B sono due logaritmi, dovendo togliere il secondo dal primo, il residuo è

$$A - B$$

che posso scrivere anche così:

$$A + (10 - B) - 10$$

La quantità $(10 - B)$ non è che il *complemento aritmetico* di B (e che abbiamo più sopra indicato come mentalmente si ottiene) e per conseguenza in luogo di sottrarre i due logaritmi A e B si sommerà il logaritmo di A col logaritmo complemento di B e dalla loro somma preleveremo poscia 10 unità, convertendo in tal guisa, come più sopra si disse, la sottrazione in addizione.

Facciamone un'applicazione numerica. Cerchisi il quoziente di $A:B$; applicando i logaritmi avremo:

$$\log. \frac{A}{B} = \log. A - \log. B,$$

poniamo

$$A = 47.5350$$

$$B = 8.5623,$$

Ricorrendo alle tavole logaritmiche si trova:

$$\log. A = \log. 47.5350 = 1.6770135$$

$$\log. B = \log. 8,5623 = 0,9325904$$

la differenza o logaritmo quoziente sarà $= 0.7444231$

al quale logaritmo corrisponde nelle tavole il minore 5,551663 che sarà il quoziente cercato.

Facciamo uso invece del *complemento aritmetico.*

Il logaritmo di B è 0.9325904 il suo complemento aritmetico è 9.0674096 (complemento che mentalmente si ottiene sottraendo tutte le sue cifre da 9, l'ultima eccettuata che togliesi da 10).

Avremo quindi $\log. A = 1.6770135$

Complemento $\log. B = 9.0674096$

Somma o log. quoziente $= 10.7444231$

dal quale prelevando 10 unità dalla somma delle caratteristiche si ricade nel risultato superiormente trovato.

45. *Delle tavole logaritmiche.*

Fra le tante tavole di logaritmi consigliamo l'adozione di quelle a 7 decimali del Santini.[1]

Nelle tavole di questo illustre astronomo e geometra v'ha pure una dettagliata e chiara esposizione sull'uso delle medesime, per cui sarebbe invero superfluo che ci intrattenessimo su tale argomento.

Delle tavole anzidette si fa un uso molto esteso in tutte le scienze, ma segnatamente nell'astronomia, nella nautica, nell'alta Geodesia ed ora anche nella moderna topografia.

Col sussidio di queste tavole si abbreviano e facilitano i calcoli numerici in modo meraviglioso come si può scorgere dai due seguenti esempi:

a) trovare il 4° termine della proporzione geometrica:

$$8239 : 3729 :: 1879 : x$$

$$\log. 3729 = 3.5715924$$

$$+ \log. 1879 = 3.2739268$$

$$6.8455192$$

$$- \log. 8239 = 3.9158745$$

$$2.9296447$$

Antilogaritmo 850.44.

[1] SANTINI, *Tavole logaritmiche.* Tipografia Sacchetto. Padova.

b) trovare il valore dell'espressione:

$$x = (8.79)^5 \sqrt[3]{753.96}$$

log. 8.79 = 0.9439889; $5 \times$ log. = 4.7199445 +

log. 753.96 = 2.8773483; $^1/_3$ log. = 0.9591161

Somma . . . . . log x = 5.6790606

Cercando nelle tavole il numero corrispondente a quest'ultimo logaritmo, e tenuto conto della caratteristica, si trova

$$x = 477595{,}87.$$

CAPITOLO III.

PRIMI ELEMENTI DI GEOMETRIA ANALITICA

Elementi di geometria.

46. *Angolo* è la vicendevole inclinazione di due rette, che diconsi *lati* dell'angolo, il punto d'incontro *vertice* dell'angolo.

Una retta è *perpendicolare* o *normale* ad un'altra quando fa con quella angoli adiacenti eguali, e chiamasi *angolo retto* quello formato da una retta con un'altra ad essa normale.

Ogni figura piana rettilinea dicesi *poligono*. Le rette che chiudono il poligono diconsi *lati*; la somma dei lati *perimetro*, il punto d'incontro di due lati *vertice*; *diagonale* la retta che unisce due vertici non adiacenti al medesimo lato.

Poligoni convessi quelli che non hanno angoli rientranti.

47. *La somma degli angoli di un poligono qualunque eguaglia tante volte due angoli retti quanti sono i lati meno due:*

S = somma degli angoli;

n = numero dei lati.

Si avrà

$$S = 2(n-2) = (2n-4) \text{ angoli retti.} \qquad (1)$$

Proprietà che necessita tenere a memoria perchè serve alla verifica dei poligoni rilevati coi *tacheometri*, come avremo occasione di constatare a suo luogo.

48. *Triangolo* un poligono di tre lati. Dicesi *rettangolo* se ha un angolo retto.

In ogni triangolo si suole indicare colle lettere maiuscole latine i vertici e colle corrispondenti minuscole i lati opposti, gli angoli con una lettera greca scritta tra i lati dell'angolo presso

al vertice con un archetto punteggiato che chiude l'angolo, come si vede nella fig. 1.

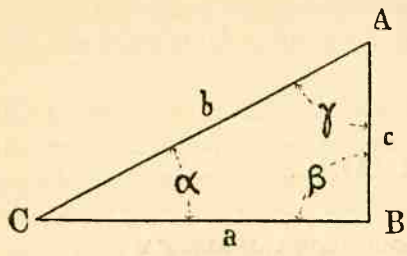


Fig. 1.

Nel triangolo ABC, rettangolo in B, il lato b opposto all'angolo retto dicesi *ipotenusa*, gli altri due *cateti*.

Rispetto al lato c, γ dicesi angolo *adiacente* α angolo *opposto*.

Tra i lati a, b, c esiste la seguente relazione scoperta da Pitagora

$$b^2 = a^2 + c^2 \qquad (2)$$

ossia: che in *ogni triangolo il quadrato della ipotenusa è eguale alla somma dei quadrati dei cateti.*

Noti quindi a e c si può ricavare il valore di b giacchè dalla formola (2) si ha:

$$b = \sqrt{a^2 + c^2} \qquad (3)$$

di cui ci serviremo a suo tempo.

Dicesi *complemento* di un angolo ciò che gli manca per far un *retto*, e *supplemento* ciò che gli occorre per formare due angoli retti.

In ogni triangolo rettangolo gli angoli α e γ sono *complementari*, inoltre la somma di α e γ è *supplemento* di β. Il che è quanto dire che la somma degli angoli di un triangolo rettangolo eguaglia due angoli retti, il che risulta anche applicando al poligono in esame la formola (1).

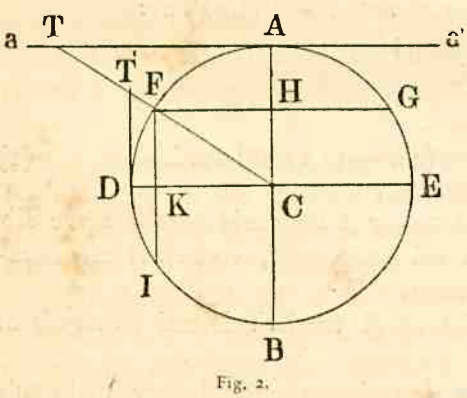


Fig. 2.

49. *Circolo*, figura piana chiusa da una linea curva i cui singoli punti distano egualmente da un punto centrale c detto appunto *centro* del circolo.

Circonferenza o *periferia* dicesi la curva che chiude il circolo.

Qualunque retta CA condotta dal centro alla periferia dicesi *raggio*. *Diametro* qualsivoglia retta ACB che passando pel cen-

tro congiunge due punti della periferia. Due diametri tra di loro normali AB, DE dividono la circonferenza in quattro parti eguali che appellansi *quadranti*. Il *quadrante* è quindi la quarta parte della circonferenza.

Angolo al centro quello formato da due raggi come ACD.

Tangente qualsivoglia retta che ha un sol punto comune colla circonferenza, come la aAa', ed è quindi normale al raggio passante per quel punto, formando per ciò angolo retto col medesimo.

Arco di circolo una porzione qualunque come AF della circonferenza.

Un *angolo al centro* ed un *arco* sono *corrispondenti* quando l'angolo è formato dai raggi condotti per gli estremi dell'arco stesso, così dicasi dell'arco AF e dell'angolo ACF.

50. La tangente dell'arco AF o dell'angolo ACF dal medesimo sotteso, e quindi corrispondenti, è la porzione di normale condotta dall'estremità A del raggio CA sino allo incontro dell'altro raggio CF convenientemente prolungato, quindi

$$AT = \text{tang. dell'arco } AF$$
$$= \text{» dell'angolo } ACF.$$

Analogamente se DT' è normale al raggio CD nel punto D, sarà:

$$DT' = \text{tangente dell'arco } DF$$
$$= \text{» dell'angolo } DCF.$$

Essendo poi l'angolo DCF, *complemento* dell'altro angolo FCA. la retta DT' dicesi anche *cotangente* dell'arco FA o dell'angolo FCA, ossia la cotangente di un angolo non è che la tangente del suo complemento.

51. Abbiasi ora la circonferenza $AEBD$ di centro C, AB e DE due diametri *ortogonali* ossia normali fra di loro. Dall'estremo F dell'arco AF si conduca il raggio CF, e dallo stesso punto F si conduca una normale al diametro AB e si prolunghi sino ad incontrare la circonferenza in G. La FG chiamasi *corda*, che verrà divisa per metà nel punto H dal diametro AB. Ora la metà FH della corda FG, chiamasi *seno* dell'arco ed angolo corrispondenti AF ed ACF, e la parte del raggio AC intercetta fra il centro e la corda, ossia la porzione CH del detto raggio, chiamasi *coseno* dell'arco ed angolo corrispondenti suddetti.

Per cui avremo:

$$FH = \text{seno dell'arco } AF$$
$$= \text{seno dell'angolo } ACF$$
$$CH = \text{coseno dell'arco } AF$$
$$= \text{» dell'angolo } ACF.$$

Analogamente se dal punto F, abbassiamo una normale al diametro DE e la prolunghiamo sino ad incontrare la circonferenza in I la metà FK della corda FI, è il *seno* dell'angolo FCD o dell'arco corrispondente FD, e la KC sarà il *coseno* dello stesso angolo od arco.

Siccome poi il secondo angolo è complemento del primo, anche dalla semplice ispezione della figura si scorgerà facilmente che il *seno* dell'uno non è che il *coseno* dell'altro, e viceversa.

Lo studioso si renda ben famigliari queste elementarissime nozioni, se vorrà apprendere con maggiore facilità gli elementi di trigonometria che appresso esporremo e che sono, per così dire, il fondamento di tutta la teoria della Celerimensura.

52. Ciò premesso conviene ora indicare il modo con cui dai geometri si sogliono misurare gli *angoli* col mezzo degli *archi* di circolo descritti dal loro vertice come centro, ai quali archi appunto sono proporzionali gli angoli corrispondenti.

Abbiasi l'angolo acb. Se col raggio $CR = 1$ descriviamo il circolo $ORST$, l'arco OR compreso fra i lati, ca e ch dell'angolo, viene ad esso sostituito e riguardato come la sua misura. Egualmente l'arco OS viene reputato misura dell'angolo acb'. Infatti questi archi aumentando e diminuendo in proporzione degli angoli stessi che sottendono, sebbene sieno essi eterogenei, sono valevoli a presentarci una idea chiara della varia loro ampiezza od apertura. Ciò premesso la *circonfezenza* del circolo si suole dividere in due diversi modi.

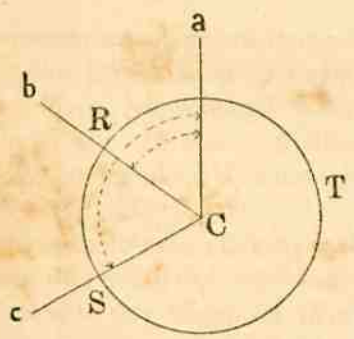


Fig. 3.

53. *Sistema antico.*

Gli antichi geometri divisero la circonferenza in *quattro quadranti*, ognuno diviso alla sua volta in 90 parti dette *gradi*, ogni

grado venne suddiviso in 60 parti detti *minuti,* ed ogni minuto in altre 60 parti dette *secondi.*

Quindi in base al suddetto sistema la circonferenza si considera divisa in 360 *gradi,* ossia 21600 *minuti* (detti anche *minuti primi*), ossia 1.896.000 *secondi* (detti anche *minuti secondi*).

I *gradi* s'indicano poi con un piccolo *o* scritto sopra il numero che li rappresenta, i *minuti* con un accento (′), ed i *secondi* con due accenti (″).

Quindi i numeri: 23°.35′.54″.3 rappresenteranno 23 gradi, 35 primi, 54 secondi e 3 decimi di secondo.

Nei circoli graduati secondo un tale sistema, la graduazione procede sempre da sinistra a destra anteriormente, ossia nel senso secondo il quale camminano le sfere di un orologio e come indica la freccia (fig. 4).

Un tale sistema viene tuttora, e bisogna dirlo senza una seria e plausibile ragione, adottato dalla maggioranza degli astronomi, dei geografi, dei geometri e dei meccanici.

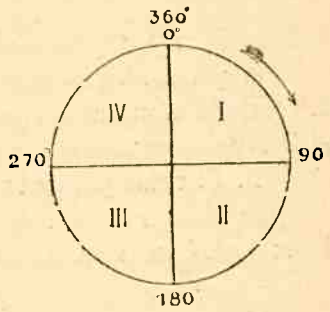


Fig. 4.

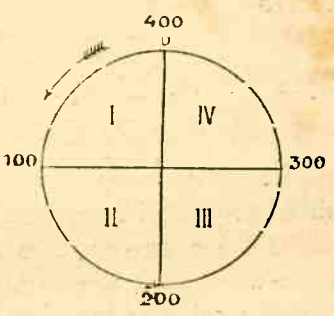


Fig. 4 *bis.*

54. *Sistema moderno.*

La facilità grandissima che le frazioni decimali introdussero nei calcoli aritmetici indusse taluni geometri moderni ad introdurre il sistema decimale eziandio nella divisione del circolo, e siccome fu esso adottato dal Porro nella divisione dei circoli annessi a' suoi istrumenti, ed in quelli dei moderni tacheometri, così è qui opportuno farne parola.

In base ad un tale sistema l'intiera circonferenza viene divisa egualmente in quattro quadranti, ognuno dei quali però in 100 *gradi,* ogni grado in 100 *primi* ed ogni primo in 100 *secondi* e così di seguito (fig. 4bis).

In taluni circoli appartenenti a speciali *goniometri* (misuratori di angoli) e proprii della Celerimensura, e di cui a suo tempo faremo parola, la graduazione procede da destra anteriormente a sinistra, ossia nel senso inverso secondo il quale procedono le

sfere di un orologio. Circostanza che va tenuta presente per ragioni di cui a suo luogo specificheremo.

Anche in questo metodo i *gradi,* i *minuti* ed i *secondi* s'indicano coi segni proprii del sistema antico per cui i numeri

$$376°.68'.89''$$

indicherebbero 376 gradi, 68 primi ed 89 secondi.

Ma noi a scanso di equivoci, indicheremo i gradi centesimali, anzichè con un *o,* con un piccolo *g* scritto sopra il numero che li rappresenta, analogamente a quanto usano i Francesi.

55. Siccome poi colla nuova divisione i *minuti* sono centesime parti del *grado* ed i *secondi* diecimillesime parti, così l'angolo od arco suddetto si potrebbe scrivere

$$376^{g},6889.$$

Anzi prendendo il *quadrante* come unità, l'arco espresso dal numero

$$85^{g},5379$$

si può scrivere nel seguente modo

$$0^{q}.855379$$

giacchè i *gradi* sono centesime parti del quadrante, i *minuti* decimillesime parti, i *secondi* milionesime parti dello stesso quadrante.

Ed è questo appunto il sistema di scrivere gli angoli nelle tavole trigonometriche centesimali, di cui a suo tempo faremo parola, per cui avendosi il numero

$$0^{q},0855$$

desso esprimerà senz'altro che la misura dell'angolo o dell'arco si è di 8 *gradi* e 55 *primi.*

56. *Confronto dei due sistemi.*

Gl' inconvenienti che presenta il metodo antico di dividere la circonferenza del circolo sono talmente patenti, che ognuno, per poco che lo abbia usato, se ne sarà da per sè persuaso.

Le suddivisioni del quadrante sono frazioni il cui denominatore oltre di essere differente pei diversi gruppi non è nemmeno esplicitamente espresso.

Infatti il primo gruppo (i gradi) ha per divisore il 90, il secondo ed il terzo (minuti e secondi) il 60, e per un ulteriore sfrazionamento s'impiegano i decimali! e ciò per evitare di spingere più oltre la malintesa divisione inerente ai precedenti gruppi.

Usando questo sistema, onde eseguire dei calcoli sugli angoli, occorre ridurre i gradi in minuti, i minuti in secondi e viceversa, il che rende molto più lenti i calcoli numerici e più complicate le misurazioni angolari. Al contrario usando della divisione centesimale, le operazioni numeriche sugli angoli si eseguiscono colla massima facilità, e non si comprende invero come non sia stata universalmente adottata, sia perchè è limitato, relativamente, il numero di coloro che fanno uso degli angoli, sia perchè il *metro* e le misure che ne derivano sono già in uso presso parecchie nazioni.

Ma se per ragioni che qui sarebbe superfluo riferire si continua ancora presso gli scienziati a seguire il sistema sessagesimale, non vi sarebbe ragione alcuna seria e plausibile perchè il Topografo ed il Geodata non adottassero la divisione centesimale, e si deve senza dubbio alla ardita ed intelligente iniziativa del Porro se adottandola per i circoli de' suoi istrumenti e facendone quasi la base della sua Celerimensura, ora la divisione decimale si riscontra nei Talcheometri, sia Italiani che Francesi ed Inglesi.

57. *Passaggio dalla vecchia alla nuova divisione e viceversa.*

Siccome poi può occorrere alle volte di fare uso di un' istrumento coi circoli divisi in base al sistema antico o sessagesimale, onde seguire i procedimenti proprii della moderna Topografia occorre conoscere pure come si possano trasformare i *gradi minuti* e *secondi* espressi secondo una data divisione in quelli corrispondenti dell'altra, ossia sapere la relazione fra i gradi centesimali e sessagesimali e viceversa.

Indichiamo con G un numero qualsivoglia di gradi e parti di grado *centesimali* con g un numero corrispondente di gradi e parti di grado nella divisione *sessagesimale*, si avrà:

$$G : g :: 400 : 360 :: 100 : 90 :: 10 : 9$$

dalla quale si ricava:

$$g = \frac{9}{10} G = G - \frac{1}{10} G \qquad (4)$$

$$G = \frac{10}{9} g = g + \frac{1}{9} g \qquad (5)$$

E queste semplici equazioni ci somministrano regole altrettanto semplici per tali conversioni come dai seguenti esempi:

BIBLIOTECA

a) Si debba convertire l'arco *sessagesimale*

$$23°.35'.54''$$

nell'equivalente *centesimale.*

Converrà prima ridurre i *minuti* ed i *secondi* in parti di *grado.*

Poichè 54″ equivalgono a $\frac{54}{60}$ di *minuto* avremo

$$54'' = 0'.9.$$

Dividendo del pari 35.9 per 60 verranno i *minuti* convertiti in parti di *grado* e si troverà

$$35.9 = 0^{v}.598333.$$

Quindi l'arco proposto equivale a . . . 23°.598333
a cui aggiunto la sua nona parte . . . . . 2 .622037
arco cercato della divisione centesimale . . 26 .220370

cioè

$$26^{c}.22'.03''.70'''.$$

b) Si abbia l'arco centesimale

$$397^{g}.58'.95''.$$

da trasformare nello equivalente espresso secondo la divisione sessagesimale

arco proposto: 397.58950
$^{1}/_{10}$ 39.75895
Δ 357.83055

la frazione decimale 0,83055 si riduce in minuti e parti di minuto moltiplicandola per 60, e la nuova frazione occorrerà moltiplicarla pure per 60 onde ridurla in secondi, quindi

$$0{,}83055 \times 60 = 49{,}83300 \text{ minuti primi}$$

e

$$0{,}83300 \times 60 = 49.48$$

quindi l'arco proposto equivale a 357°.49′.49″.48 della vecchia divisione.

58. Sapendosi adunque che il rapporto di un quadrante fra l'antica e nuova divisione è $\frac{90}{100}$, ossia 0,90 e che:

90° equivalgono a 5400′
oppure a 324000″.

Si avrà che:

$0^g,01$ (ossia il grado centesimale) $= 54'$ (minuti primi sessagesimali).

$0^g,0001$ (un minuto centesimale) $= 32'',4$ (secondi sessagesimali).

$0^g,000001$ (un secondo centesimale) $= 0'',324$ (millesimi di secondo sessagesimale).

In base a questi rapporti ho compilato la seguente tabella la quale può tornar utile (non avendo le tavole logaritmiche centesimali di cui faremo più oltre parola) per convertire in modo più semplice e spedito il valore di un arco od angolo dato nella divisione *centesimale* in quello corrispondente nella divisione sessagesimale

TABELLA N.° I.

Indicante la relazione fra i gradi centesimali e sessagesimali.

Gradi centesimali			Gradi sessagesimali			Gradi centesimali			Gradi sessagesimali		
Gradi	Centesimi	Milleſimi	Gradi	Minuti	Secondi	Gradi	Centesimi	Milleſimi	Gradi	Minuti	Secondi
$0^g,00$	00	01	—	—	$0'',324$	$0^g,00$	10	00	—	5′	24″,000
»	»	2	—	—	0,648	»	20	—	—	10	48,000
»	»	3	—	—	0,972	»	30	—	—	16	12,000
»	»	4	—	—	1,290	»	40	—	—	21	36,000
»	»	5	—	—	1,626	»	50	—	—	27	00,000
»	»	6	—	—	1,944	»	60	—	—	32	24,000
»	»	7	—	—	2,268	»	70	—	—	37	48,000
»	»	8	—	—	2,592	»	80	—	—	43	12,000
»	»	9	—	—	2,916	»	90	—	—	48	36,000
»	»	10	—	—	3,240	$0^g,01$	00	00	—	54	00,000
»	»	20	—	—	6,480	2	—	—	1°	48	—
»	»	30	—	—	9,720	3	—	—	2	42	—
»	»	40	—	—	12,960	4	—	—	3	36	—
»	»	50	—	—	16,200	5	—	—	4	30	—
»	»	60	—	—	19,440	6	—	—	5	24	—
»	»	70	—	—	22,680	7	—	—	6	18	—
»	»	80	—	—	25,920	8	—	—	7	12	—
»	»	90	—	—	29,160	9	—	—	8	6	—
$0^g,00$	01	00	—	—	32,400	10	—	—	9	—	—
»	2	—	—	1′	4,800	20	—	—	18	—	—
»	3	—	—	1	37,200	30	—	—	29	—	—
»	4	—	—	2	9,600	40	—	—	36	—	—
»	5	—	—	2	42,000	50	—	—	45	—	—
»	6	—	—	3	14,400	60	—	—	54	—	—
»	7	—	—	3	46,800	70	—	—	63	—	—
»	8	—	—	4	19,200	80	—	—	72	—	—
»	9	—	—	4	51,600	90	—	—	81	—	—
»	10	—	—	5′	24,000	100	—	—	90°	—	—

L'uso di questa tavola è semplicissimo, come risulta dal seguente esempio:

Arco centesimale da trasformare $397^{g}.5895$, si può disporre l'operazione nel modo seguente:

$300^{g} = 270°.$
$90 = 81°.$
$7 = 6°.18'$

$357°.18'$

$50 = 27'$
$8 = 4'.19'',200$ $31'.19''.200$

$90 = 29''.160$
$5 = 1''.626$ $30''.786$

Arco equivalente sessagesimale . . $357°.49'.49'',986$

Essendosi adoperato nei rilievi di campagna un istrumento tacheometrico a divisione sessagesimale necessita convertire i gradi, minuti e secondi sessagesimali nei corrispondenti gradi e frazioni centesimali per il che ho appunto compilato l'altra tavola N. II che segue, il cui uso è pure estremamente facile, come si scorge dall'esempio qui addotto.

Abbiasi l'angolo sessagesimale . . . . . $23°.35'.54''$

$20° = 22^{g},222222$
$3° = 3,333333$

$25,555555$

$30' = 0,555555$
$5' = 0,092592$

$0,648147$

$50'' = 0,015432$
$4'' = 0,001234$

$0,016666$

arco equivalente centesimale . . . . . $26^{g},210368.$

TABELLA N.° II.

Indicante la relazione fra i gradi sessagesimali e centesimali.

Gradi sessagesimali			Gradi centesimali				Gradi sessagesimali			Gradi centesimali			
Gradi	Minuti	Secondi	Gradi	Centesimi	Millesimi	Dieci millesimi	Gradi	Minuti	Secondi	Gradi	Centesimi	Millesimi	Dieci millesimi
90°	—	—	100^g	—	—	—	—	9′	—	0	16	66	66
80	—	—	88	88	88	88	—	8	—	0	14	81	48
70	—	—	77	77	77	77	—	7	—	0	12	96	29
60	—	—	66	66	66	66	—	6	—	0	11	11	11
50	—	—	55	55	55	55	—	5	—	0	09	25	92
40	—	—	44	44	44	44	—	4	—	0	07	40	74
30	—	—	33	33	33	33	—	3	—	0	05	55	55
20	—	—	22	22	22	22	—	2	—	0	03	70	37
10	—	—	11	11	11	11	—	1′	—	0	01	85	18
9	—	—	10^g	—	—	—	—	—	50″	0	01	54	32
8	—	—	8	88	88	88	—	—	40	0	01	23	46
7	—	—	7	77	77	77	—	—	30	0	00	92	59
6	—	—	6	66	66	66	—	—	20	0	00	61	73
5	—	—	5	55	55	55	—	—	10	0	00	30	86
4	—	—	4	44	44	44	—	—	9	0	00	27	78
3	—	—	3	33	33	33	—	—	8	0	00	24	69
2	—	—	2	22	22	22	—	—	7	0	00	21	60
1°	—	—	1	11	11	11	—	—	6	0	00	18	52
	50′	—	0^g	92	59	26	—	—	5	0	00	15	43
	40	—	0	74	07	41	—	—	4	0	00	12	34
	30	—	0	55	55	55	—	—	3	0	00	09	26
	20	—	0	37	03	70	—	—	2	0	00	06	17
	10′	—	0	18	51	85	—	—	1′	0^g	00	03	09

59. Vi ha ancora un terzo metodo per esprimere le misure angolari, esprimendo cioè gli archi in parte di raggio = 1.

Da Archimede in poi i geometri si sono occupati di determinare colla maggior possibile approssimazione il rapporto che passa fra il diametro e la circonferenza di un circolo, rapporto che è costante qualunque sia il raggio del circolo che si prenderà ad esame, e Mezio fra gli altri trovò che il diametro essendo = 1 la circonferenza vale 3.14159265358979... rapporto che si suole indicare colla lettera greca π. e che serve per calcolare lo sviluppo di una qualsivoglia circonferenza nota il valore del raggio r corrispondente mercè la semplicissima formola

$$2\,\pi\,r.$$

Se in una circonferenza di raggio $= R$ consideriamo un arco qualsiasi di lunghezza assoluta $= L$, si comprende facilmente che fra l'intiera circonferenza $2\,\pi\,R$ e la lunghezza assoluta dell'arco L, passerà lo stesso rapporto che corre fra il numero intiero dei gradi della circonferenza, ed il numero dei gradi, minuti, secondi, ecc. contenuti nell'arco suddetto, ossia si avrà

$$2\,\pi\,R : L :: 400 : G$$

dalla quale proporzione si ricavano le seguenti formole

$$L = \frac{2\,\pi\,R\,.\,G}{400} = \frac{\pi\,R\,G}{200} \qquad (6)$$

$$G = \frac{400\,L}{2\,\pi\,R} = \frac{200\,L}{\pi\,R} \qquad (7)$$

$$R = \frac{400\,L}{2\,\pi\,G} = \frac{200\,L}{\pi\,G} \qquad (8)$$

La formola (6) dà la lunghezza assoluta di un arco L, noto il raggio R ed il numero dei gradi, minuti, ecc. dell'arco stesso.

La (7) dà il numero dei gradi, minuti, ecc. di un arco, noto che sia il raggio R della circonferenza a cui appartiene, e la sua lunghezza assoluta.

La (8) infine ci somministra il modo di conoscere il raggio della circonferenza, di cui è noto la lunghezza assoluta non che il numero dei gradi, minuti, ecc. di un arco L appartenente alla detta circonferenza.

Se poi la circonferenza si considera divisa secondo il sistema antico le formole (6) (7) (8) si cangiano nelle altre equivalenti.

$$L = \frac{\pi R G}{180} \tag{9}$$

$$G = \frac{180 L}{\pi R} \tag{10}$$

$$R = \frac{180 L}{\pi G}. \tag{11}$$

In base al noto rapporto π. si suole ancora valutare gli angoli, come si disse, esprimendoli in parti raggio, posto $R = 1$.

Infatti nel sistema moderno o centesimale avremo:

$$\text{ang. di } 1^g = \frac{2\pi}{400}$$

ed in generale un numero qualsivoglia n di gradi sarà espresso dà

$$\frac{2\pi n}{400}.$$

Invece seguendo la divisione antica o sessagesimale si avrà:

$$\text{ang. di } 1^\circ = \frac{2\pi}{360}$$

e per n gradi

$$\frac{2\pi n}{360}.$$

60. Se nella formola (7) poniamo $L = R$ essa diviene

$$G = \frac{200}{\pi} = \frac{200}{3{,}14159}\, 63^g.662040 - 0^q{,}6366204,$$

ossia che l'arco di lunghezza eguale al raggio in una circonferenza a divisione centesimale è eguale a:

$0^q = 6366204$, o espresso in gradi $63^{gr}{,}66204$.

Invece nella divisione antica o sessagesimale, si trova mercè la formola (10), in cui al solito si faccia $L = R$,

$$G = 57^\circ.\ 17'.\ 44''.\ 48,$$

ossia $206265''$ sessagesimali.

61. Quantunque un tale sistema si usi quasi esclusivamente nel calcolo anzichè nella effettiva e materiale misura degli angoli tuttavia abbiamo creduto necessario farlo conoscere, sia perchè il numero 206265″ serve a trasformare in *secondi sessagesimali* le misure degli angoli espresse in parte di raggio, e gli altri due a trasformare in base al sistema decimale le misure degli archi, pure espresse in parti di raggio, in *diecimillesimi di grado* o in *millionesimi di quadrante*. Ed è anche bene che gli studiosi conoscano tali trasformazioni per sapere all'occorrenza dare l'opportuna interpretazione a talune quantità e non cadere in serii equivoci.

62. Un ultimo metodo pure molto usitato per esprimere e determinare il valore esatto di un dato angolo, e che facilita i calcoli su tali quantità, si ha nell'uso delle funzioni goniometriche *seno, coseno, tangente, cotangente,* ecc. ecc. di cui faremo parola nel prossimo capitolo esponendo gli elementi e le formole principali di trigonometria.

Praticamente però gli angoli si misurano a gradi centesimali o sessagesimali mercè appositi circoli divisi appunto in gradi e frazioni di grado.

63. Mezzi per determinare la posizione di un punto sopra un piano.

Abbiasi la retta YY' (fig. 6) per un punto O di essa si conduca la XX' normale alla prima e giacenti ambedue sul piano della carta. Se da un punto P' qualsivoglia del detto piano conduciamo la $P'p$ normale alla retta YY' e quindi parallela all'altra XX', e indichiamo la $P'p$ con x' e la pO con y', egli è evidente che le due rette x' ed y' determinano completamente di posizione il punto P' sul piano YOX, giacchè non può variare o l'una o l'altra od ambedue senza che varii pure la posizione del punto P'.

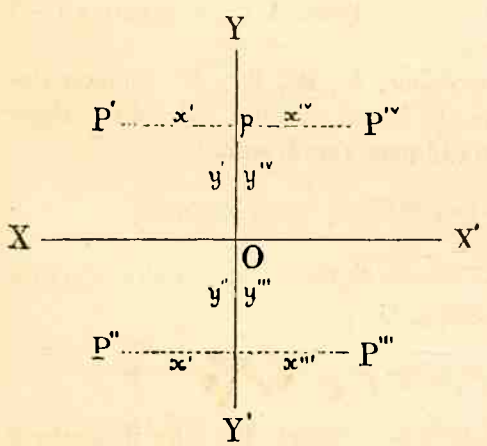


Fig. 5.

64. Ciò premesso:

Le rette YY', XX' chiamansi *assi ortogonali;*

la $Y\,Y'$ *asse delle ascisse o delle* y,
la $X\,X'$ *asse delle ordinate o delle* x,
il punto O *origine delle coordinate;* e quindi:

$$O\,p = y' \text{ dicesi } \textit{ascissa} \text{ del punto } P'$$

$$P'\,p = x' \text{ dicesi } \textit{ordinata} \text{ dello stesso punto } P'$$

ed y' e x' le *coordinate ortogonali* del punto P' e si indicano colla formola:

$$(y',\ x')^{P'}.$$

65. Ma non basta conoscere le coordinate y ed x di un dato punto P' rispetto a due assi ortogonali $Y\,Y'$, $X\,X'$ perchè esso sia planimetricamente determinato, necessita ancora conoscere il *valore algebrico* delle coordinate stesse come ora spiegheremo.

Se noi consideriamo i quattro punti P', P'', P''', P^{iv} (fig. 6) simetricamente disposti intorno al punto O, e quindi anche relativamente ai due assi $Y\,Y'$ ed $X\,X'$, facilmente si rileva, anche alla semplice ispezione della figura, che i punti anzidetti hanno le stesse coordinate y ed x, e quindi non si saprebbe a quali individualmente spettassero le dette coordinate.

Si è quindi stabilito di considerare come positive (+) le *ascisse* y superiormente all'asse $X\,X'$, e negative (—) quelle poste inferiormente al medesimo. Analogamente positive (+) le *ordinate* x che trovansi alla sinistra dell'asse $Y\,Y'$, e negative (—) quelle a destra del medesimo.

Ciò convenuto i quattro punti P', P', P''', P^{iv} saranno determinati di posizione nel modo il più assoluto dal valore algebrico delle loro rispettive coordinate come segue:

$$(y',\ x')^{P'}$$

$$(-y'',\ x'')^{P''}$$

$$(-y''',\ -x''')^{P'''}$$

$$(y^{iv},\ -x^{iv})^{P^{iv}}.$$

Quando poi in generale $x = 0$ vorrà dire che il punto è sull'asse delle Y, quando si ha $y = 0$ (zero) indicherà che il punto trovasi sull'asse delle X. Se poi si avesse $x = 0$ ed $y = 0$ ciò vorrà dire che il punto coincide coll'origine delle coordinate. Dunque, riepilogando, un punto qualsivoglia è determinato di po-

sizione sopra un piano quando siano note le relative *coordinate ortogonali* e noto pure il *valore algebrico* delle medesime.

66. In altra guisa ancora si può planimetricamente determinare la posizione di un punto, cioè col mezzo delle sue *coordinate polari.*

Abbiasi la retta YY', O un punto di essa che assumeremo come origine delle nuove coordinate; P' un punto qualsivoglia giacente nello stesso piano su cui si trova la retta YY'. Se congiungiamo P' con O mediante la retta $P'O = r'$ e indichiamo con Θ' l'angolo YOP', si vede facilmente come il punto P' sia completamente determinato di posizione mercè la distanza r e l'angolo Θ', giacchè variando uno di questi due elementi od ambedue deve necessariamente variare la posizione del punto P'.

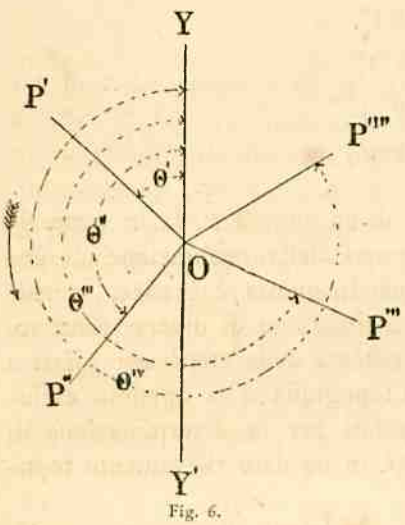


Fig. 6.

Ciò premesso la retta YY' dicesi *asse di base* o *fondamentale*, il punto O dicesi *polo*, la distanza $OP' = r'$ *raggio vettore*, l'angolo $YOP' = \Theta'$ *anomalia*, ed r e Θ chiamansi le *coordinate polari* del punto P'.

Ammesso poi che la graduazione del circolo che serve a misurare gli angoli (avente lo *zero* sulla *base* e precisamente verso Y) proceda da destra a sinistra, come indica la freccia (per un osservatore posto sul polo e rivolto verso Y ossia verso l'origine degli archi) ammesso ciò, ripeto, si scorge tosto che con questo sistema di coordinate non fa di bisogno di conoscere il valore algebrico delle medesime ma basta solo averne il loro valore assoluto perchè il punto, al quale si riferiscono, sia senz'altro completamente determinato di posizione sul piano.

Se adunque, passando dallo astratto al concreto, sopra un terreno sensibilmente piano si potesse individuare in modo stabile la traccia dell'asse o *base* YY', e su di essa si prendesse il punto o *polo* O come origine delle nuove coordinate polari, i punti di esso terreno $P''\,P'\,P'''\,P^{IV}$ sarebbero completamente determinati di posizione dalle rispettive coordinate *polari.*

$$P' \ldots O P' = r'; \quad 0'$$
$$P'' \ldots O P'' = p''; \quad 0''$$
$$P''' \ldots O P''' = r'''; \quad 0'''$$
$$P^{iv} \ldots O P^{iv} = r^{iv}; \quad 0^{iv}$$

che si possono, analogamente a quelle ortogonali, mettere sotto l'altra forma:

$$(r'; \quad 0')^{P'}$$
$$(r''; \quad 0'')^{P''}$$
$$(r'''; \quad 0''')^{P'''}$$
$$(r^{iv}; \quad 0^{iv})^{P^{iv}}$$

67. Siccome poi la misura di un angolo si fa in generale con maggior esattezza e minor tempo della misurazione di una lunghezza o distanza, massime quando questa è grande, si vede tosto come nella determinazione o fissazione di diversi punti sopra un piano sia da preferirsi il sistema delle *coordinate polari* a quelle *ortogonali*, e nella moderna topografia si fa appunto esclusivamente uso delle coordinate polari per la determinazione di tutti i punti che possono occorrere in un dato rilevamento topografico.

68. Come si determina la posizione di un punto nello spazio.

Da quanto abbiamo premesso riuscirà facile l'apprendere come si possa determinare la posizione di un punto nello spazio riferendolo cioè non più a due ma bensì a tre assi o piani ortogonali.

Per farsi però un concetto esatto del processo, del resto analogo a quello seguìto ed esposto per fissare la posizione di un punto sopra un piano, necessita ricorrere ad una figura prospettica.

Consideriamo i tre piani $\overline{YOX}$, $\overline{YOZ}$ e $\overline{ZOX}$ che supporremo ortogonali, i quali colle comuni loro intersezioni dànno luogo a tre assi pure ortogonali OY, OX, OZ. Prendiamo a considerare il punto π' esistente nello spazio compreso nell'angolo *triedro* $OXYZ$, ossia dalle tre porzioni di piano più sopra indicati.

Dal punto π' abbassiamo una normale al piano YOX, e sia

P' il piede di detta normale ossia la *projezione* su detto piano del punto π suddetto. Il nuovo punto P' sarà determinato di posizione sul piano YOX dalle sue coordinate ortogonali (paragrafo 63).

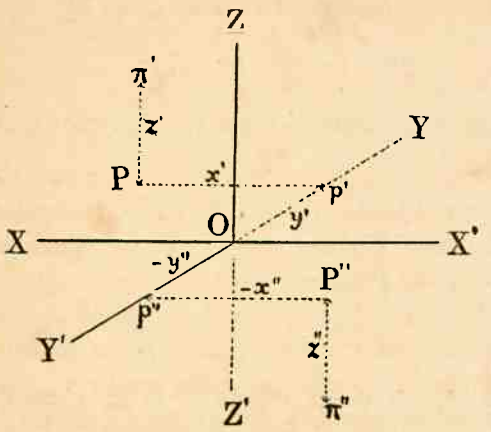


Fig. 7.

$$Op' = y'$$
$$Pp' = x'$$

Per fissare dunque la posizione del punto π' non ci mancherà altro che di conoscere di quanto il punto π' è posto superiormente al piano YOX ossia l'altezza $\pi' P'$, la quale essendo evidentemente paralella al terzo asse OZ suolsi indicare colla lettera z.

Si scorge quindi che per fissare la posizione di un punto qualsivoglia π' nello spazio basta conoscere:

1.° le coordinate ortogonali x', y' della sua proiezione sul piano determinato dagli assi ortogonali OY ed OX:

2.° la terza *ordinata* z ossia la distanza $\pi' P'$ del punto, stesso π' dal piano YOX misurata paralellamente al terzo asse OZ.

Dato dunque che sul terreno si potessero individuare le due rette ortogonali YY ed XX', non che fissare la terza OZ normale al piano YOX, formanti così un sistema di tre rette ortogonali basterebbe conoscere il valore delle tre lunghezze Op', $p'P'$ e $P'\pi'$ giacchè, portando sull'asse (principale o di base) OY una lunghezza uguale ad Op', e paralellamente all'asse OX una lunghezza eguale $p_1 P'$, avremo individuato la posizione del punto P' (proiezione di π), da questo inalzando una retta parallela all'asse OZ, e su di essa prendendo una lunghezza eguale alla $P'\pi'$, avremmo individuata esattamente la posizione del punto π'.

69. Ciò premesso le tre rette comune intersezione di tre piani fra di loro normali ossia:

le YY', XX' e ZZ' chiamansi *assi ortogonali;*

YY' *asse delle ascisse o delle y;*

XX' *asse delle ordinate o delle x;*

ZZ *asse delle ordinate z;*

O *origine delle coordinate;*

ed infine le

$$\left.\begin{array}{l} O\,p' = y' \\ p'\,P' = x' \\ \pi'\,P' = z' \end{array}\right\}$$ le coordinate ortogonali del punto dato π'.

che s'indicheranno al solito colla formola

$$(y',\ x',\ z')^{\pi'}$$

70. I tre piani ortogonali la cui comune intersezione ha dato origine ai tre assi pure ortogonali YY', XX' e ZZ' formano evidentemente intorno al punto O otto angoli *triedri* eguali a quello più sopra considerato $OYXZ$, e siccome nello spazio compreso da cadauno di detti angoli triedri avvi un punto avente le stesse coordinate ortogonali del punto π', perchè posto rispetto ai detti assi in modo simmetrico identico al detto punto π', così se ne deduce che oltre al valore assoluto delle coordinate ortogonali necessita conoscersi anche il relativo valore algebrico, perchè un dato punto sia completamente determinato di posizione nello spazio.

Ora in quanto alle coordinate x ed y vale la stessa convenzione accennato al (65) per la determinazione di un punto sopra un piano, in quanto alla coordinata z, si è stabilito di considerare positive (+) quelle situate al disopra del piano XOY indefinitamente ed in ogni senso prolungato, negative (—) quelle poste al disotto del detto piano. Così le coordinate del punto π, sarebbero tutte positive.

Invece le coordinate del punto π'' sito nello spazio compreso dall'angolo triedro $OX'\,Y'\,Z'$ e quindi al disotto del piano $X'\,O\,Y$ sarebbero, per le fatte convenzioni, tutte negative.

Analogamente si troverebbe che le coordinate ortogonali di un altro punto π''' sito nello spazio compreso dall'angolo triedro $O\,Y'\,XZ$, avrebbe l'ascissa y negativa e le ordinate x e z positive.

Dunque riepilogando: un *punto qualsivoglia dello spazio sarà determinato completamente di posizione quando siano note le sue coordinate ortogonali ed il valore algebrico delle medesime.*

71. Analogamente però a quanto abbiamo esposto circa alla determinazione della posizione di un punto su di un piano mercè le sue coordinate polari, con un analogo sistema di coordinate si può pure fissare ed individuare la posizione di un punto nello spazio e nella guisa che ora indicheremo.

Sul piano prospettico $a'\ a''\ a'''\ a^{iv}$ si traccino le due $Y\,Y'$ ed $X\,X'$ intersecantisi normalmente in O che assumeremo come

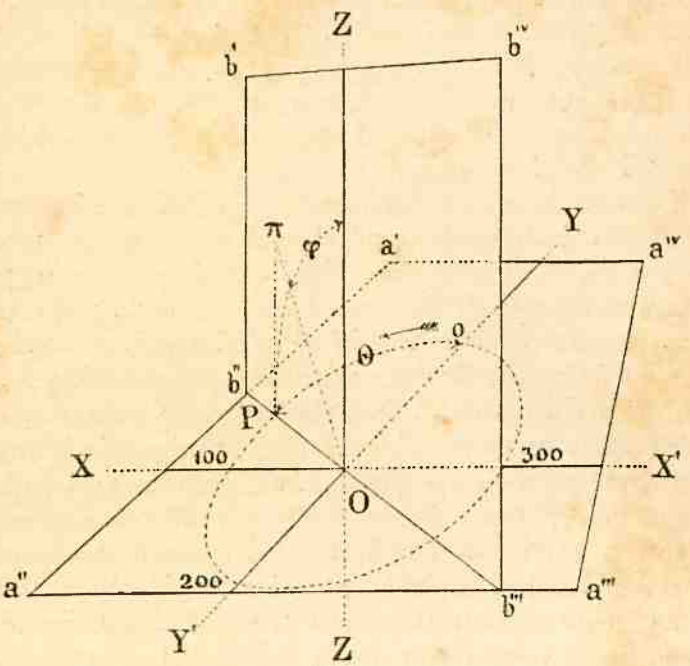


Fig. 8.

polo od origine delle nuove coordinate. Dal punto O s'innalzi la $O\,Z$ normale al piano anzidetto che assumeremo come piano di projezione.

Superiormente al piano $a'\ a''\ a'''\ a^{iv}$ si consideri un punto qualunque π la cui projezioue sul medesimo sia P. Per l'asse OZ e pel punto π facciamo passare il piano $b'\ b''\ b'''\ b^{iv}$ la cui traccia col piano $a'\ a'\ a'''\ a^{iv}$ sia la retta $b''\ b'''$. Uniamo il punto π col punto O mercè la retta $O\pi$ la quale giacerà nel piano $b'\ b'''$ più sopra detto normale all'altro $a'\ a'''$.

Ciò premesso:

1.° L'angolo $b''O\,Y = \theta$ che la retta $O\,b''$ (traccia del piano $b'\ b'''$ coll'altro $a'\ a'''$) fa coll'asse principale o di base $Y\,Y'$;

2.ª L'angolo $Z\,O\,\pi = \varphi$ che la retta $O\pi$, condotta dal *polo* al punto dato π, fa coll'asse OZ normale all'altro $O\,Y$;

3.° E la distanza che corre dal punto O al punto π ossia la retta $O\pi = r$; questi tre elementi presi assieme, ossia due misure angolari ed una rettilinea, determinano completamente la po-

sizione del punto π, giacchè questa non può mutare senza che qualcuno di essi cambî di valore.

Ora le tre quantità θ, φ (*anomalie*) ed r (*raggio vettore*) sono appunto le *coordinate polari* del punto π.

72. Ma perchè il punto anzidetto riesca determinato nel modo il più completo ed assoluto in base al nuovo sistema di coordinate occorre anche in tal caso stabilire talune convenzioni, che sono appunto le seguenti:

1.° Per le misure angolari θ si assume l'origine sull'asse YY', e la progressione crescente o positiva da destra verso sinistra per un osservatore posto sul polo e rivolto verso Y, ossia la marcia positiva degli archi, com'indica la freccia, procede in senso opposto a quello delle sfere di un orologio.

2.° in quanto all'anomalia φ, l'origine si assume sull'asse OZ al disopra del piano di projezione e la progressione crescente o positiva pure da destra a sinistra ossia verso la parte OX dell'asse XX' per cui si ha $\varphi = 100^{g.}$ (graduazione centesimale) quando il raggio vettore $O\pi$ coincide coll'asse OX, $\varphi = 200^{g.}$ quando coincide con OZ', $\varphi = 300^{g.}$ e $\varphi = 400^{g.}$ quando invece coincidesse rispettivamente con OX' ed OZ.

73. Arrivato a questo punto prima di procedere altro è mestieri che io metta subito avanti allo studioso un'importante osservazione.

Quanto precedentemente si è esposto per fissare di posizione un punto sia mercè le sue coordinate polari, sia in base alle corrispondenti ortogonali sta bene quante volte si ammettano le convenzioni stabilite circa all'origine ed andamento positivo o crescente delle anomalie θ e φ, che ai segni e denominazioni delle coordinate ortogonali o rettilinee.

Quelle da noi seguite ed esposte superiormente sono appunto quelle stesse adottate dal Porro il quale, dominato dal principio di sottrarsi completamente alle vecchie pastoie, cangiò senza una assoluta necessità, le convenzioni precedenti da tempo e da tutti i geometri ammesse, e che sono appunto quelle che ora indicherò.

Relativamente alle *coordinate polari* l'andamento crescente o positivo della anomalia θ si assumeva (e dalla generalità si continua ancora) in senso contrario a quello da noi esposto, e quindi negli istrumenti misuratori degli angoli (*goniometri*) trovasi che la graduazione procede nel senso stesso secondo cui producono le

sfere di un orologio (fig. 4), mentre in quelli moderni ideati dal Porro, fu giuocoforza graduare i circoli in senso inverso (fig. 5).

Dovrà quindi farsi attenzione al genere di *goniometro* che si avrà sotto mano, giacchè si comprenderà facilmente che per anomalie θ comprese fra 0^g e 200^g i punti a cui si riferiscono si troveranno rispettivamente a sinistra od a destra della retta fondamentale $Y\,Y'$ su cui si trova il polo, a seconda che si segue la nuova o vecchia convenzione, si adoperò un goniometro la cui graduazione proceda in un senso piuttosto che in un altro.

In quanto poi si riferisce alle coordinate rettilinee, nella geometria analitica si è sempre convenuto di prendere come *asse principale* quello $X\,X'$ denominandolo *asse delle ascisse o delle x*. Il Porro invece, come abbiamo già in massima veduto, assunse come asse principale quello $Y\,Y'$ ossia delle y chiamandolo *asse delle ascisse* indicando perciò con y *le ascisse* e con x le *coordinate* contrariamente all'uso comune.

Non si comprende in vero, nè vale indagare il perchè di questo cambiamento nella denominazione delle coordinate rettilinee x, y, basterà soltanto averne fatto inteso lo studioso per evitare confusioni ed equivoci; ma non nascondiamo che ci saremmo attenuti ben volentieri alla vecchia convenzione se non fosse stato una necessità di seguirne anche in ciò il Porro sia per esser ligi in tutto alla nuova scuola, sia perchè già convenzioni da altri adottate ed oramai per ciò ammesse nella pratica.

74. Ora il problema che si presenta al Geometra pratico ed al Topografo in ispecie si è quello appunto di determinare la posizione dei punti di una determinata plaga di superficie terrestre mercè la misura delle rispettive coordinate, problema che la Celerimensura ha risolto finora nel modo il più speditivo ed esatto.

In base alle coordinate ortogonali per ogni punto occorrerebbero tre misure rettilinee, mentre invece in base alle coordinate polari per ogni punto occorre in generale una misura rettilinea e due angolari, e come abbiamo altra volta accennato le misure angolari si effettuano con maggior comodità, speditezza e precisione delle rettilinee, specie quando queste sono di rilevante lunghezza così in pratica ed in base alla moderna topografia si fa uso, e costantemente delle coordinate polari.

Come poi le coordinate polari di un punto si possono tra-

sformare nelle corrispondenti coordinate ortogonali, il che appunto forma per così dire il cardine della vera e pura Celerimensura, è mestieri conoscere i diversi rapporti che passano tra i diversi elementi costituenti un triangolo rettilineo il che appunto e l'oggetto della *Trigonometria* di cui esporremo i principii e le formole principali nel seguente capitolo.

CAPITOLO IV.

ELEMENTI DI TRIGONOMETRIA PIANA.

75. *Trigonometria* secondo il senso puramente etimologico della parola significa misura dei triangoli, ed è quella branca della Geometria che ha per oggetto di fornire i mezzi di calcolare tutte le parti di un dato triangolo mercè i rapporti o numeri che servono alla misura degli angoli e dei lati del medesimo.

76. Di tutti i rapporti (o funzioni goniometriche) che essa ci somministra prenderemo in esame quelli soltanto di più frequente uso nella moderna Topografia, cioè i seguenti:

1.° *seno,*
2.° *coseno,*
3.° *tangente,*
4.° *cotangente.*

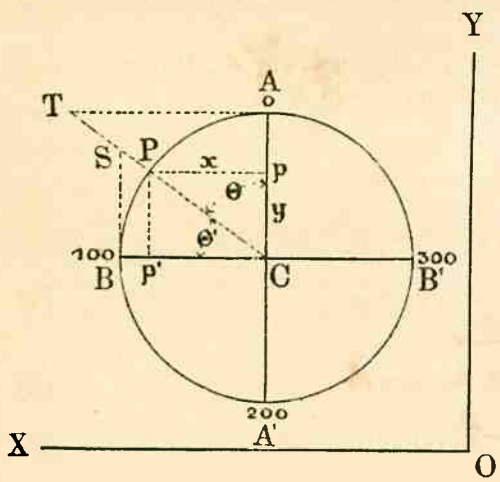


Fig. 9.

Consideriamo il cerchio di centro C (fig. 9) e di raggio $AC = r$ e supponiamo divisa la circonferenza relativa in base al sistema moderno, ossia in quattro quadranti ognuno di 100^g.

Sia A l'origine degli archi che procedono da destra a sinistra (come indica la freccia) ossia nel senso opposto a quello secondo cui procedono le sfere di un orologio. Siano i due diametri AA' e BB' rispettivamente paralleli agli assi ortogonali OY ed OX aventi l'origine in O e che chiameremo *assi principali.* Allora

i due diametri anzidetti si potranno considerare come due *assi ortogonali secondarii od ausiliarii* aventi l'origine in C ed ai quali riferire i diversi punti della circonferenza di raggio r e che ora prenderemo in esame.

Dal punto P (della detta circonferenza) estremo dell'arco AP, compreso nel primo quadrante, si conduca la Pp normale al diametro AA' e si congiunga P con C mediante il raggio $PC = r$: rispetto agli *assi ortogonali ausiliarii* AA' e BB' aventi l'*origine* in C si avrà evidentemente (paragrafo 63):

$$\left.\begin{array}{l} Pp = x \text{ ordinata} \\ pC = y \text{ ascissa} \end{array}\right\} \text{ del punto } P,$$

ossia

$$(x, y)^P$$

coordinate ortogonali assolute ausiliarie del punto P.

Si è detto *ausiliarii* in quanto che non sono riferite agli assi principali OY, OX, ma ai secondarii AA' e BB', e perciò s'indicano con le lettere minuscole x ed y per distinguerle dalle X ed Y proprie degli assi principali come a suo tempo indicheremo e svilupperemo meglio.

77. Se indichiamo con θ l'angolo acuto ACP, sotteso dall'arco AP, il *rapporto dell'ordinata al raggio* ossia

$$\frac{x}{r}$$

chiamasi *seno* dell'arco θ, per cui si può scrivere:

$$\text{sen} \,.\, \theta = \frac{x}{r} \qquad (1)$$

da cui:

$$x = r \,\text{sen} \,.\, \theta \qquad (2)$$

e cioè: che in ogni triangolo rettangolo un *cateto è uguale alla ipotenusa nel seno dell'angolo opposto.*

Osservazione. Crescendo il valore di θ aumenta il valore del rapporto $\frac{x}{r}$ finchè quando sarà $\theta = 100^g$ sarà $x = r$ e quindi

$$\text{sen} \,.\, \theta = \frac{r}{r} = 1$$

cioè che il *seno di 100°* (e quindi di 90° nel sistema sessagesimale),

ossia del *primo quadrante è eguale all'unità.* Particolarità questa da tenersi a memoria giacchè a suo tempo ne apprezzeremo tutta la pratica utilità.

78. *Il rapporto dell'ascissa al raggio* ossia:

$$\frac{y}{r}$$

dicesi *coseno* dell'angolo 0 e puossi quindi scrivere:

$$\cos : 0 = \frac{y}{r}$$

da cui

$$y = r \cos . 0 \qquad (3)$$

vale a dire che in ogni triangolo rettangolo *un cateto è eguale alla ipotenusa nel coseno dell'angolo adiacente.*

79. Il rapporto dell'ordinata all'ascissa ossia

$$\frac{x}{y}$$

dicesi *tangente* dell'angolo 0 per cui si scriverà:

$$\text{tang. } 0 = \frac{x}{y}$$

dalla quale:

$$x = y \text{ tang. } 0 \qquad (4)$$

cioè: che in ogni triangolo rettangolo il valore assoluto di un cateto è dato dal *prodotto dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto.*

Osservazione. Se nella fig. 10 conduciamo la tangente AT dai triangoli simili TAC e PpC si ha:

$$AT : AC :: pP : pc$$

ossia

$$AT : r :: x : y,$$

da cui

$$\frac{AT}{r} = \frac{x}{y}$$

ma $\frac{x}{y} = \text{tang. } 0$ quindi $\text{tang. } 0 = \frac{AT}{r}$ e nella ipotesi di $r = 1$ (unità) avremo:

$$\text{tang. } 0 = AT$$

ed ecco perchè al rapporto $\frac{x}{y}$ si è dato il nome di tangente (paragrafo 79).

80. Il rapporto dell'ascissa all'ordinata ossia:

$$\frac{y}{x}$$

chiamasi *cotangente* dell'angolo 0 per cui:

$$\text{cotang. } 0 = \frac{y}{x}$$

da cui:

$$y = x \text{ cotang. } 0 \qquad (5)$$

cioè: che in ogni triangolo rettangolo *un cateto è eguale all'altro cateto nella cotangente dell'angolo adiacente.*

Osservazione. Se dallo estremo B dell'arco PB complemento di AP conduciamo la tangente BS e la normale Pp' al raggio BC, dai due triangoli simili SBC e $Pp'C$ si ha:

$$SB : BC :: Pp' : p'c,$$

ossia

$$SB : r :: y : x$$

d'onde

$$\frac{BS}{v} = \frac{Y}{x} = \text{cotang. } 0$$

e nella ipotesi di $r = 1$ avremo:

$$\text{cotang. } 0 = BS$$

per ciò appunto il rapporto $\frac{y}{x}$ chiamasi cotangente dell'angolo 0, giacchè la cotangente è data in altri termini dal rapporto della tangente BS del complemento di 0 al raggio.

81. Richiamiamo ora la fig. 10 e consideriamo l'angolo PCB complemento di PCA e che chiameremo $0'$ di guisa che sarà:

$$0 + 0' = 100^g.$$

Essendo $(x, y)^p$; relativamente all'angolo 0 avremo:

$$x = r \text{ sen } 0 \qquad (6)$$

$$y = r \cos 0. \qquad (7)$$

ossia del *primo quadrante è eguale all'unità.* Particolarità questa da tenersi a memoria giacchè a suo tempo ne apprezzeremo tutta la pratica utilità.

78. *Il rapporto dell'ascissa al raggio* ossia:

$$\frac{y}{r}$$

dicesi *coseno* dell'angolo θ e puossi quindi scrivere:

$$\cos : \theta = \frac{y}{r}$$

da cui

$$y = r \cos . \theta \qquad (3)$$

vale a dire che in ogni triangolo rettangolo *un cateto è eguale alla ipotenusa nel coseno dell'angolo adiacente.*

79. Il rapporto dell'ordinata all'ascissa ossia

$$\frac{x}{y}$$

dicesi *tangente* dell'angolo θ per cui si scriverà:

$$\text{tang. } \theta = \frac{x}{y}$$

dalla quale:

$$x = y \text{ tang. } \theta \qquad (4)$$

cioè: che in ogni triangolo rettangolo il valore assoluto di un cateto è dato dal *prodotto dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto.*

Osservazione. Se nella fig. 10 conduciamo la tangente AT dai triangoli simili TAC e PpC si ha:

$$AT : AC :: pP . pc$$

ossia

$$AT : r :: x : y,$$

da cui

$$\frac{AT}{r} = \frac{x}{y}$$

ma $\frac{x}{y} = \text{tang. } \theta$ quindi $\text{tang. } \theta = \frac{AT}{r}$ e nella ipotesi di $r = 1$ (unità) avremo:

$$\text{tang. } \theta = AT$$

ed ecco perchè al rapporto $\frac{x}{y}$ si è dato il nome di tangente (paragrafo 79).

80. Il rapporto dell'ascissa all'ordinata ossia:

$$\frac{y}{x}$$

chiamasi *cotangente* dell'angolo 0 per cui:

$$\text{cotang. } 0 = \frac{y}{x}$$

da cui:

$$y = x \text{ cotang. } 0 \qquad (5)$$

cioè: che in ogni triangolo rettangolo *un cateto è eguale all'altro cateto nella cotangente dell'angolo adiacente.*

Osservazione. Se dallo estremo B dell'arco PB complemento di AP conduciamo la tangente BS e la normale Pp' al raggio BC, dai due triangoli simili SBC e $Pp'C$ si ha:

$$SB : BC :: Pp' : p'c,$$

ossia

$$SB : r :: y : x$$

d'onde

$$\frac{BS}{v} = \frac{Y}{x} = \text{cotang. } 0$$

e nella ipotesi di $r = 1$ avremo:

$$\text{cotang. } 0 = BS$$

per ciò appunto il rapporto $\frac{y}{x}$ chiamasi cotangente dell'angolo 0, giacchè la cotangente è data in altri termini dal rapporto della tangente BS del complemento di 0 al raggio.

81. Richiamiamo ora la fig. 10 e consideriamo l'angolo PCB complemento di PCA e che chiameremo $0'$ di guisa che sarà:

$$0 + 0' = 100^g.$$

Essendo $(x, y)^P$; relativamente all'angolo 0 avremo:

$$x = r \text{ sen } 0 \qquad (6)$$

$$y = r \cos 0. \qquad (7)$$

Dal triangolo rettangolo $Pp'C$ essendo $p'C = x$ e $Pp' = y$ avremo evidentemente

$$x = r \cos . 0' \tag{8}$$

$$y = r \text{ sen} . 0'. \tag{9}$$

Dalle equazioni (6) ed (8) si ha:

$$r \text{ sen} . 0 = r \cos . 0'$$

e sopprimendo il fattore comune:

$$\text{sen} . 0 = \cos . 0' \tag{10}$$

ossia, che il *seno di un angolo* 0 *è eguale al coseno del suo complemento* 0'. Comparando le equazioni (7) e (9) si ha:

$$\cos . 0 = \text{sen} . 0' \tag{11}$$

vale a dire, che il *coseno di un angolo uguaglia il seno del suo complemento.*

82. Si sa già (79) che

$$\text{tang.} 0 = \frac{x}{y}. \tag{12}$$

Dal triangolo rettangolo $Pp'C$ avremo:

$$p'C = Pp' \text{ cotang.} 0'$$

ossia:

$$\text{cotang.} 0' = \frac{p'C}{Pp}$$

ed essendo $p'C = x$ e $Pp' = y$ si avrà:

$$\text{cotang.} 0' = \frac{x}{y} \tag{13}$$

eguagliano le due equazioni (12) e (13) risulta

$$\text{tang.} 0 = \text{cotang.} 0'$$

ossia, che la *tangente di un angolo è eguale alla cotangente del suo complemento.*

Analogamente si dimostrerebbe che

$$\text{cotang.} 0 = \text{tang.} 0'$$

e cioè, che la *cotangente di un angolo è uguale alla tangente del suo complemento* il che del resto risulta anche dalla semplice ispezione della figura 10.

83. Nella moderna Topografia di rado si fa uso delle due formole più sopra indicate:

$$\text{tang. } \theta = \frac{x}{y} \qquad (14)$$

e

$$\text{cotang } \theta = \frac{y}{x} \qquad (15)$$

(usate dal Porro) potendosi alle medesime sostituirne altre due equivalenti in funzione del seno e coseno dello stesso angolo θ. Infatti sappiamo che

$$x = r \text{ sen } \theta \quad \text{ed} \quad y = r \cos . \theta$$

sostituendo uelle formole (14) e (15) ad x ed y i rispettivi valori ed eliminando il termine comune al numeratore ed al denominatore si ha evidentemente

$$\text{tang. } \theta = \frac{\text{sen . } \theta}{\cos . \theta} \qquad (16)$$

$$\text{cotang. } \theta = \frac{\cos . \theta}{\text{sen . } \theta} . \qquad (17)$$

84. Moltiplicando poi fra di loro queste due ultime formole si avrà:

$$\text{tang. } \theta \text{ cotang. } \theta = 1 \qquad (18)$$

ossia che la tangente e la cotangente di uno stesso angolo sono due *quantità reciproche* (diconsi *reciproche* due quantità quando il loro prodotto uguaglia l'unità).

85. Per uno stesso arco od angolo θ qualsiasi compreso nel primo quadrante si hanno quindi le seguenti funzioni goniometriche:

$$\text{sen . } \theta = \frac{x}{r} \quad \text{ossia} \quad x = r \text{ . sen . } \theta \qquad (19)$$

$$\cos . \theta = \frac{y}{r} \quad \text{»} \quad y = r \text{ . cos . } \theta \qquad (20)$$

$$\text{tang. } \theta = \frac{x}{y} = \frac{r \text{ . sen . } \theta}{r \cos . \theta} = \frac{\text{sen . } \theta}{\cos . \theta} \qquad (21)$$

$$\text{cotang. } \theta = \frac{y}{x} = \frac{r \text{ . cos . } \theta}{r \text{ . cos . } \theta} = \frac{\cos . \theta}{\text{sen . } \theta} \qquad (22)$$

$$\text{tang. } \theta \text{ cotang. } \theta' = 1. \qquad (23)$$

86. Posto poi 0 angolo acuto e $0'$ suo complemento per cui sia $0 + 0' = 100°$ sussistono le altre relazioni:

$$\text{sen} \,.\, 0 = \cos \,.\, 0' \qquad (24)$$

$$\cos \,.\, 0 = \text{sen} \,.\, 0' \qquad (25)$$

$$\text{tang.}\, 0 = \text{cotang.}\, 0' \qquad (26)$$

$$\text{cotang.}\, 0 = \text{tang.}\, 0'. \qquad (27)$$

Le quali formole ci dimostrano che non è necessario conoscere le funzioni goniometriche per tutti i valori del quadrante, ma che ci basterà invece che sieno determinati quelli compresi fra 0° e 50° (o da 0° a 45° nella divisione sessagesimale del circolo) giacchè da queste si dedurranno immediatamente le altre mercè le dette formole.

Volendosi quindi il seno di $0 = 75^g$ (divisione centesimale) noi cercheremo in sua vece il coseno di $0' = 25^g$ (suo complemento) che gli equivale (form. 24) e che rientra nella graduazione del semiquadrante. Analogamente occorrendo la tangente di $0 = 65°$ (divisione sessagesimale) si cercherà la cotangente di $0' = 25°$ suo complemento compresa nel semiquadrante (form. 26).

87. Resta ora a vedere come variino le funzioni goniometriche al variare dell'angolo 0 fra i limiti 0° e 100° ossia di un quadrante, e quale sia il valore algebrico delle medesime.

Dalla semplice ispezione della fig. 9 noi scorgiamo che entro i limiti del primo quadrante i valori del *seno* variano da 0 (zero) ad r (raggio) e quelli del *coseno* invece da r a 0. In quanto poi al valore algebrico delle suddette funzioni, siccome esso dipende dalle variabili x ed y in esse contenute niente di più facile il determinarlo dopo quanto si è detto al paragrafo 76, cioè che pel primo quadrante x ed y sono entrambe positive.

Avremo quindi:

$\text{sen} \,.\, 0 = + \frac{x}{r}$ e varia da 0 a $+ r$

$\cos \,.\, 0 = + \frac{y}{r}$ » » $+ r$ » 0

$\text{tang.}\, 0 = + \frac{x}{y}$ » » 0 » $+ \infty$ (infinito)

$\text{cotang.}\, 0 = + \frac{y}{x}$ » » $+ \infty$ » 0

Ossia che tanto sul *seno* che per la *tangente* i relativi valori crescono al crescere dell'angolo. Viceversa al crescere dell'angolo diminuiscono i valori del *coseno* e della *cotangente*.

88. Prendiamo ora a considerare un arco od angolo maggiore di un quadrante e precisamente compreso tra il primo e secondo quadrante, ossia fra 0° e 200° (divisione centesimale).

Nella fig. 10 che non è che la riproduzione della 10 (e nella quale per conseguenza le lettere e le linee hanno lo stesso significato) si prolunghi la normale Pp' sino allo incontro della circonferenza nel punto P' e si conduca inoltre il raggio $CP' = r$ e la normale $P'p''$ al diametro AA'.

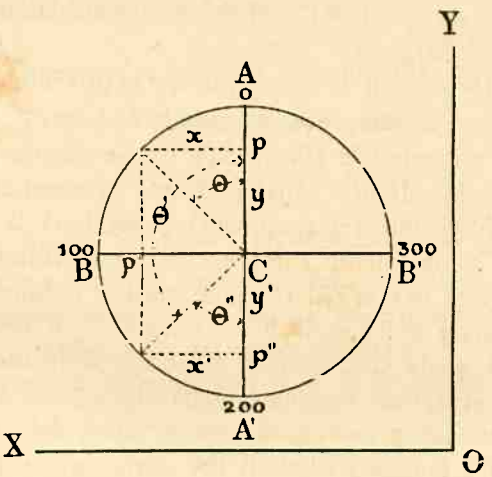


Fig. 10.

Vediamo di determinare le funzioni goniometriche *seno, coseno, tangente* e *cotangente* dell'arco ABP' ossia dell'angolo $ACP' = 0'$ cadente nel secondo quadrante e tale che sia $0 + 0' = 200^g$ ossia che gli angoli 0 e $0'$ siano *supplementari*.

In tal caso egli è evidente che sarà $0 = 0''$.

I due triangoli rettangoli PCp e $P'Cp''$ essendo manifestamente eguali, se indichiamo con x' ed y' le coordinate ortogonali del punto P' avremo evidentemente:

$$\text{sen} \cdot 0' = \frac{x}{r} = \frac{x}{r} = \text{sen} \cdot 0$$

$$\cos \cdot 0' = \frac{y'}{r} = \frac{y}{r} = \cos \cdot 0,$$

in quanto poi al valore algebrico di queste espressioni, dietro quanto si è detto al paragrafo 66 essendo x' positiva ed y' negativa sarà:

$$\text{sen} . \theta' = + \frac{x}{r} \quad \text{ossia} \quad \text{sen} . \theta = \text{sen} . \theta' \tag{28}$$

$$\cos . \theta' = - \frac{y}{r} \quad » \quad \cos . \theta = - \cos . \theta' \tag{29}$$

dalle quali formole si deduce:

a) che *il seno di un angolo è eguale a quello del suo supplemento e dello stesso segno;*

b) che *il coseno di un angolo è uguale a quello del suo supplemento, ma di segno contrario.*

In base poi alle formole (28) e (29) avremo

$$\text{tang.}\ \theta = - \ \text{tang.}\ \theta'$$

$$\text{cotang.}\ \theta = - \ \text{cotang.}\ \theta'$$

cioè:

c) che trattandosi di due archi od angoli *supplementari,* la tangente e cotangente dell'uno sono rispettivamente eguali alla tangente e cotangente dell'altro, ma di segno contrario.

89. Dalle relazioni esistenti fra le funzioni goniometriche di due archi od angoli θ e θ' *supplementari* e compendiate nelle seguenti formole

$$\text{sen.}\ \theta = \text{sen.}\ \theta' \tag{30}$$

$$\cos.\ \theta = - \cos.\ \theta \tag{31}$$

$$\text{tang.}\ \theta = - \ \text{tang.}\ \theta' \tag{32}$$

$$\text{cotang.}\ \theta = - \ \text{cotang.}\ \theta \tag{33}$$

ne segue che basterà conoscere il valore delle funzioni goniometriche relative agli archi od angoli compresi nel primo quadrante per conoscere anche quelle corrispondenti a tutti gli archi od angoli compresi nel secondo.

Ma per quanto si è esposto al paragrafo 86, se ne deduce ancora che basterà sieno note le funzioni goniometriche degli archi od angoli compresi fra 0^g e 50^g (divisione centesimale) e tra $0°$ e $45°$ (divisione sessagesimale) per conoscere il valore di quelle relative a tutti gli archi od angoli compresi nel primo e secondo quadrante.

90. Vediamo ora come si comportano le funzioni trigonometriche relative agli archi od angoli cadenti nel terzo quadrante ossia compresi fra 200^g e 300^g.

Nella fig. 11 abbiasi al solito

$$(x, y)^I$$

e l'angolo $A\,C\,P = \theta$.

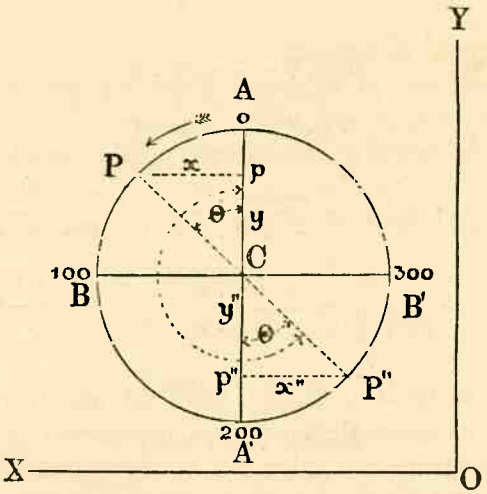


Fig. 11.

Si prolunghi il raggio $P\,C = r$ sino ad incontrare la circonferenza in P'' per cui $C\,P'' = r$.

Si conduca la normale $P''\,p''$ al diametro $A\,A'$ e determiniamo le funzioni trigonometriche dell'arco positivo $A\,B\,P''$ ossia dell'angolo.

$$A\,C\,P'' = \theta''$$

cadente nel terzo quadrante.

Se consideriamo che l'angolo $P\,C\,A = \theta$ è eguale all'angolo $P''\,C\,A'$, ne seguirà immediatamente che il valore assoluto delle coordinate x'' ed y'' del punto P'' sarà perfettamente eguale a quello delle coordinate del punto P e di conseguenza le espressioni trigonometriche dell'angolo θ'' funzioni delle variabili x'' ed y'' saranno pure (pel loro valore assoluto) perfettamente eguali a quelle dell'angolo θ.

Dunque anche nel caso di archi od angoli cadenti nel *terzo* quadrante ossia compresi tra 200° e 300° si ricade sempre nel

caso primitivo, ossia del *primo* quadrante. Resta solo a constatare se il valore algebrico delle medesime sia identico.

Essendo (parag. 66) x'' ed y'' negative avremo:

$$\text{Sen. } \theta'' = \frac{-x''}{r}$$

$$\cos. \theta'' = \frac{-y''}{r}$$

ossia

$$\text{sen . } \theta = -\text{ sen . } \theta'' \qquad (34)$$

$$\cos . \theta = -\cos . \theta'' \qquad (35)$$

ma essendo:

$$\text{tang. } \theta'' = \frac{-\text{ sen . } \theta''}{-\cos . \theta''} = +\frac{\text{sen . } \theta''}{\cos . \theta''}$$

$$\text{cotang. } \theta'' = \frac{-\cos . \theta''}{-\text{ sen . } \theta''} = +\frac{\cos . \theta''}{\text{sen . } \theta''}$$

avremo:

$$\text{tang. } \theta = \text{tang. } \theta'' \qquad (36)$$

$$\text{cotang. } \theta = \text{cotang. } \theta'' \qquad (37)$$

91. Anche le formole (34) (35) (36) (37) ci dimostrano che conoscendosi le funzioni trigonometriche degli archi od angoli compresi tra 0^g e 50^g saranno pur note quelle relative a tutti gli archi ad angoli compresi tra 0^g e 300^g perchè *alle medesime si assegni il valore algebrico che a loro compete a seconda dei quadranti ai quali esse funzioni si riferiscono.*

In altri termini avendo archi od angoli compresi fra 200^g e 300^g basterà ai medesimi prelevare mentalmente 200^g gradi per ricadere nel *primo* quadrante, di cui ci sono note le funzioni trigonometriche di tutti gli archi od angoli in esso compresi.

Per spiegarci anche più chiaramente passando ad un caso pratico.

a) il *seno* e *coseno* per esempio dell'angolo 225^g saranno eguali al *seno* e *coseno* dell'angolo di 25^g ma col segno cambiato.

b) la *tangente* e *cotangente* dello stesso angolo di 225^g saranno identiche (tanto pel loro valore *assoluto* che per quello *algebrico*) alla *tangente* e *cotangente* dell'angolo di 25^g cadute nel primo quadrante.

92. Ci rimane infine ad esaminare come procedano le funzioni trigonometriche degli archi od angoli caduti nel quarto quadrante ossia compresi fra 300^g e 400^g.

Sia al solito $A\,C\,P = \theta$.

Si prolunghi la normale $P\,p$ al diametro $A\,A'$ sino ad incontrare la circonferenza nel punto P''' (fig. 12) e si unisca P''' con C media mediante il raggio $C\,P''' = r$.

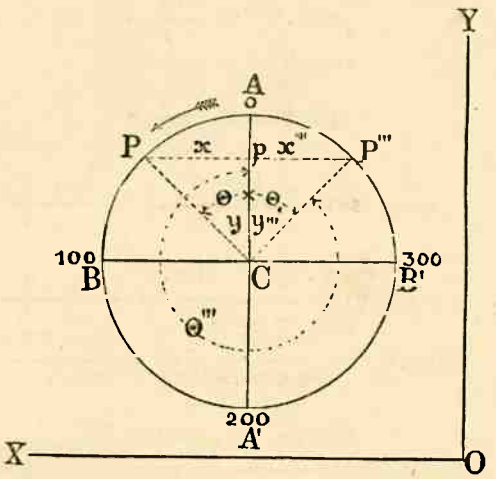


Fig. 12.

Consideriamo l'angolo positivo $A\,B\,A'\,P''' = \theta'''$ avremo:

$$p\,P''' = x'''$$

$$C\,p \quad = y'''$$

ossia

$$(x''', y''')^{P'''},$$

coordinate ortogonali assolute del punto P'''.

I due triangoli rettangoli $P\,p\,C$ e $p\,c\,P'''$ avendo i lati rispettivamente eguali sono eguali per cui sarà:

$$\theta = \theta_1$$

e per ciò che riguarda il loro valore assoluto, avremo:

$$(x, y)^P = (x''', y''')^{P'''}$$

e per conseguenza il valore assoluto delle espressioni trigonome-

triche dell'angolo $0'''$ sarà identico a quello delle analoghe dell'angolo 0, essendo le medesime funzioni delle sole variabili x''' ed y'' che, abbiamo veduto essere identiche alle x ed y.

Se poi si considera che in base a quanto si è convenuto al paragrafo *66*, relativamente al *quarto* quadrante abbiamo y'' positiva ed x''' negativa, si potrà evidentemente scrivere:

$$\text{sen} \, . \, 0''' = \frac{-x'''}{r}$$

$$\cos \, . \, 0''' = \frac{+y'''}{r}$$

ossia

$$\text{sen} \, . \, 0 = -\text{sen} \, . \, 0''' \qquad (38)$$

$$\cos \, . \, 0 = \cos \, . \, 0''', \qquad (39)$$

ma essendo:

$$\text{tang} \, . \, 0''' = \frac{-\text{sen} \, . \, 0'''}{+\cos \, . \, 0''} = -\frac{\text{sen} \, . \, 0'''}{\cos \, . \, 0'''}$$

$$\text{cotang} \, . \, 0''' = \frac{+\cos \, 0'''}{-\text{sen} \, . \, 0'''} = -\frac{\cos \, . \, 0'''}{\text{sen} \, . \, 0'''}$$

avremo:

$$\text{tang} \, . \, 0 = -\text{tang} \, . \, 0''' \qquad (40)$$

$$\text{cotang} \, . \, 0 = -\text{cotang} \, . \, 0''' \qquad (41)$$

93. Vale a dire:

a) che anche pel quarto quadrante vale quanto si è detto pel secondo e pel terzo, anzi generalizzando il principio: conosciuto *il valore delle funzioni goniometriche degli archi od angoli compresi tra* 0° e 50^{g} *saranno pur noti quelle di tutti gli archi ad angoli possibili.*

Dal suesposto si comprenderà perchè le tavole che dànno i lavori delle funzioni trigonometriche in parti di raggio, come pure quelle contenenti i logaritmi delle dette funzioni sieno estese soltanto fra i limiti 0^{g} e 50^{g}, se si tratta di divisione centesimale, e tra 0° e 45° se si riferiscono alla graduazione sessagesimale.

b) che i *seni*, le *tangenti* e *cotangenti* degli angoli che si complementano a 4 retti sono eguali ma di segno contrario;

c) che invece sono perfettamente identici sia pel valore assoluto che per quello algebrico i *coseni degli angoli che si complementano a quattro retti.*

Quindi:

$$\cos . 360^g = \cos . 40^g.$$

94. Le figure 13 e 14 indicano i segni delle funzioni trigonometriche *seno, coseno, tangente e cotangente* di tutti gli archi od angoli da 0^g a 400^g.

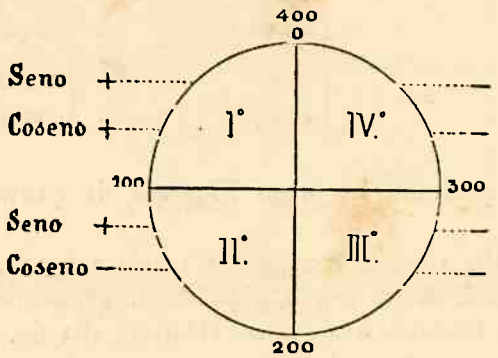


Fig. 13.

Siccome poi delle funzioni *seno* e *coseno* se ne fa in Celerimensura un uso molto frequente e molto maggiore delle altre due

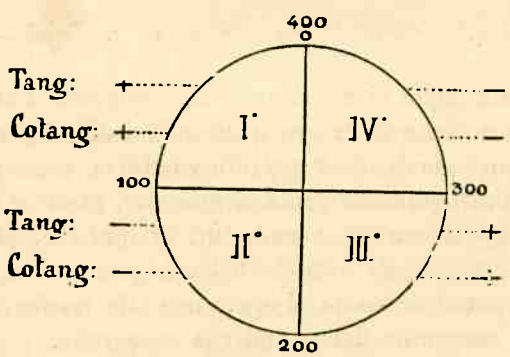


Fig. 14.

tangente e cotangente, così lo studioso farà cosa ottima ad imparare a memoria i segni che competano alle diverse funzioni goniometriche, a seconda dei quadranti a cui si riferiscono, cosa

del resto molto facile giacchè dalla semplice ispezione della figura 13, risulta una regola mnemonica agevole a ritenersi e compendiata nel seguente prospetto:

1.° Quadrante = { seno, coseno } *segni* tutti *positivi* +

3.° » = { seno, coseno } » » *negativi* —

2.° » { seno » » *positivi* +, coseno » » *negativi* —

4.° » { seno » » *negativi* —, coseno » » *positivi* +

ossia nel 4° quadrante ha luogo l'inverso di quanto riscontrasi nel 2.°

Una volta ritenuta a mente la regola suesposta, risparmieremo nei calcoli molto tempo, giacchè non abbisognerà allora per ognuna delle funzioni *seno* e *coseno* ricorrere alla fig. 13 per assegnarle il segno corrispondente.

95. Per i segni algebrici delle tangenti e cotangenti il metodo mnemonico è ancora più semplice, come risulta dal seguente prospetto:

1.° e 3.° Quadrante = segni tutti positivi +

2.° e 4.° » = » » negativi —

96. Quantunque ci riserbiamo di sviluppare a suo tempo e dettagliatamente come dalle *coordinate polari* di un punto si possa passare alle corrispondenti *ortogonali* e viceversa, tuttavia crediamo utile esporre ora sommariamente il processo, giacchè lo studioso, che ci avrà seguito sin qui, avendo tutt'ora presenti alla memoria i principii e le principali formole della trigonometria, gli riuscirà più facile l'apprendere come si opera una tale trasformazione che è tanta parte integrante della moderna topografia.

Abbiansi i due *assi ortogonali* XX' ed YY' intersecantisi in O *origine delle coordinate* (fig. 15).

Consideriamo le due rette aa' e bb' come due assi ortogonali ausiliari, (paralelli rispettivamente ai principali YY' ed XX') ed intersecantisi in C origine delle coordinate ortogonali ausiliari.

Col centro C e col raggio CP' descriviamo la circonferenza $P'\,P''\,P'''\,P^{iv}$, e supponiamo che la graduazione della medesima avendo l'origine in O sull'asse $a\,a'$ proceda da destra a

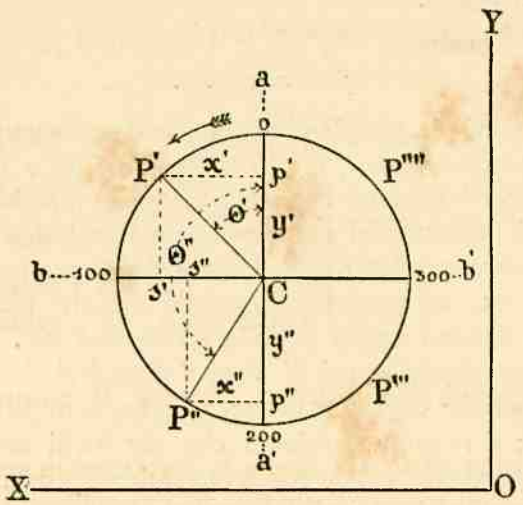


Fig. 15.

sinistra come viene indicato dalla freccia. Ciò premesso consideriamo il punto P', giacente sul piano $X\,O\,Y$, di cui si vuol determinare la sua posizione mercè uno dei sistemi di coordinate suindicati.

In base a quanto abbiamo esposto al paragr. 67 rispetto all'asse $a\,a'$ passante per C. che assumeremo come *polo*, le *coordinate polari* del punto P' saranno evidentemente:

Il raggio vettore $CP' = r'$ e l'angolo $a\,c\,P' = 0'$.

Se dal punto P' abbassiamo le normali $P'\,p'$ e $P'\,s'$ rispettivamente agli assi ausiliari $a\,a'$ e $b\,b'$ le *coordinate ortogonali* dello stesso punto P' saranno manifestamente (in seguito a quanto si è detto al paragrafo 64).

$$P'\,p' = x' \,;\; C\,p' = y,$$

ossia espresso simbolicamente:

$(r'.\,0')^{P'}$ coordinate polari di P'
$(x'.\,y')^{P'}$ » ortogonali di P'

97. Vediamo ora di esprimere le coordinate ortogonali x' ed y' del punto P in funzione delle sue corrispondenti coordinate polari r' e $0'$.

Avremo (parag. 17)

$$\text{sen}\,.\,0' = \frac{x'}{r} \quad \text{e} \quad \cos\,.\,0' = \frac{y'}{r'}$$

dalle quali si ricava:

$$x' = r' \text{ sen}\,.\,0' \tag{42}$$

$$y' = r' \cos\,.\,0'. \tag{43}$$

Nota quindi la posizione di un punto sopra un *piano* mercè le relative *coordinate polari*, mercè le formole (42) e 43) potremo calcolare le corrispondenti *coordinate ortogonali* giacchè: l'*ordinata* x è data dal prodotto del *raggio vettore* nel *seno* dell'angolo che il raggio vettore anzidetto fa coll'asse $a\,a'$ passante per il polo C; l'*ascissa* y è data dal prodotto del *raggio vettore* r' nel *coseno* dell'angolo che il detto raggio fa collo stesso asse $a\,a'$.

Il valore algebrico poi di x' ed y' dipenderà da quello delle funzioni algebriche contenute nel secondo membro delle equazioni (42) e (43); e siccome sappiamo che per archi minori di un quadrante (paragrafo 94) il segno algebrico spettante ai *seni* e *coseni* è sempre positivo così avremo per P'

$$x' = +\,r' \text{ sen}\,.\,0' \tag{44}$$

$$y' = +\,r' \cos\,.\,0'. \tag{45}$$

Note quindi le coordinate polari di un punto si vede come si possa facilmente trasformarle nelle due corrispondenti ortogonali quante volte il lavoro speciale che si deve eseguire richieda una tale trasformazione.

98. Consideriamo ora il punto P''; si conducano le due rette $P''p''$ e $P's'$ rispettivamente normali ai due assi $a\,a'$ e $b\,b'$, e si unisca C con P' mediante il raggio vettore $C\,P'' = r''$ ed indichiamo con $0''$ l'angolo positivo $a\,C\,P''$, avremo:

$(r'', 0'')^{P''}$ coordinate polari del punto P''

$(x'', y'')^{P''}$ » ortogonali » ».

Ma relativamente all'angolo $0''$ abbiamo:

$$\text{sen}\,.\,0'' = \frac{x''}{r''} \quad \text{e} \quad \cos\,.\,0'' = \frac{y''}{r''}$$

dalle quali

$$x'' = r'' \text{ sen}\,.\,0''$$

$$y'' = r'' \cos\,.\,0''$$

che ci dànno le coordinate ortogonali del punto P'' espresso in funzione delle corrispondenti coordinate polari. Siccome poi per angoli compresi fra il I° e II° quadrante (paragr. 94) abbiamo i *seni* positivi ed i *coseni* degli angoli sempre negativi così avremo per il punto P'' qualunque cadente nel II° quadrante

$$x'' = + r'' \text{ sen} . \theta'' \qquad (46)$$

$$y'' = - r'' \cos . \theta''. \qquad (47)$$

99. Analogamente per un punto P''' cadente nel III° quadrante (fig. 16) le cui coordinate in ambo i sistemi sieno:

$$(r''', \theta''')^{P'''}$$
$$(x''', y''')^{P'''}.$$

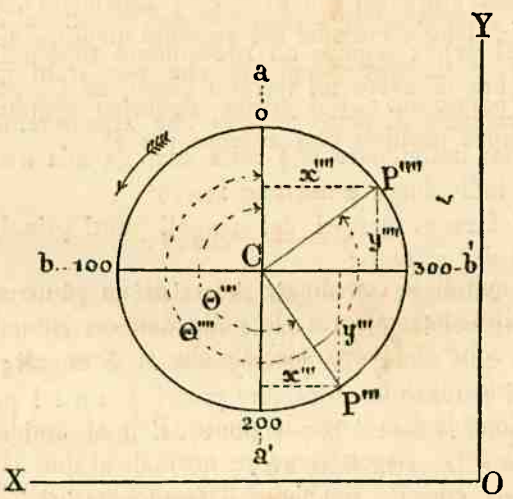


Fig. 16.

Relativamente all'angolo θ''' avremo:

$$\text{sen} . \theta''' = \frac{x'''}{r'''}, \cos . \theta''' = \frac{y'''}{r'''}$$

dalle quali

$$x''' = r''' \text{ sen} . \theta'''$$

$$y''' = r''' \cos . \theta'''$$

ma siccome per angoli compresi fra il II° e III° quadrante (pa-

ragrafo 94) si hanno i *seni* ed i *coseni* tutti negativi così risulterà:

$$x''' = -r''' \text{ sen} . \theta'''$$

$$y''' = -r''' \cos . \theta'''$$

che ci daranno le coordinate ortogonali del punto P''' espresso in funzione delle sue coordinate polari.

100. Ed infine per un punto qualsiasi P^{iv} cadente nel IV° quadrante avremo:

$$x^{iv} = -r^{iv} \text{ sen} . \theta^{iv} \qquad (48)$$

$$y^{iv} = +r^{iv} \cos . \theta^{iv} \qquad (49)$$

purchè per angoli compresi fra il III° e IV° quadrante le funzioni goniometriche *seni* sono tutte negative e positive quelle dei *coseni*.

101. Riepilogando e passando dall'astratto al concreto, supposto che si debba seguire un rilevamento topografico, e supponendo per ora di avere un terreno piano, se facendo stazione in un punto centrale di detto terreno che assumeremo come *polo*, noi possiamo individuare una retta analoga alla $a\,a'$ e mercè un istrumento individuare e misurare:

1.° I raggi vettori dei singoli punti principali e più rimarchevoli del terreno;

2.° Misurare gli angoli che i detti raggi vettori fanno colla $a\,a'$ passante per il polo sul quale supporremo coincidere il centro del circolo che serve alla valutazione degli angoli;

noi avremo le coordinate polari di tutti i punti anzidetti, mercè le quali si fisserà la posizione dei medesimi su di un piano rispetto a quella retta fissa $a\,a'$.

Per trasformare poi le coordinate polari dei punti anzidetti nelle loro corrispondenti ortogonali x ed y, niente di più facile, giacchè si avrà sempre per ognuno

$$x = r \text{ sen} . \theta \qquad (50)$$

$$y = r \cos . \theta \qquad (51)$$

salvo ad assegnare alle medesime il segno algebrico che loro compete a seconda del quadrante entro il quale ricadrà l'angolo θ.

102. *Costruzione ed uso delle tavole goniometriche.* Allo scopo di conoscere prontamente il valore delle funzioni goniometriche, facilitare i calcoli e la risoluzione delle formule nelle quali esse

entrano, si sono calcolate gli elementi *seno, coseno, tangente* e *cotangente* di tutti gli archi di *minuto primo* in *minuto primo* ed anche di 10 in 10 *secondi*, formando in tal guisa le *tavole goniometriche*.

Se non che in dette tavole in luogo delle semplici funzioni goniometriche si danno i *logaritmi aumentati* delle medesime.

Abbiamo già detto (n.° 43) chiamarsi *logaritmo aumentato* quello la cui caratteristica e stata aumentata di 10 unità e *complemento di logaritmo* ciò che gli manca per far 10.

Si dànno poi i *logaritmi aumentati* delle funzioni goniometriche anzichè le semplici funzioni giacchè in generale nelle calcolazioni torna più speditivo far uso di quelli che di queste, e si usano poi i logaritmi aumentati giacchè i valori delle singole funzioni goniometriche essendo tutti minori dell'unità (toltone quelli relativi alle tangenti e cotangenti) le caratteristiche riuscirebbero, come sappiamo, negative. Per le cotangenti si dànno egualmente i logaritmi aumentati, per conservare nelle tavole la stessa disposizione e la stessa uniformità.

A seconda del sistema adottato nella divisione del cerchio vi sono le *tavole logaritmiche sessagesimali*, e le tavole *logaritmiche centesimali;* queste ultime vanno annesse al presente manuale facendocene un frequente uso nella Celerimensura per il calcolo delle coordinate ortogonali.

103. *Istruzioni sull'uso delle tavole trigonometriche centesimali.*

Queste tavole dànno di cento in cento millesimi di quadrante *i logaritmi aumentati* delle funzioni goniometriche *seno, coseno, tangente* e *cotangente* da $0^q,00000$ sino a $0^q,03000$ (ossia sino all'ampiezza di 3 gradi), e di dieci in dieci millesimi da $0^q,03000$ fino a $0^q,50000$ (ossia dai 3^g sino ai 50^g).

Si estendono poi soltanto da 0^g a 50^g, giacchè da quanto abbiamo esposto al n.° 86 dal valore delle funzioni circolari degli archi da 0^g, a 50^g (ossia comprese nel semi-quadrante) si deducono quelli relativi alle funzioni di qualunque arco.

Ciò premesso farò tosto notare, che per gli archi di cui si cercano i logaritmi aumentati delle relative funzioni trigonometriche e che non eccedono i 50^g, i singoli *gradi* si trovano al sommo di ogni pagina ed i *minuti* nella prima colonna verticale a *sinistra* alla sommità della quale trovasi pure ripetuto l'arco stesso, il quale va aumentando dall'alto al basso come si è detto di dieci in dieci millesimi di quadrante (ossia di *minuto in minuto*).

Se fosse quindi dato:

$$\theta = 8^g\,50' = 0^g,085$$

ed occorresse il logaritmo del seno, coseno, tangente e cotangente del detto arco, si troverebbe nelle colonne portanti superiormente le analoghe intestazioni *log. sen.*, *log. cos.*, ecc.

$$\begin{aligned}\text{log. sen.} &= 9.124248\\ \text{log. cos.} &= 9.996117\\ \text{log. tang.} &= 9.128130\\ \text{log. cotg.} &= 10.871870.\end{aligned}$$

Se invece avessimo

$$\theta = 8^g,75' = 0^g,0875.$$

Nella prima colonna verticale a sinistra intestata *arc* scendendo troviamo in corrispondenza del detto arco

$$\begin{aligned}\text{log. sen.} &= 9.136760\\ \text{log. cos.} &= 9.995885\\ \text{log. tang.} &= 9.140870\\ \text{log. cotg.} &= 10.859125.\end{aligned}$$

Supponiamo ora che fosse dato:

$$\theta = 91^g,25' = 0^g.\,9125$$

e si cercasse il seno del detto angolo.

Sappiamo (n.° 81) che il seno di un angolo è eguale al coseno del suo complemento, quindi in luogo di *seno* di $0^g,9125$ cercherò il *coseno* di

$$1.0000 - 0.9125 = 0,0875$$

e troverei che

$$\text{log. cos.}\,0,0875 = 9.995885$$

e quindi

$$\text{sen.}\,0^g.\,9125 = 9.995885.$$

Ma non è necessario eseguire la superiore sottrazione per trovare il complemento di un angolo giacchè le tavole stesse ce

lo forniscano direttamente, e trovasi scritto al basso della stessa pagina e nella ultima colonna verticale a destra nella quale trovansi pure dal basso all'alto i corrispondenti *minuti*.

Dunque, invece di calcolare il complemento di $91^{g},25'$ per avere il seno di questo arco si ha in basso della stessa pagina 91^{g}, ossia $0^{g},910$ e nella colonna a destra dal basso all'alto trovo l'indicazione $25'$ anzi scritto direttamente

$$0,9125$$

e nella linea di numeri orizzontale corrispondente al num. 0,9125 e nella colonna verticale dove al basso sta l'indicazione *log. cos.* trovasi appunto il numero sopratrascritto 9,995885 che è appunto il log. aumentato del seno dell'arco dato di $91^{g},25$.

Ciò che si è esposto pel *seno* di un arco vale manifestamente anche per la tangente, giacchè la tangente di un angolo è eguale alla cotangente del suo complemento e viceversa.

Dunque fino a tanto che gli angoli di cui si cercano i logaritmi delle funzioni suddette non eccedono i 50^{g}, ossia il semi-quadrante, i singoli *gradi* trovansi al *sommo* delle pagine ed i *minuti* nella prima colonna *verticale* a *sinistra*, crescenti dall'alto al basso; per angoli invece superiori al semi-quadrante, ossia da 50^{g}, a 100^{g}, i *gradi* si trovano al *basso* delle pagine ed i *minuti* nell'ultima colonna *verticale* o *destra* e progredienti dal basso all'alto.

Se poi fosse dato

$$\theta = 285^{g}.62'$$

e si cercassero i logaritmi delle funzioni seno, coseno, tangente e cotangente del detto arco, per quanto si è detto al n.° 92, si cercherà nelle tavole l'angolo

$$\theta = 85^{g},62' = 0^{g},8562$$

avremo

log. sen. $0^{g},8562$	$= 9,988825$	(—)
log. cos. »	$= 9,350179$	(—)
log. tang. »	$= 10,638646$	(+)
log. cotg. »	$= 9,361354$	(+)

PARTE SECONDA

PRELIMINARI ALLO STUDIO DELLA MODERNA TOPOGRAFIA.

CAPITOLO I.

NOZIONI GENERALI

104. *Geometria* nel senso più stretto della parola significa misura della terra, dovrebbe quindi essere anche oggi il vero appellativo della scienza che ha per oggetto la misura parziale o generale del nostro geode.

Se non che essendosi riservato in prosieguo una tale denominazione alla scienza che ha per oggetto lo studio delle grandezze in astratto, vi si sostituirono altri due nomi: la *Topografia*, cioè se la misura si riferisce ad una limitata parte di superficie terrestre, e la *Geodesia* che dà le norme per determinare le vere dimensioni della Terra. Oltre poi della espressione numerica di una data grandezza terrestre, necessitando anche quella grafica, almeno in molti casi speciali, la Topografia moderna si può con maggiore precisione definire: quel ramo speciale di geometria applicata che fornisce i mezzi e le norme per il rilevamento numerico di una limitata superficie terrestre e per la rappresentazione della medesima sopra un piano mercè una figura ad essa perfettamente simile.

105. È noto a tutti la rotondità della Terra e la superficie della medesima non essendo sviluppabile sopra un piano si scorge subito che lo scopo a cui tende la Topografia non può essere risoluto che in via approssimativa. È questo d'altronde un difetto comune a tutte le scienze applicate.

Sia la curva $PEP'E'$ (fig. 17) una elissi. PP' l'asse $<$; EE' l'asse $>$. La detta curva ruotando intorno all'asse PP' genera un corpo che chiamasi *elissoide*, e si ritiene essere la forma della terra quella appunto di un elissoide di rivoluzione intorno

all'asse minore della elisse generatrice. Le differenze si aggirano soltanto sulla forma precisa della elisse generatrice anzidetta.

Dai lavori geodetici eseguiti risulterebbe il semi-asse > dell'elissoide terrestre di metri 6377398.1 ed il semi-asse minore di metri 6356079.9.

Dicesi *schiacciamento* il rapporto della differenza dei due diametri al diametro equatoriale, per conseguenza lo schiacciamento della Terra sarebbe prossimamente eguale ad $\frac{1}{299,1528}$ od in cifra tonda ad $\frac{1}{300}$. In un globo adunque del diametro di 40 centimetri la differenza fra i due diametri si ridurrebbe a 0,00133, ossia a poco più di un millimetro.

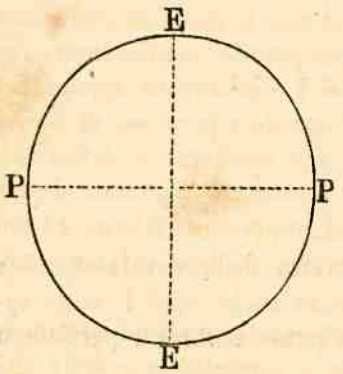


Fig. 17.

Essendo la forma della Terra quella di un elissoide di rivoluzione poco diverso da una sfera, per facilitare gli studi topografici e per i fini che la Topografia si propone, si può senz'altro considerare la Terra sferica di raggio medio 6366740.

106. In tale ipotesi (che d'altronde si vede molto prossima al vero) e facendo astrazione dalle irregolarità del suolo possiamo pure ritenere che una limitata superficie terrestre si confonda, e s'immedesimi per così dire, con quella del piano tangente ad un suo punto situato prossimamente nel mezzo o centro di detta superficie.

Infatti le più rilevanti accidentalità del suolo messe a confronto col raggio della Terra, non sono tali da alterare sensibilmente la forma sferica della medesima. Il monte *Everest* a Gaurisankar nell'Imalaja, e che è la più eccelsa vetta dell'Imalaja e di tutto il mondo, non ha che l'altezza di 8840^m, ossia $\frac{1}{800}$ circa del raggio terrestre, per cui riferendoci all'esempio suesposto, sopra un globo di soli 40 centimetri di diametro, sarebbe pressochè invisibile giacchè si eleverebbe sulla superficie del medesimo di soli metri 0,00025, ossia un quarto di millimetro. Sulla stessa sfera un velo d'acqua stesovi con un pennello rappresenterebbe la profondità dei mari. Atteso quindi alle grandi dimensioni della

Terra e facendo astrazione dalle accidentalità del suolo si può considerare come piana la superficie di una limitata plaga di terreno.

107. Proiettando su questo piano i diversi punti di quella limitata porzione di superficie terrestre e costituendo sopra un foglio di carta piana una figura in tutto simile ad essa si ha ciò che in topografia chiamasi *planimetria*.

108. Ma in realtà e praticamente non si può fare astrazione assoluta delle accidentalità del suolo per poterlo rappresentare con precisione e per i fini a cui tendono i rilevamenti topografici. Perchè dunque la rappresentazione di una data porzione di superficie terrestre sia completa, necessita far risultare le dette accidentalità determinando le altezze o profondità dei suoi diversi punti, massime dei più rimarchevoli ed importanti, riferite ad una determinata superficie di paragone, il che ha dato origine e costituisce l'oggetto dell'*altimetria*.

Nei corsi di Topografia antica si hanno metodi ed istrumenti diversi e distinti per la esecuzione della planimetria e della altimetria di una determinata porzione di superficie terrestre, invece nella moderna Topografia un punto qualsiasi del terreno si rileva contemporaneamente tanto nel senso planimetrico che altimetrico e numericamente e non con operazioni grafiche sempre affette da sensibili errori.

È questa una caratteristica importantissima dei nuovi procedimenti topografici, di cui in prosieguo apprezzeremo i grandi vantaggi.

109. Prima però di procedere oltre necessita *precisare il piano* che in via astratta si sostituisce alla superficie sferica terrestre, e che rappresenta assai bene l'assieme del terreno.

Nella supposizione della terra sferica la retta che congiunga un punto del suolo col centro di essa chiamasi *verticale*.

La verticale di un luogo è data dalla direzione del *filo a piombo*.

Chiamasi *filo a piombo* o *piombino* un filo molto flessibile sospeso ad un suo estremo ed all'altro attaccatovi un peso abbandonato a sè stesso. È noto che in tal caso la direzione del filo è normale alla superficie delle acque stagnanti.

L'asse minore dell'elisse generatrice della terra e che abbiam supposto si confonda con un cerchio (considerando la terra sferica) costituisce l'*asse* della Terra.

I punti d'incontro di questo asse colla superficie terrestre diconsi *Poli*. Uno è il polo *Nord* o *boreale* ed è quello rivolto verso la nota costellazione del *Carro* od *Orsa maggiore*, l'altro è il polo *Sud* od *australe*.

Qualunque piano passante per l'asse della Terra, taglia la superficie terrestre secondo un circolo massimo detto *meridiano*. Per ogni punto della superficie terrestre potendosi immaginare condotto un piano passante per l'asse suddetto, ne segue che infiniti sono i meridiani terrestri, ed ognuno prende appunto il nome dal punto speciale pel quale passa il piano suddetto. Così i meridiani di Roma, Parigi, Greenwich, ecc. indicano i circoli massimi della Terra passanti per un punto speciale degli Osservatorii astronomici esistenti rispettivamente nelle nominate città.

Se poi pel centro della Terra s'immagina condotto un piano normale al detto asse e quindi equidistante dai poli, la intersezione di questo piano colla superficie terrestre è ancora un circolo massimo che dicesi *linea equatoriale* o semplicemente *equatore*, e divide il globo in due parti eguali od *emisferi*, l'uno *boreale* e l'altro *australe*.

I *paralleli* sono circoli minori della Terra determinati dalla intersezione di piani normali all'asse terrestre e quindi paralleli all'equatore; da ciò appunto il loro appellativo.

I paralleli decrescono di diametro, ossia sono tanto minori quanto più si accostano ai poli, da ciò anche il nome di *circoli minori*.

In causa della forma sferica della Terra le *verticali* dei diversi punti del terreno a rilevarsi non sono evidentemente parallele. In una circonferenza divisa secondo il metodo antico o sessagesimale sappiamo già che un arco di lunghezza eguale al suo raggio contiene (n.° 53):

$$57^{\circ}.17'.45'',$$

ossia

$$206265'' \text{ (minuti secondi)}$$

ammesso il raggio della Terra di metri 6366740 la lunghezza dell'arco di circolo massimo corrispondente ad 1" (minuto secondo) è eguale a metri 30.86.

Se consideriamo quindi due verticali agli estremi di un arco di circolo massimo di lunghezza L, e indichiamo con R il raggio della Terra la misura G dell'inclinazione delle due verticali sarà

data dalla nota formola (n.° 60)

$$G = 206265 \frac{L}{R}$$

e sostituendo ad R il suo valore

$$G = 0{,}0324\, L$$

per cui nel caso di $L = 100^m$ si avrebbe

$$G = 3''.24 \text{ (sessagesimali)}.$$

Siccome poi lo stesso arco espresso in misura decimale contiene

$$63^g.\,66'.\,20''.\,40'''$$

ossia

$$0^g{,}63662040$$

espresso in dieci millesimi di grado centesimale, la formola (n.° 60) diventa

$$G = 6366204 \frac{L}{R} = 0^g{,}09999\, L$$

e per

$$L = 100^m \quad G = 0^g{,}000999,$$

vale a dire le due verticali poste alla distanza di 100^m comprenderebbero un angolo di un millesimo circa di grado.

Essendo quindi l'inclinazione di due verticali cosa, nel più dei casi, trascurabile, si è convenuto di prendere per *piano di proiezione* quello normale alla verticale del punto prossimamente centrale alla limitata superficie terrestre che si deve rilevare — ammettendo che la figura che ne risulterebbe sia quella che si avrebbe proiettando sul medesimo i diversi punti del terreno mercè le corrispondenti verticali.

110. Necessita ora di stabilire il limite dell'estensione del rilevamento compatibile colle fatte supposizioni, cioè che le verticali dei diversi punti del terreno si possano considerare come parallele e che quindi la superficie del terreno stesso si possa ritenere confondentesi con quella del piano tangente al punto centrale della medesima.

Considerando la Terra di forma sferica e di raggio medio 6.366740 basterà mercè le tavole logaritmiche cercare qual'è l'arco

di circolo massimo in cui la tangente si confonde prossimamente con l'arco stesso.

Sia Aa' un arco di circolo massimo della Terra dell'ampiezza di 30′ (sessagesimali) consideriamo la calotta sferica generata dalla rotazione dell'arco anzidetto intorno al raggio terrestre $AC = 6.366740$. Il *piano di proiezione* normale alla verticale passante per A, e quindi tangente alla superficie terrestre suddetta in A, sarà quello prodotto dalla rotazione della tangente AT attorno ad AC.

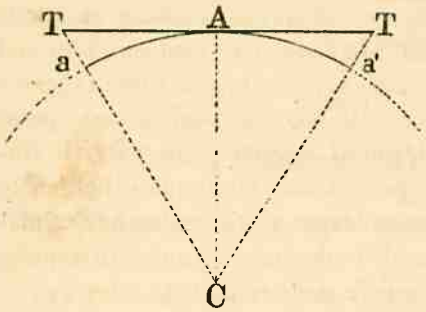


Fig. 18.

Aa' espresso in parti di raggio $= 55560.27$.
La tangente dell'angolo di 30′ $= 55561.70$

$\Delta = 1.43$

raddoppiando quei valori si avrà evidentemente la differenza dei lati topografici aa' e TT' presi sulla sfera e sul piano tangente, corrispondenti ad un angolo al centro di 1° cioè:

$aAa' = 111120.54$
$TAT' = 111123.40$

$\Delta = 2.86$

quantità, come si vede, praticamente trascurabile e al disotto della tolleranza ammessa in una levata topografica della rilevante estensione di oltre 111 chilometri di lato.

111. Possiamo quindi assumere senza alcun scrupolo per piano di proiezione di una data superficie di terreno di estensione non eccedente quella suindicata, il piano normale alla verticale ad un suo punto centrale, ossia il piano tangente alla superficie anzidetta supposta sferica in un punto centrale ed eseguire la corrispondente planimetria proiettando su di esse a mezzo delle verticali condotte per i punti principali e più rimarchevoli.

Atteso poi alle accidentalità che sempre presenta il terreno da rilevarsi topograficamente, in luogo di un sol piano tangente

al punto centrale al terreno suddetto, praticamente necessita assumere diversi piani tutti tangenti alla superficie terrestre (supposta sferica) nei punti più importanti e sui quali dovremo di preferenza fermarci o *far stazione* per usare dei mezzi che la Topografia ci offre per arrivare allo scopo cui questa tende, e su questi diversi piani proiettare le diverse particelle che costituiscono nel loro assieme il terreno di cui vuolsi fare la levata topografica.

E siccome abbiamo ammesso le verticali dei diversi punti del terreno come parallele, così questi diversi piani parziali riusciranno pure paralleli e potremo proiettarli e confonderli nell'unico piano tangente al punto centrale suddetto e le diverse figure planimetriche parzialmente rilevate si fonderanno in un tutto rappresentante il complesso della superficie del terreno da rilevarsi.

Ma perchè tale rappresentazione (sia numerica che grafica) riesca esatta e completa abbiamo detto che necessita conoscere le altezze o profondità dei diversi punti del terreno per rapporto ad un determinato *piano di paragone fisso ed invariabile.*

112. Se pel punto prossimamente centrale alla superficie di terreno di cui vuolsi eseguire il rilevamento topografico conduciamo una *verticale,* il piano tangente alla superficie anzidetta in quel punto, e gli infiniti piani ad esso paralleli (e quindi normali alla detta verticale) diconsi: *piani orizzontali.*

Il piano invece passante e coincidente colla detta verticale dicesi *piano verticale.*

Per un punto adunque del terreno mentre si ha una serie infinita di *piani orizzontali* tanto inferiormente che superiormente al punto stesso, abbiamo invece per questo, e manifestamente, un unico piano verticale.

Ora se noi supponiamo la superficie sferica delle acque del mare, in istato di perfetta tranquillità, convenientemente protratta a tutta la Terra, il piano tangente alla detta superficie nel punto in cui viene incontrata dalla verticale passante pel punto medio della porzione di terreno da rilevarsi — tale piano orizzontale e che chiamasi anche *piano generale di livello, piano geodetico fondamentale,* è quello che si assume per riferirvi le altezze rispettive dei diversi punti del terreno — altezze che saranno date evidentemente dalle porzioni di verticali intercette fra i diversi e più rimarchevoli punti del terreno e l'indicato *piano di livello.*

I piani orizzontali suddetti chiamansi anche *orizzonti apparenti* per distinguerli dagli *orizzonti veri,* che sarebbero le superfici sferiche concentriche a quelle della Terra supposta sferica.

Fra tutti gli orizzonti veri ve ne ha uno particolarissimo e che è quello determinato dalla superficie delle acque del mare in istato di assoluta tranquillità, qualora si supponga convenientemente protratta a formare quella sfera di raggio medio più sopra stabilito di m. 6,365740.

Analogamente si chiamano *orizzontali apparenti* le infinite rette giacenti in un piano orizzontale, ed *orizzontali vere* (nella supposizione della Terra sferica) l'infinita serie di circoli massimi passanti per un punto della superficie della Terra e costituenti appunto nel loro assieme la superficie sferica della Terra stessa.

CAPITOLO II.

SCELTA DEI PIANI D'ORIGINE DELLE MISURE

113. Per fissare la posizione di un punto sulla superficie della Terra, supposta sferica, si ricorre ad un sistema di *coordinate polari* dette propriamente *coordinate geografiche* il cui asse principale è l'asse della sfera terrestre ed il *polo* il centro della sfera suddetta.

La sfera di centro C, rappresenti il nostro geode, PP' l'asse del medesimo e quindi P, P' i poli relativi. Il circolo massimo $EeE'e'$ (visto prospetticamente) rappresenti l'*Equatore*, l'altro $PEP'E'$ un *meridiano terrestre*.

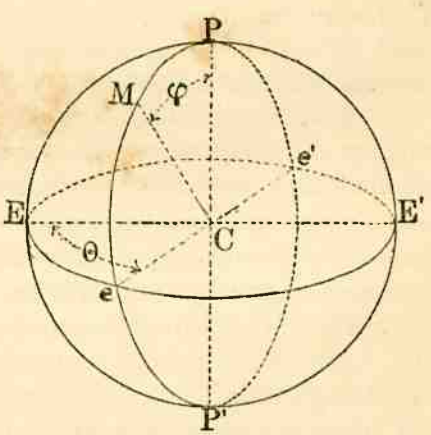


Fig. 19.

I piani dai quali si parte per la misura delle coordinate geografiche sono appunto l'*equatore* ed un meridiano qualsivoglia scelto ad arbitrio come il suddetto $PEP'E$ che chiamasi in tal caso *meridiano primo* o *normale*.

Si è già accennato come anche noi abbiamo, al pari delle altre nazioni, il nostro meridiano normale, o primo e come sia precisamente quello che passa per Roma.

Ora se per un punto M scelto ad arbitrio sulla Terra, supponiamo condotto il meridiano PM e $P'e'$, le coordinate geografiche del punto M sono:

a) l'angolo $Ece = \theta$ misurato dall'arco Ee di equatore compreso fra il meridiano normale e quello passante per lo stesso punto M, e che chiamasi *longitudine;*

b) l'angolo $MCe = \varphi$ misurato dall'arco di meridiano proprio del punto M e compreso fra l'equatore e la verticale CM, e che chiamasi *latitudine;*

c) il *raggio vettore* $CM = r$ (raggio terrestre che nell'ipotesi della terra sferica è eguale per tutti i punti della Terra).

Per conseguenza un punto qualunque è determinato di posizione sulla superficie terrestre quante volte si conosca la *longitudine* e la *latitudine* del medesimo.

Ma perchè la ubicazione sua sia completa è necessario una convenzione sul senso secondo il quale contare le misure angolari o circolari a partire dai piani d'origine suddetti.

Si è quindi a tale proposito convenuto di misurare le *longitudini* a partire dal *primo meridiano* procedendo verso Est o levante da 0° a 180° (graduazione antica o sessagesimale) e da 0° a 180° verso ovest od occidente, e quindi le denominazioni di *longitudini orientali ed occidentali.*

Altri invece le contano a partire sempre dal primo meridiano da occidente verso oriente da 0° a 360°.

Le latitudini invece si misurano da 0° a 90° partendo dall'equatore verso i poli, da ciò le denominazioni di *latitudini boreali ed australi* a seconda che i punti a cui si riferiscono si trovano nell'uno o nell'altro emisfero omonimo.

114. Supponendo poi la Terra come costituita dal globo risultante dalla superficie delle acque del mare in istato di assoluta tranquillità e convenientemente protratta sotto tutti i continenti, per determinare completamente la posizione di un punto del terreno vero occorre una terza coordinata geografica detta *altitudine* destinata a dare appunto l'altezza del medesimo dalla superficie di livello che abbiam chiamato (n.° 112) *orizzonte vero.*

115. Note quindi la longitudine, la latitudine e l'altitudine di un luogo della Terra, le due prime misurate in gradi e nel modo più sopra indicato e la terza in metri (sulla verticale passante per il luogo), questo sarà completamente determinato di posizione.

116. A tutti son note le *carte geografiche* le quali abbracciano vaste estensioni del nostro globo ed anche un intero emisfero, nel qual caso diconsi *mappamondi;* ora, una superficie sferica non essendo sviluppabile sopra un piano, ne segue che le linee o traccie dei piani suindicati dai quali si contano le longitudini e le latitudini vengono più o meno contratte a seconda del metodo di projezione, e le diverse parti dell'emisfero rappresentato riescono più o meno deformate, come pure è a tutti noto.

117. Trattandosi però di una superficie non molto estesa (ma eccedente i limiti indicati al n.° 110) per esempio l'Italia, si può seguire un metodo di projezione che non alteri molto le figure, e conservare presso a poco la stessa regolarità delle sue dimensioni. Questo metodo serve per la formazione delle *carte particolari* destinate a rappresentare uno Stato od una provincia.

Accenneremo quindi alla scelta dei piani od assi che in quest'ultimo caso si assumono per fissare di posizione un punto qualsivoglia della superficie terrestre cadente nella plaga di cui si vuol eseguire il rilevamento.

Qualora sia necessario fissare l'ubicazione rispetto alla Terra della superficie terrestre della quale vuolsi effettuare la levata topografica si assume come *primo* piano di riferimento un meridiano fisso, il normale, ossia, nel caso dell'Italia, il *meridiano di Roma* e per *secondo* un altro *piano verticale* al primo normale, che prende il nome di *primo verticale,* e passante pel punto che si assume come *origine delle coordinate.*

In tal caso, gli assi *coordinati ortogonali topografici* sarebbero:

1.° La direzione del *meridiano normale.*

2.° La direzione del *primo verticale.*

3.° La direzione della *verticale* al punto d'incontro delle due prime direzioni, punto che si assumerebbe come origine delle coordinate ortogonali espresse tutte in metri e non in gradi.

Tutti i rilevamenti topografici di una certa entità da eseguirsi in Italia dovrebbero quindi, secondo il Porro, essere riferiti ad un unico sistema di assi e cioè:

1.° *Al meridiano di Roma* (*cardo maximus* dei Romani), come asse principale ponendo l'origine all'equatore, asse che denominava delle *Y* (*latide*) per analogia alla corrispondente coordinata geografica.

2.° Al *paralello* (*decumanus* dei Romani)* passante pel punto d'origine anzidetto, assunto come asse delle *X* o delle *longidi* per analogia alla corrispondente coordinata geografica che abbiam denominato longitudine.

3.° Alla *verticale* passante pel punto d'origine, coordinata che chiamerebbesi *altide,* nome analogo a quello di altitudine nel sistema di coordinate geografiche più sopra enunciato.

---

* E. N. Legnazzi, *Del catasto romano.*

Da ciò nascerebbe il nuovo sistema di proiezione geografica speciale semplicissimo nel quale i *meridiani* e i *paralelli* sarebbero rappresentati da semplici rette ortogonali generando un *reticolato quadratrico* in sostituzione di quello *romboidico* che tutti conoscono.

In tale sistema l'asse principale essendo il meridiano, secondo la consuetudine avrebbesi dovuto assumere come quello delle X, invece come già si accennò, piacque al Porro di assumerlo come quello delle Y, per cui denominò x le *ordinate* ed y le *ascisse* contrariamente all'uso comune e senza, che io ne sappia, una ragione veramente seria e plausibile.

Abbiam già detto che non credemmo opportuno derogare anche in ciò dalla innovazione adottata dal Porro, per cui assumeremo sempre la *meridiana* come asse principale, come base, e quindi delle Y, denominando per ciò con y le *ascisse* prese sul medesimo e con x le *ordinate* prese sui paralleli.

118. Trattandosi poi, come più spesso succede, del rilievo di una porzione di terreno assai limitata e che la planimetria o projezione di essa può servire isolatamente dal resto della terra, per fissare la posizione dei diversi punti del medesimo si possano anche scegliere come piani di riferimento *due piani verticali ortogonali* qualsivoglia ed un *terzo piano orizzontale* sul quale projettare a mezzo delle verticali i diversi punti del terreno di cui si vuol eseguire il rilievo.

Per i lavori poi più specialmente compresi nel quadro del presente Trattato assumeremo sempre per assi coordinati ortogonali:

1.° La direzione della *meridiana*, e questa come base fondamentale, e denominandola asse delle Y o delle *ascisse*.

2.° La direzione della *perpendicolare*, assumendola come asse delle *ordinate* X.

3.° La direzione della *verticale*, come asse delle ordinate Z condotta pel punto d'intersezione delle due prime rette, punto che assumeremo come *origine* delle coordinate anzidette.

Il *piano* di *projezione* sarà sempre quello determinato dai due assi delle X e delle Y. L'origine delle misure angolari od anomalie 0, si assumerà sull'asse fondamentale, ossia sulla *meridiana* ritenendo l'andamento positivo o crescente delle medesime quello indicato al paragrafo 73. Al quale pure ci riportiamo anco per tutte le altre convenzioni ivi stabilite dovendo, a nostro avviso,

attenerci per quanto possibile scrupolosamente fedeli alle norme, convenzioni e denominazioni stesse stabilite dal Porro sia per le ragioni addotte al citato paragrafo 73, sia perchè lo studioso possa trovare fra le opere del precitato geometra e quelle de' suoi discepoli e seguaci quella corrispondenza di linguaggio tecnico che forma la base fondamentale di ogni scienza.

CAPITOLO III.

ESPOSIZIONE DEL METODO
PER RISOLVERE TEORICAMENTE IL PROBLEMA
SCOPO DELLA MODERNA TOPOGRAFIA

119. In seguito a quanto abbiamo esposto nei capitoli precedenti, possiamo ora esporre in tutta la sua integrità il problema che si propone di risolvere la moderna Topografia, avendo già in modo più generico fatto vedere al n.° 71, come si arrivi alla soluzione del medesimo.

Sia $a\,a'\,a''\,a'''$ un *piano orizzontale* ossia un *orizzonte apparente* (n.° 112) passante pel punto O prossimamente centrale alla superficie di terreno di cui vuolsi eseguire il rilevamento topografico.

Sul detto *piano orizzontale* si tracci la *meridiana* YY', e la *perpendicolare* XX' intersecantesi in O che assumeremo come origine delle *coordinate ortogonali topografiche* (fig. 21).

Infine dal punto O s'innalzi la *verticale* OZ.

In altri termini le rette XX' ed XY' non sono come al (n.° 71) due rette qualunque, ma bensì nel caso in ispecie le traccie sul *piano orizzontale* $a\,a'\,a''\,a'''$ di due *piani verticali* la cui comune intersezione determina il terzo asse OZ, che è la verticale al punto O, punto comune ai tre assi ora noti e ben definiti, e che si assume come origine delle coordinate.

I due angoli che allora denominammo φ e ϑ (e che analiticamente diconsi *anomalie*) il primo è un *angolo verticale* il secondo un *angolo orizzontale*. Avvertiamo inoltre per meglio intenderci e più concisamente in avanti, che l'estremo superiore Z della verticale OZ comunque protratta sul piano orizzontale ossia sull'orizzonte apparente chiamasi *Zenit*, e quindi l'anomalia generica φ dicesi nel caso in ispecie *angolo verticale* o *zenitale*, ed anche *distanza zenitale*.

Così pure l'angolo che una direzione qualsivoglia che parta dall'origine *O*, fa colla meridiana chiamasi *azimut*, e quindi la coordinata polare che al n.° 71 abbiamo indicato con θ, chiamasi anche *angolo azimutale* o semplicemente l'*azimut* del punto generico *P*.

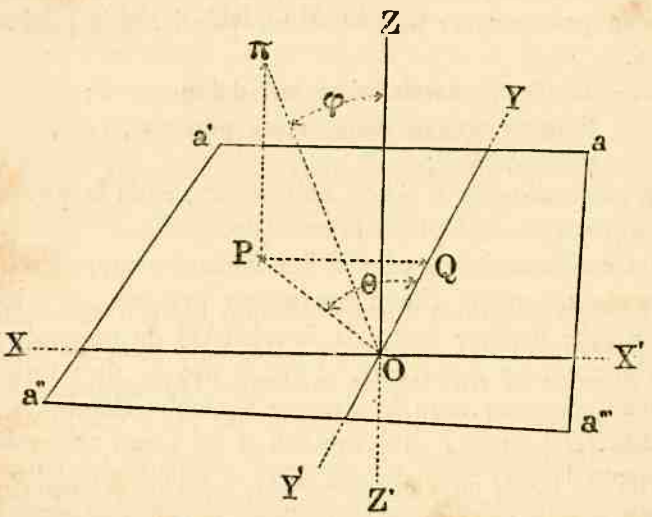


Fig. 20.

Consideriamo ora un punto π compreso fra l'angolo dietro *O X Z Y*, la cui proiezione sul piano orizzontale sia *P*, uniamo il punto π con *O* mediante il raggio vettore $0\,\pi$. In seguito a quanto abbiamo esposto al n.° 118, rispetto ai nuovi piani od assi, ossia rispetto alla *meridiana* ed alla *verticale* il punto π sarà completamente determinato di posizione quando si conosca:

1.° L'*angolo azimutale* θ.

2.° L'*angolo verticale*, o *distanza zenitale* φ.

3.° Il *raggio vettore* $O\pi = r$ e che sono appunto le *coordinate polari* del punto π.

120. Se non che oltre alla determinazione della posizione del punto π nello spazio, occorre nella moderna topografia di fissare la sua posizione sul piano orizzontale di proiezione, ossia fissare su di essa il punto *P* projezione di π. Se da π abbassiamo la verticale πP ed uniamo *P* con *O* mediante la retta *P O*, si comprende facilmente che per avere il punto *P* basterà conoscere sul detto piano la lunghezza *O P projezione* del raggio vettore $O\pi = r$ il che non presenta alcuna difficoltà giacchè essendo *O P* cateto

del triangolo rettangolo (in P) $OP\pi$ avremo, ponendo $OP = K$

$$K = r \text{ sen} . \varphi. \qquad (1)$$

121. Dunque nella moderna Topografia potremo fissare di posizione nello spazio un punto qualsivoglia π ed averne nello stesso tempo la sua projezione sul *piano orizzontale*, quante volte si possano praticamente determinare i valori assoluti dei seguenti elementi.

$0 =$ *angolo orizzontale* od *azimut* del punto π;

$\varphi =$ *distanza zenitale* dello stesso punto π,

$r =$ *raggio vettore;*

$K =$ *la distanza r ridotta all'orizzonte,* ossia la projezione K del raggio vettore sul piano orizzontale.

I tre elementi $0, \varphi$ ed r si determinano sempre direttamente sul luogo e nel modo che a suo tempo indicheremo; invece la K si potrebbe dedurre mercè la formula (1) quantunque, per ragioni che appresso esporremo, si faccia uso di altra formula per ridurre all'orizzonte tutte le distanze analoghe alla 0π.

122. Dal punto P projezione di π sul piano orizzontale $a\,a'$, conduciamo la PQ normale alla YY' e quindi paralella all'asse XX', da quanto abbiamo esposto negli elementi di geometria ai n.° 69, avremo che le *coordinate ortogonali* del punto π rispetto agli assi suddetti saranno:

$$OQ = Y \text{ (latide)}$$
$$PQ = X \text{ (longide)}$$
$$\pi P = Z \text{ (altide).}$$

Conoscendosi quindi il valore assoluto ed algebrico delle X, Y, Z del punto π, questo sarebbe completamente determinato di posizione nello spazio e si potrebbe avere la relativa projezione sul piano orizzontale, giacchè giova ripeterlo nella moderna Topografia per rappresentare una data superficie di terreno occorre eseguirne la projezione sopra un piano orizzontale di tutti i punti linee o figure che rappresentano nel miglior modo possibile l'assieme e la configurazione del terreno stesso (n.° 109).

Ma siccome i diversi punti del terreno si vogliono nella moderna topografia espressi in funzione delle rispettive coordinate ortogonali e riferite tutti agli assi principali suddetti ossia alla *meridiana*, alla *perpendicolare* ed alla *verticale*, passanti per un punto

O prossimamente centrale alla plaga di terreno di cui vuolsi eseguire il rilevamento planimetrico, e che si assume come *origine* delle dette coordinate, e siccome non si potrebbero praticamente misurare le tre lunghezze OQ, PQ e πP ed anche potendosi non vi sarebbe la pratica convenienza, così negli *Elementi di geometria* si determinarono le relazioni geometriche che esistevano fra le *coordinate polari* di un punto e le corrispondenti *ortogonali*, in base alle quali si poteva nel modo più facile e piano trasformare le une nelle altre, ossia passare dalle coordinate polari di un punto nelle corrispondenti coordinate ortogonali.

Senza quindi procedere alla misura delle lunghezze suddette OQ, PQ e πP noti gli elementi K, θ e φ del punto π, ossia la lunghezza del raggio vettore *r ridotto all' orizzonte* e che abbiamo indicato con K, l'*azimut* θ, e la *distanza zenitale* φ del punto π noi avremo in base alle formole (42) (43) del n.° 97

$$Y = K \cos . \theta \qquad (2)$$

$$X = K \operatorname{sen} . \theta . \qquad (3)$$

Dal valore poi delle funzioni goniometriche contenute nelle formule (2) e (3) noi rileveremo se il punto π trovasi nel 1.° o nel 2.° piuttostochè nel 3.° o 4.° quadrante.

Misurandosi gli *azimut* a partire dall'asse YY' e precisamente dalla parte di esso rivolta verso il Nord, e procedendo da destra a sinistra, passando successivamente per ovest, sud ed est, ne seguirà che se $\cos . \theta$ e $\operatorname{sen} . \theta$ sono entrambi positivi vorrà dire che il punto π trovasi nel 1.° quadrante ossia nella regione Nord-Ovest. Se $\cos . \theta$ negativo e $\operatorname{sen} . \theta$ positivo, ciò vorrà indicare che il punto π trovasi nel 2.° quadrante ossia nella regione Sud-Ovest. Analogamente se $\cos . \theta$ e $\operatorname{sen} . \theta$ sono entrambi negativi vorrà dire che il punto suddetto si troverà nella regione Sud-Est, ed infine se $\cos . \theta$ sarà positivo, e $\operatorname{sen} . \theta$ negativo il punto π ricadrà nel 4.° quadrante ossia nella regione Nord-Est.

Necessita dunque fare attenzione ai valori di θ ossia dell'azimut, giacchè da essi dipendano i *valori algebrici* da assegnarsi alle coordinate X ed Y, e da questo soltanto ci verrà indicato in quale regione trovasi il punto rilevato. Quindi onde evitare di cadere in equivoci varrà il metodo mnemonico dato al n.° 94, o non volendo a questo completamente fidarsi, occorrerà tener sempre presente la figura relativa ai segni proprii delle funzioni *seno* e *coseno* di cui alla fig. 14 del n.° 94.

123. Resta ora a vedere come si possa calcolare la ordinata Z in funzione delle stesse coordinati polari r, φ e θ.

Se col centro O e raggio PO descriviamo una circonferenza, è facile scorgere che la πP non è che la tangente dell'angolo πOP, quindi dal triangolo πPO avremo:

$$\pi P = PO \text{ tang. } \pi OP = PO \text{ cotang. } P\pi O$$

ossia

$$Z = K \text{ cotang. } \varphi, \qquad (4)$$

ossia la ordinata Z è data dal prodotto di K (projezione del raggio vettore sul piano orizzontale, od in altri termini la lunghezza $O\pi = r$ ridotto all'orizzonte) per la cotangente della distanza zenitale.

Il valore poi di Z dipenderà dal segno di cui sarà affetto la funzione goniometrica *cotang.* φ contenuta nel secondo membro dell'equazione (4). In altri termini dal valore di cotang. φ contenuto nella formola (4) noi potremo sapere se il punto qualsivoglia π trovasi superiormente od inferiormente al *piano orizzontale* di prozione passante sul punto O, origine delle coordinate.

Infatti finchè il valore di φ è compreso fra 0^g e 100^g ossia minore di un quadrante, il valore di cotang. φ è positivo e quindi il punto π trovasi soprastante al piano orizzontale, quando invece φ è maggiore di un quadrante, ossia superiore a 100^g (graduazione centesimale), allora sappiamo che cotang. φ è negativo e ciò c'indicherà che il punto π trovasi sottostante al piano orizzontale suddetto.

Nella moderna topografia e cogli istrumenti di cui appresso diremo, per tutti i punti che necessita determinare per il rilevamento di una data porzione di terreno, si determinano appunto i valori dei tre elementi r, θ e φ rispetto alla *meridiana* assunta come asse principale e ad un punto vero o fittizio assunto come *polo*, e poscia colle note formole

$$K = r. \; sen \, . \varphi \qquad (5)$$

$$X = K \, sen \, . \theta \qquad (6)$$

$$Y = K \, cos \, . \theta \qquad (7)$$

$$Z = K \, cotang \, . \varphi \qquad (8)$$

si calcolano le corrispondenti coordinate ortogonali riferite alla

detta meridiana ed alla perpendicolare e verticale passanti pel detto punto O, assunto come origine delle nuove coordinate.

Ma sia pur la limitata potenza dei mezzi di cui si dispone per determinare praticamente i valori degli elementi r, θ e φ, sia per gli ostacoli che di frequente oppone il terreno da rilevarsi e per molteplici altre cause, non è possibile da un sol punto vero o fittizio, assunto come origine delle coordinate ortogonali definitive, determinare gli elementi r, θ e φ per tutti i punti del terreno di cui occorre fare il rilevamento topografico.

È quindi necessità il far ricorso a degli assi *ausiliari* nel modo che ora indicheremo.

124. Sia O (fig. 21) il punto assunto come origine delle *coordinate definitive; YY'* la *meridiana XX'* la *perpendicolare.*

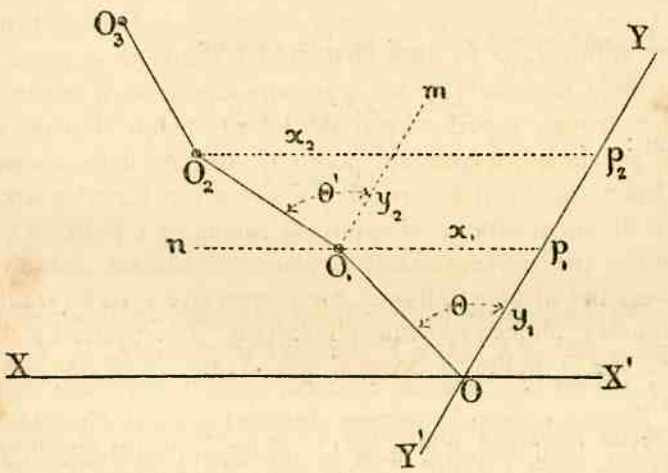


Fig. 21.

Indichiamo con x_1, y_1 le coordinate ortogonali del punto O_1 (esistente sul piano XOY) rispetto agli assi principali suddetti.

Ciò posto, dal punto O_1 (già determinato di posizione) si conducano le $O_1 m$ ed $O_1 n$ rispettivamente paralelle alle direzioni della meridiana e della perpendicolare. Riferendoci ai nuovi assi potremo determinare la posizione di un secondo punto O_2 mercè le sue corrispondenti coordinate ausiliarie x_2, y_2.

In base alle due *coordinate ausiliarie* x_1, y_1, ed x_2, y_2 noi possiamo facilmente determinare le *coordinate definitive* X_2, Y_2 del punto O_2 rispetto agli assi principali $XX'\ YY'$.

Infatti, dalla semplice ispezione della figura avremo:

$$X_2 = O_2 p_2 = x_1 + x_2$$

$$Y_2 = O p_2 = y_1 + y_2.$$

Si potrebbe in seguito assumere il punto O_2 come origine di un altro sistema di coordinate ausiliarie, e così determinare la posizione di un altro punto O_3, le cui coordinate ausiliarie sieno x_3, y_3. Allora le coordinate definitive del punto O_3 risulterebbero evidentemente dalle equazioni

$$X_3 = x_1 + x_2 + x_3$$

$$Y_3 + y_1 + y_2 + y_3$$

ed indicando con Σx e Σy le due somme

$$x_1 + x_2 + x_3, y_1 + y_2 + y_3$$

avremo:

$$X_3 = \Sigma x$$

$$Y_3 = \Sigma y.$$

Ossia per avere le coordinate *ortogonali definitive*, riferite agli assi principali XX' ed YY' dei diversi punti O_1, O_2, O_3, basterà fare la *somma algebrica* delle corrispondenti *coordinate ausiliarie.*

Abbiamo detto la somma algebrica giacchè dipendentemente dai valori degli angoli θ e φ, le coordinate ausiliarie che da essi dipendono possono essere positive o negative.

Quanto si è esposto relativamente alle coordinate x_1 ed y_1, vale pure per l'ordinata z_1 di un punto O_1, per cui riepilogando quando siansi determinate le coordinate ausiliarie

$$x_1, y_1, z_1, \quad x_2 y_2 z_2, \quad x_3, y_3 z_3,$$

dei punti analoghi ad $O_1 O_2 O_3 \ldots$, indicando con $\Sigma x, \Sigma y$, e Σz le tre somme algebriche delle rispettive coordinate ausiliarie, le *coordinate definitive* X, Y e Z dei medesimi punti rispetto agli assi principali *meridiana, perpendicolare* e *verticale* passanti per il punto O vero o fittizio assunto come origine delle dette coordinate defi-

nitive si avranno dalle somme anzidette espresse analiticamente dalle tre equazioni

$$X = \Sigma x \tag{9}$$

$$Y = \Sigma y \tag{10}$$

$$Z = \Sigma z. \tag{11}$$

125. Siamo ora al caso di concretare il procedimento che in base alla Moderna Topografia o Celerimensura, dobbiamo seguire per effettuare il rilevamento di una data superficie di terreno.

Occorrerà innanzi tutto scegliere un punto O come origine delle coordinate definitive per questo punto individuare i tre assi principali la *meridiana* cioè, la *perpendicolare*, e la *verticale*.

Siccome per le ragioni più sopra adotte nel più dei casi non sarà possibile determinare i valori di r, θ e φ per tutti i punti che occorre determinare, così a partire da O stabiliremo una linea spezzata (ed in taluni casi anche più d'una) analoga alla

$$O, O_1, O_2, O_3 \ldots$$

della fig. 22, i cui vertici li assumeremo come origini delle coordinate ausiliarie.

Per tutti i punti poi O_1, O_2, O_3 determineremo i corrispondenti valori di r, θ e φ è mercè le formole (5) (6) (7) (8) calcoleremo le relative coordinate ortogonali ausiliarie, e col sussidio delle altre formole (9) (10) (11) calcoleremo le corrispondenti *coordinate ortogonali definitive*.

126. Come sintesi di tutto quanto abbiamo precedentemente esposto risulta che il quesito costante, che l'Ingegnere topografico è ora chiamato a risolvere in base ai moderni procedimenti, si è quello di determinare la posizione di tutti i punti di una data porzione di superficie terrestre mercè le rispettive *coordinate ortogonali*, dedotte dalle corrispondenti *coordinate polari* direttamente rilevate sopra luogo, ossia per ogni singolo punto del terreno determinare direttamente i valori rispettivi di r, θ e φ.

Dal suesposto sarà facile intuire l'indole degli istrumenti che necessiteranno al Topografo moderno per potere praticamente determinare gli elementi r, θ e φ anzidetti, vale a dire saranno necessarii mezzi od istrumenti:

1.° per individuare e fissare *punti* sul terreno;

2.° per individuare e tracciare sul terreno *direzioni* e *piani;*

3.° per misurare direttamente angoli sia *orizzontali* che verticali;

4.° per assicurare la *verticalità* e la *orizzontalità* di linee e di piani;

5.° per misurare direttamente o indirettamente le *distanze*.

6.° per determinare l'*altezza verticale* di un punto sul piano generale di livello, o su di un piano orizzontale qualsivoglia.

7.° per determinare la direzione dell'asse principale o della *meridiana*.

L'esame e lo studio sommario di tutti gli anzidetti mezzi costituisce appunto l'oggetto della seguente parte III.ª

PARTE TERZA

INDICAZIONE DEI MEZZI OD ISTRUMENTI NECESSARII
PER RISOLVERE PRATICAMENTE IL PROBLEMA
CHE COSTITUISCE LO SCOPO PRECIPUO
DELLA MODERNA TOPOGRAFIA.

CAPITOLO I.

MEZZI OD ISTRUMENTI PER INDIVIDUARE E FISSARE PUNTI SUL TERRENO

127. Per individuare un punto sul terreno si usano le *paline,* che sono aste cilindriche di legno acuminate ad un' estremità munita di una puntazza in ferro, si dipingono a tratti bianchi e rossi per meglio distinguerle a distanza. S' impiegano anche comunemente fusti di canepa, aguzzate ad un estremo, e fesse nell'altro per potervi inserire un pezzo di carta bianca di forma rettangolare o triangolare, colla sua base normale alla lunghezza del fusto anzidetto.

Per fissare poi il detto punto e conservarne traccia per qualche tempo si usano dei *picchetti* di lunghezza proporzionata alla natura del terreno nel quale deve venire infisso, acuminato ad un suo estremo e con la testa piana.

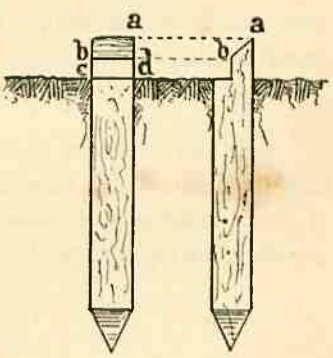


Fig. 22.

Qualora poi il picchetto debba servire anche per stabilire l'altezza del punto del terreno sopra un determinato piano di paragone, allora si foggia la testa del medesimo nel modo rappresentato nell' annessa figura.

Si pianta il picchetto sino a che la parte piana *c d* riesca a livello del terreno, e che è destinata a ricevere il piede di un speciale istrumento denominato *stadia* e che a suo tempo descriveremo. Nella parte rettangolare *b c,* s' inserisce il n.° del picchetto, le altre faccie compresa l' inclinata *a b* si dipingano in rosso, onde in seguito potere più facilmente rinvenire il picchetto.

Per individuare poi esattamente il punto s'infigge un chiodo sulla sommità del picchetto stesso.

128. Per individuare dei punti molto lontani si usano delle aste più grosse e lunghe delle paline dette comunemente *paloni* alla sommità dei quali si assicura una banderuola, ma più comunemente un telaio di legno di forma quadrata sul quale viene disteso un pezzo di tela e che chiamasi *scopo*. Si dispone poi lo scopo colla diagonale nel senso della lunghezza del palone come mostra l'annessa fig. 23. Lo *scopo* si usa dipingere a diversi colori. Quando lo scopo si proietta nel cielo, si deve dipingere metà giallo e metà nero, se invece si proietterà sul terreno allora occorrerà che lo scopo sia metà bianco e metà rosso, giacchè la pratica ha dimostrato che, date quelle condizioni, sono quelli i colori migliori per essere più facilmente distinti a rilevanti distanze.

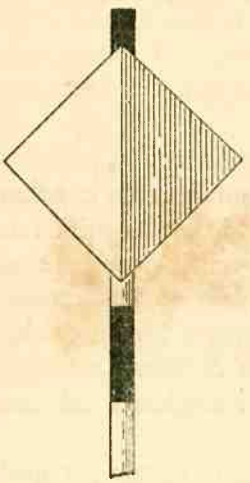


Fig. 23.

Gli *scopi* anzidetti essendo poi destinati ad individuare punti alle volte molto lontani, oltre del colore speciale da assegnare ai medesimi occorre pure che abbiano grandezze tali da assicurare la loro distinta visibilità.

Se indichiamo con d il diametro dello *scopo* con D la distanza massima a cui possiamo situarlo, se si deve osservare ad occhio nudo, per averne la visibilità distinta occorre che sia

$$d = 0.0004\ D. \qquad (1)$$

Se poi si potrà osservare con un *cannocchiale* (istrumento che studieremo nel prossimo capitolo) il cui *ingrandimento* sia I si potrà ridurne il diametro proporzionalmente al detto ingrandimento e dedurlo cioè dalla formola

$$d = 0{,}0004\ \frac{D}{I}. \qquad (2)$$

Se poi il picchetto che individua un punto del terreno necessita conservarlo a posto per qualche tempo, in questo caso vi si costruisce attorno un pilastrino in muratura lasciandovi nel mezzo un foro od apertura in guisa da potervi infiggere un palone (mu-

nito di scopo) sul punto preciso del picchetto che individua esattamente il corrispondente punto del terreno.

Quando poi in talune operazioni molto estese ed importanti di topografia, occorre fissare stabilmente un punto, allora si ricorre a speciali costruzioni e che variano a seconda dei casi.

La fig. 137 (Parte V. Cap. VI) rappresenta il tipo di pilastrino per fissare uno scopo sulla sommità delle montagne ove non è possibile piantare saldamente segnali sul terreno. La fig. 136 (Parte V. Cap. VI) rappresenta il tipo di un termine trigonometrico indicante il vero centro di stazione od il sito preciso ove è stato collocato uno scopo o segnale, tipi adottati nella formazione della rete trigonometrica pel nuovo catasto del compartimento modenese.

Occorrendo poi di operare al buio si individua la posizione di un punto mercè speciali segnali o scopi illuminati da una lampada, la quale alle volte per sè stessa soltanto può costituire un segnale adatto per individuare un punto, specialmente nelle miniere e nelle gallerie o *tunnell*.

CAPITOLO II.

MEZZI OD ISTRUMENTI PER INDIVIDUARE DIREZIONI E PIANI

129. È noto a tutti che la luce si propaga in *linea retta,* ed è appunto in base a tale proprietà della luce che noi potremo individuare quanti punti si vogliano lungo una data *direzione.*

Il sistema diottrico dell'occhio umano si può considerare come costituito da unica *lente.* La luce che emana da un dato oggetto attraversa la *pupilla* e va a formare nel fondo dell'occhio (sulla *retina*) una immagine piccola, rovesciata e simile dell'oggetto guardato, fenomeno analogo a quello che ha luogo nella camera oscura del fotografo ed a tutti noto.

I *raggi luminosi* che partono da un oggetto ed arrivano all'occhio si dicono volgarmente *visuali* e la *grandezza apparente* dell'oggetto dipende appunto dall'angolo formato dalle visuali dirette agli estremi o lembi dell'oggetto considerato, per cui si suol dire che la *grandezza apparente* di un oggetto è proporzionale all'*angolo visuale.*

Tanto più l'oggetto è lontano l'*angolo visuale* diminuisce, e si fa invece vi è più grande mano mano che l'oggetto si avvicina all'occhio.

L'occhio umano è dotato della meravigliosa facoltà detta di *accomodamento,* mercè la quale contraendo la pupilla o dilatandola opportunamente può avere la *visione* di un oggetto luminoso a distanze disparatissime.

130. V'ha però una *distanza minima* che varia a seconda degli individui, ed alla quale vedesi meglio che in qualunque altra, e questa dicesi *distanza della visione distinta,* che in media si può ritenere per un occhio normale di 25 centimetri.

Aumentando poi sensibilmente la lontananza dell'oggetto, si arriva ad un limite in cui l'occhio perde ogni sensazione dell'og-

getto, ossia quando l'angolo visuale si riduce molto piccolo non si ha più la percezione dell'oggetto.

Dalle esperienze all'uopo stabilite dallo astronomo Santini, risulterebbe che uno oggetto qualunque irradiante luce diffusa non è più visibile quando è posto a tale distanza che le visuali dirette al medesimo sottendano un angolo di 40″ (secondi sessagesimali).

Il coefficiente 0.0004 della formola (1) del n.° 128 corrisponderebbe ad un limite doppio, ossia 80″.

Ma nel caso nostro non basta conoscere sino a quale distanza noi avremo la percezione di un *segnale* mercè il quale individuare un punto, occorre indagare un altro elemento: il *limite di separazione* ossia l'angolo visuale minimo oltre il quale due oggetti, due *scopi* qualunque posti ad una data distanza ci dànno unica percezione si confondono in un solo, mentre in realtà sono ancora sensibilmente discosti.

E questo l'angolo che costituisce l'*acuità* ed *acutezza della vista*, che in taluni individui, come ho avuto occasione di constatare personalmente, è veramente meravigliosa e sorprendente. In media però il limite dell'acuità della vista si può ritenere di 90″ (sessagesimali).

Era necessario premettere le superiori nozioni, giacchè come ora vedremo, per fissare una direzione occorre appunto constatare la coincidenza o sovrapposizione di dati segnali, ed il limite della possibilità di una tale constatazione si può ritenere appunto di 90″.

131. Le *paline* di cui al n.° 127 servono pure ad individuare sul terreno delle *direzioni* rappresentate dalle rette che uniscono i punti individuati dalle paline stesse.

Fra due paline poste ad una certa distanza possiamo intercalarne altre a piacere, e sulla stessa retta che unisce le due estreme, formando così un *allineamento;* per ciò fare, basterà situarle in modo che le une siano successivamente occultate da altre che le precedono.

Occorre naturalmente che le paline abbiano tutte egual diametro, e necessita nel disporre un allineamento, di traguardare sempre lateralmente in modo che la sezione delle medesime riesca tangente alla visuale che lambisce a destra o a sinistra la prima e l'ultima palina.

Se non si disponesse di altri mezzi e che coll'impiego di semplici paline si volesse eseguire un allineamento molto lungo, in base a quanto si è detto circa al limite di acutezza dell'occhio,

a risultato finale la *direzione* tracciata anzichè una retta sarebbe una linea spezzata.

Siano *A* e *B* due paline (fig. 24), e si voglia prolungare sul terreno la direzione *AB*, mercè un *allineamento* sino in *C*. L'osservatore si collocherà in *O* ad una certa distanza da *A* ed in

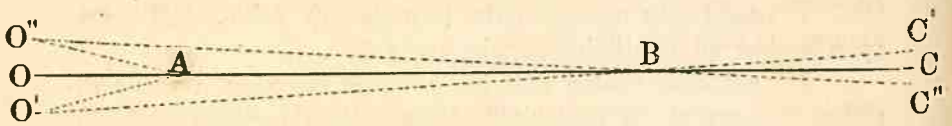


Fig. 24.

posizione tale che le due paline *AB* gli appariscano sovrapposte e poscia farà collocare in *C* la terza palina in guisa che rimanga occultata dalle due prime.

Le *paline A, B, C* individuerebbero la *direzione* voluta. Ma in realtà le cose non procedono così. Infatti l'occhio giudicherà sovrapposte le due paline *A* e *B* quando essendo per esempio, in *O'* l'angolo *AO'B* avrà raggiunto il limite dell'*acuità della vista* e quindi ne seguirà che farà situare la terza palina in *C'* anzichè in *C* e l'allineamento invece di seguire la retta *ABC*, verrà disposto secondo la spezzata *ABC'*.

Analogamente si potrebbe collocare in *O''* simmetrico intorno alla retta *OA*, in cui l'occhio individuerebbe un altro punto *C''* che si potrebbe giudicare sul prolungamento della direzione *AB*, mentre effettivamente non vi si trova.

L'operazione di tracciare allineamenti aveva una capitale importanza nella antica topografia e quindi in essa si dava la descrizione di parecchi istrumenti come la diottra, lo squadro agrimensorio, squadri a riflessione, ecc., atti appunto a facilitare tali operazioni, ed anzi si troverà in quasi tutti i trattati relativi esposta la risoluzione di una quantità di problemi risolti col semplice impiego delle paline. Di queste operazioni ed istrumenti non faremo parola giacchè nella moderna topografia, di tali istrumenti non si fa una pratica applicazione, nè occorre tracciare allineamenti se non in quanto possono servire per indicare all'operatore la direzione approssimata, che deve seguire per effettuare i necessarii rilevamenti.

Nella moderna topografia per rilevare, tracciare, individuare una determinata *direzione* si fa uso esclusivamente di un *cannocchiale* girevole attorno ad un asse orizzontale.

Di questo prezioso istrumento daremo un cenno sommario per quanto lo comporta l'indole del presente trattato, salvo a darne una descrizione più completa quando parleremo del *Cleps*, l'istrumento universale topografico. A chi bramasse su tale proposito più complete e dettagliate istruzioni consigliamo l'opera in corso di pubblicazione del distinto ingegnere A. Salmoiraghi. — *Istrumenti e metodi moderni di geometria applicata*, che avremo occasione di ricordare più avanti.

132. Prima però di dire in che consista un cannocchiale e come esso possa convenientemente servire per individuare una direzione, un piano, necessita richiamare talune proprietà della luce, indispensabili a conoscersi per ben comprendere la teoria dell'istrumento più importante della moderna topografia.

Quantunque ci sia tuttora sconosciuta la natura della luce, pure la teoria e la esperienza c'insegnano le seguenti leggi inerenti ad un mezzo od agente che più d'ogni altro ci mette in comunicazione col mondo esterno.

La luce attraversando un mezzo omogeneo (ad esempio: l'aria, l'acqua, il vetro, ecc.,) si muove e si propaga in esso in *linea retta*.

Un raggio luminoso incontrando la superficie di un corpo, si scompone in tre parti, una porzione cioè viene *assorbita*, un altra porzione viene *riflessa* ed una terza *rifratta* attraverso il corpo stesso.

Tale fenomeno si osserva specialmente nei corpi *trasparenti* o *diafani* (come i sopraindicati) che così chiamansi quei corpi che si lasciano attraversare dalla luce raggiante o diffusa.

133. La retta AB rappresenti la superficie di separazione di due mezzi o corpi di differente densità e l'inferiore di densità maggiore del superiore. Un raggio luminoso LO proveniente dal punto L proseguendo il suo cammino nel secondo mezzo devia dalla primitiva direzione seguendo la OM ed accostandosi alla normale ZZ' passante pel punto O in cui ha luogo il passaggio dal primo al secondo mezzo (fig. 25).

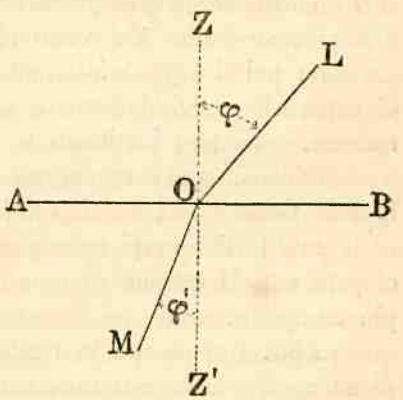


Fig. 25.

Tale fenomeno chiamasi *rifrazione;* il raggio $L\,O$ dicesi raggio *incidente,* il deviato $O\,M$ raggio *rifratto.* L'angolo φ dicesi *angolo d'incidenza,* φ' *angolo di rifrazione.*

Il raggio incidente ed il raggio rifratto giacciano sempre nello stesso piano normale alla superficie di separazione dei due mezzi.

Per ogni raggio luminoso, qualunque sia l'angolo d'incidenza, si verifica sempre che il rapporto fra il seno dell'angolo d'incidenza e quello dell'angolo di rifrazione è *costante per gli stessi mezzi.* Tale rapporto chiamasi *indice di rifrazione.*

La luce bianca o solare, e che chiamasi *policromatica,* risulta dalla composizione di sette specie di luci differenti o *semplici* (note col nome di colori) ognuna delle quali ha un *indice di rifrazione* proprio.

Ed appunto a questa diversa rifrangibilità delle diverse luci semplici o *monocromatiche* è dovuta la scomposizione della luce solare attraverso a taluni corpi trasparenti foggiati in modo speciale e di cui diremo più oltre.

Se nella fig. 26 consideriamo come incidente il raggio $M\,O$ (supponendo il punto luminoso in M) entrando esso nel secondo mezzo meno denso, il raggio *rifratto* $O\,L$ devia maggiormente dalla normale $Z\,O\,Z$. Per cui in generale si verifica: che un raggio di luce elementare o monocromatica passando da un mezzo meno denso (aria per es.) ad uno più denso (vetro ad es.) il raggio si rifrange *accostandosi* alla normale condotta alla superficie di separazione dei due mezzi nel punto d'incidenza, e viceversa se ne *allontana* quando passa da un mezzo più denso ad un altro meno denso (come dal vetro all'aria).

Se poi il raggio *incidente* cade normalmente alla superficie di separazione dei due mezzi esso non devia dalla primitiva direzione, ossia non ha luogo il fenomeno della rifrazione.

Diconsi *mezzi rifrangenti* quei corpi che attraversati dalla luce la fanno deviare dal primitivo cammino.

Fra tutti i corpi rifrangenti, il vetro o cristallo è quello che ci permette di studiare il fenomeno della rifrazione nel modo il più completo.

134. Dal suesposto riuscirà facile determinare l'andamento di un raggio luminoso monocromatico attraversante un mezzo limitato da faccie piane paralelle od inclinate. $A\,B\,A'\,B'$ sia una sezione retta di una lastra di vetro (corpo questo più denso dell'aria, a cui supporremo si trovi a contatto) fatta con un piano normale

alle due facce paralelle $AB, A'B'$ (fig. 26). Sia L un punto luminoso, LO il *raggio incidente;* questo attraversando la lastra di vetro subirà una prima deviazione accostandosi alla normale ZZ' passante pel punto d'incidenza, e nell'uscire dalla lastra suddetta subirà una seconda rifrazione allontanandosi invece dall'altra normale xx al punto di emergenza seguendo la direzione $O'M$ paralella a OL, essendo evidentemente eguali gli angoli $\varphi' = \varphi''$ e $\varphi = \varphi'''$. Per cui un occhio posto in M vedrà il punto luminoso L in L' ossia più prossimo al cristallo di quello che lo sia realmente.

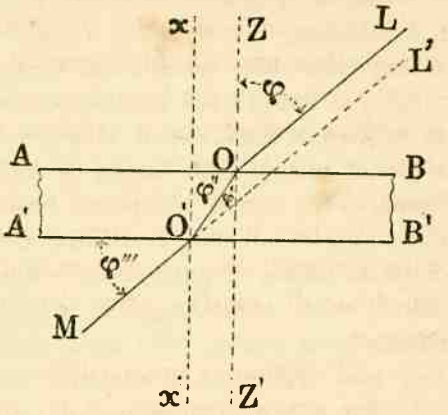


Fig. 26.

135. Supponiamo ora che il vetro abbia una forma prismatica, la cui sezione retta sia triangolare, come nAm. Le rette nA, Am ed nm rappresentino le tre facce del prisma, n, A ed m i tre spigoli (fig. 27).

L sia un punto luminoso dal quale parte un raggio di luce semplice o monocromatica rappresentato dalla retta LO e giacente nello stesso piano della figura. Supponiamo quindi che le facce del prisma attraversate dal raggio luminoso siano nA ed Am. In tal caso l'angolo nAm dicesi *angolo del prisma* o *angolo rifrangente,* lo spigolo A *vertice* del prisma, e la faccia opposta nm *base* del prisma. La sezione retta suddetta dicesi *sezione principale.*

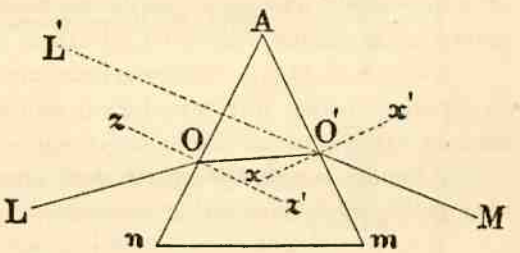


Fig. 27.

Il raggio luminoso LO attraversando il prisma secondo la sezione principale ed uscendo poscia dal medesimo seguirà, in base alle leggi ottiche più sopra riassunte, l'andamento segnato nella figura, subendo cioè due rifrazioni, ma entrambe nello stesso senso, per cui un occhio posto in M vedrà il punto luminoso se-

condo la direzione $MO'L'$, ossia gli apparirà spostato e più vicino al vertice del prisma.

Se il raggio di luce LO invece di essere semplice o monocromatico, è composto, ossia bianco, in causa della diversa *rifrangibilità* delle diverse luci monocromatiche costituenti il detto raggio, si verifica che in luogo di un semplice raggio *rifratto* $O'M$ se ne hanno tanti quanti sono gli elementi che lo costituiscono, e quindi raccogliendo sopra un diafragma l'immagine del punto luminoso L, invece di unica immagine se ne hanno parecchie diversamente colorate, costituenti il fenomeno conosciuto col nome di *spettro solare,* il quale, com'è egualmente noto, consta di sette colori: *rosso, aranciato, giallo, verde, azzurro, indaco, violetto* la cui rifrangibilità cresce collo stesso ordine con cui son disposti i colori, ossia dal rosso al violetto.

Per ciò un oggetto veduto attraverso un prisma e nel modo indicato dalla figura ci apparisce *irridescente.*

136. Un pezzo di cristallo racchiuso o limitato da due superfici di forma sferica chiamasi *lente.*

Le principali forme di lenti si riducano alle seguenti:

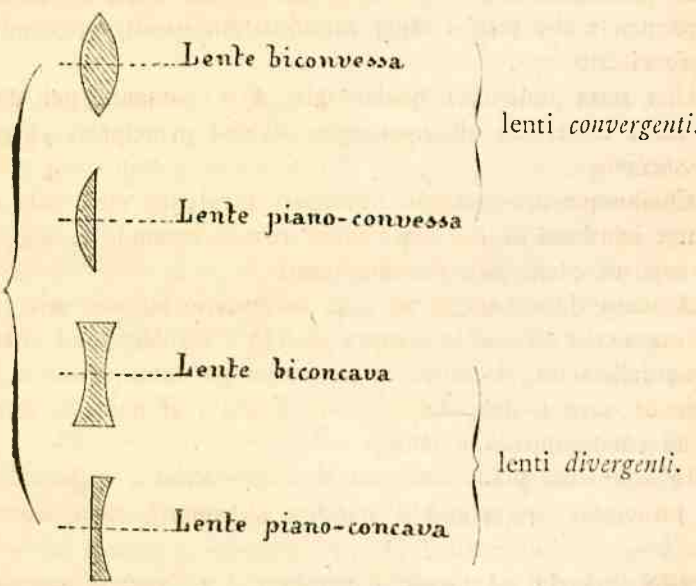


Fig. 28.

Premettiamo che i principii che ora esporremo relativamente alle lenti, non saranno tutti rigorosamente scientifici, ma si po-

tranno ritenere per tali nella pratica ed in vista specialmente dell'oggetto a cui vengono esse destinate nella moderna topografia, che è quello quasi esclusivo di *individuare delle direzioni rettilinee ed effettuare delle misure indirette.*

137. Sia AB una lente biconvessa o convergente, C, C' i centri di curvatura delle due calotte sferiche che limitano la lente rappresentata dalle facce AmB, AnB. Una retta indefinita xy passante per i centri suddetti C, C' chiamasi *asse principale* della lente (fig. 29).

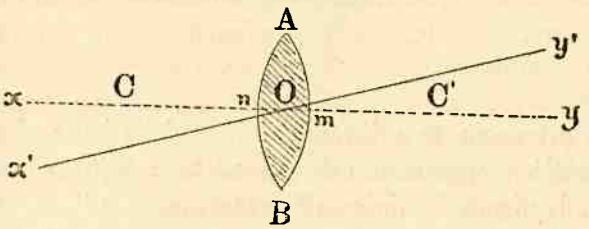


Fig. 29.

In ogni lente biconvessa vi ha un punto interno O situato sull'asse principale che dicesi *centro ottico* della lente e che gode della proprietà che tutti i raggi luminosi che lo attraversano non vengono rifratti.

Una retta indefinita qualsivoglia $x'y'$ passante pel centro ottico della lente, ma obbliquamente all'asse principale, chiamasi *asse secondario.*

Qualunque altro raggio luminoso incidente che cada sulla superficie convessa di una lente viene *rifratto* secondo le leggi più sopra esposte e che ora riassumeremo.

A tutto rigore anche un asse secondario subisce una rifrazione, ma atteso all'angolo sempre piccolo d'incidenza, ed al tenue spessore delle lenti, si considera esso come perfettamente rettilineo trascurando, cioè la doppia spezzatura formata ai punti di immersione ed emersione dalla lente.

In una lente piana convessa il centro *ottico* è collocato sull'asse principale nel punto d'incontro di questa colla superficie piana.

138. Sia AB una lente biconvessa, xy l'asse principale, O il centro ottico (fig. 30).

In vista della leggiera curvatura delle facce BnA ed AmB possiamo considerare la lente come formata dalla sovrapposizione

di due prismi a sezione principale triangolare nAm ed nBm uniti per la base comune nm, A e B sarebbero i vertici dei prismi suddetti.

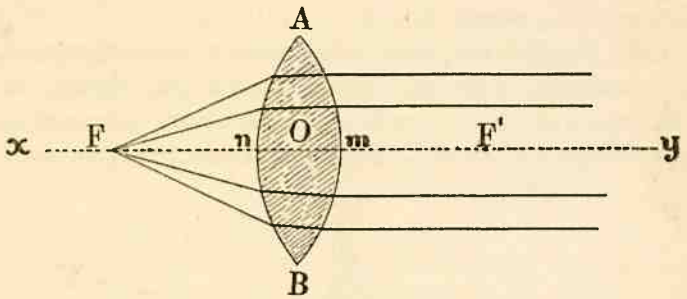


Fig. 30.

Ciò premesso, se a distanza infinita dalla lente ed alla destra di chi guarda supponiamo esistere sull'asse principale un punto luminoso, i cui raggi arrivino alla superficie AmB, ad essi rivolta, paralellamente all'asse suddetto, essi vengono *rifratti* sia nello attraversare la lente che all'emergere dalla medesima, in guisa che convergono tutti prossimamente in un punto F situato sull'asse principale della lente, ivi formando un'*immagine reale* del punto luminoso. Il punto F dicesi *foco principale* della lente, e la distanza fra il centro ottico ed il foco principale chiamasi *distanza focale.* Naturalmente se il punto luminoso anzichè a destra si trovasse a sinistra della lente, si troverebbe egualmente che i raggi luminosi arrivati alla lente paralellamente all'asse principale, dopo subìte due rifrazioni si concentrano in un punto F' analogo al primo, situato sull'asse principale suddetto ed ivi formante un'altra *immagine reale* del punto luminoso.

Per conseguenza in ogni lente biconvessa sonvi due *fuochi principali* che sono i luoghi delle immagini di punti luminosi situati a distanza infinita sull'asse principale della lente stessa.

139. Se ora supponiamo (fig. 31) che il punto luminoso si vadi accostando alla lente sempre mantenendosi sull'asse principale della medesima, giunto, per esempio in f, i raggi luminosi emananti dal punto suddetto arrivando obliquamente alla lente, ossia divergenti dall'asse principale, dopo subìta al solito una doppia rifrazione convergono in un punto f' che chiamasi *foco conjugato* di f, stantechè è provato che portando la sorgente luminosa in f', la lente converge i raggi luminosi nel punto f. Per conseguenza, analogamente a quanto abbiamo detto dei fochi principali, in ogni

lente biconvessa sonvi pure due *fochi coniugati* che sono i luoghi comuni delle immagini di punti luminosi posti a distanza finita sull'asse principale della lente stessa.

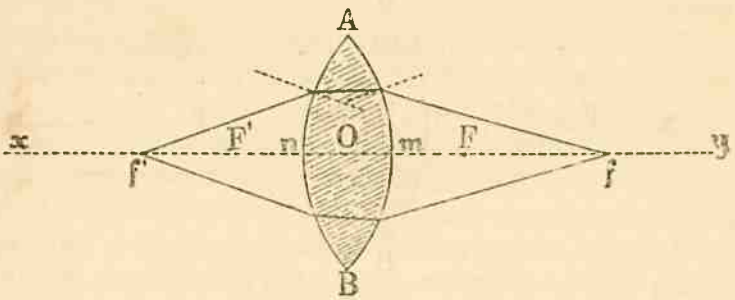


Fig. 31.

Anche questi fochi e le immagini in essi formate sono detti *reali* giacchè risultano dal concorso reale dei raggi luminosi, e per distinguerli dai fochi detti *virtuali* e di cui fra breve diremo.

Le leggi ottiche esposte ai n.' 137-138 e 139 si verificano sempre, quante volte i raggi luminosi arrivino alla lente sotto un *angolo d' incidenza* molto piccolo e la distanza dei punti dalla lente sia piuttosto grande.

140. Se ora supponiamo (fig. 32) che il punto luminoso si vadi sempre più accostando alla lente in modo da trovarsi in *v* tra

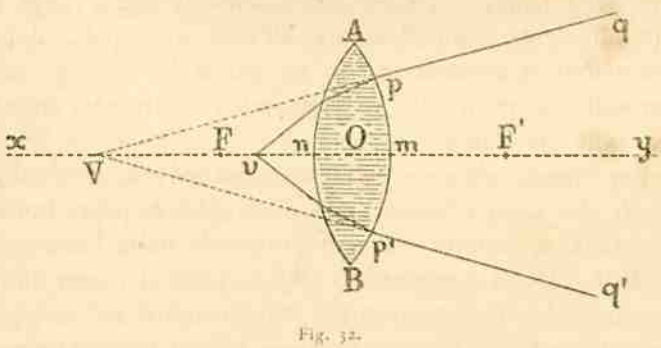


Fig. 32.

il *foco principale F* e la lente stessa, in tal caso i raggi luminosi arrivando allo impulso della lente sotto un angolo d' incidenza molto grande, subiscono bensì due rifrazioni successive al successivo incontro delle superfici sferiche della lente, ma emergono *divergenti* dall'asse principale *x y*, ossia secondo le direzioni *p q* e *p' q'*; prolungando indietro le due direzioni dei raggi emergenti nell'aria

$p\,q$ e $p'\,q'$ verranno ad incontrarsi in un punto V dell'asse principale che chiamasi appunto *foco virtuale* giacchè non è che apparente e non formato dal reale concorso dei raggi emananti dal punto v.

Un occhio posto in q o q' riceverà la percezione del punto v come se fosse collocato nel punto V, mentre questo non è che la sua immagine apparente.

Se il punto luminoso v fosse collocato sull'asse principale tra la lente ed il foco principale F' si avrebbe un altro *foco virtuale* V', dello stesso punto v.

Le leggi ottiche che si verificano per i punti luminosi che abbiamo considerati fin'ora esistenti sull'*asse principale* di una lente biconvessa, hanno luogo egualmente per punti situati sopra un *asse secondario* qualsivoglia purchè questo incontri il primo sotto un angolo piccolo, che è quanto appunto si verifica nei casi in cui dovremo servirsi delle lenti e quindi avremo su ognuno di essi, i *fochi reali, conjugati* e *virtuali* cui si è fatto cenno quando si è preso ad esame un punto luminoso infinitamente lontano dalla lente od a distanza finita ma sempre collocato sull'asse principale della medesima.

141. Dal suesposto riuscirà ora facile il determinare come si formi l'immagine di un oggetto nelle lenti biconvesse.

Nella fig. 33, $A\,B$ rappresenti la lente biconvessa, O il centro ottico, $x\,y$ l'asse principale della medesima. Nel punto S,

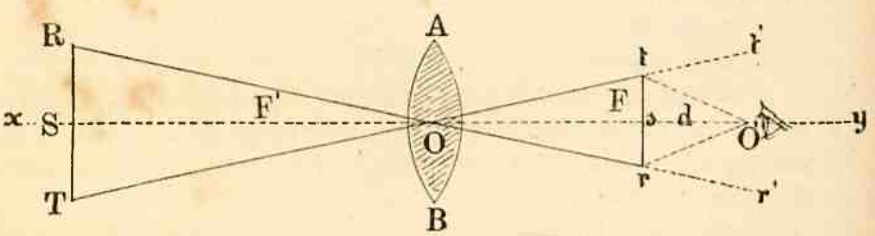


Fig. 33.

molto lontano dalla lente e sull'asse principale, supponiamo collocato un oggetto luminoso rappresentato dalla retta $R\,S\,T$, normale all'asse stesso ed esistente nel piano della figura. Fra tutti i raggi luminosi emananti dall'oggetto $R\,T$, consideriamo i due diretti secondo gli assi secondarii $R\,r$ e $T\,t$, e quello emanante da S secondo l'asse principale $x\,y$. Il punto S avrà la sua immagine coniugata in s sull'asse principale, ed i punti R e T rispettiva-

mente sugli assi secondari suddetti nei punti r e t, prossimamente sulla stessa retta $t\,s\,r$.

Ciò che si è detto dei punti R e T lo si può ripetere per tutti gli altri compresi fra i detti limiti ossia della retta $R\,T$, e conducendo gli assi secondarii relativi, su di questi si troveranno i corrispondenti punti immagini coniugate dei primi e prossimamente sulla stessa retta di $t\,r$, ma inversamente disposti rispetto all'asse principale. Conseguentemente la retta $t\,s\,r$ sarà l'immagine rovesciata della retta luminosa $R\,S\,T$, non risultando essa che dalla riunione di tutte le singole immagini formate dai raggi luminosi compresi nel settore $R\,O\,T$, ed emananti dalla retta $R\,T$.

Ma ciò che si è detto per la sezione piana della figura, si può ripetere per qualunque altra formata da un piano passante per l'asse principale della lente, e conseguentemente il cerchio risultante dalla rotazione di $R\,S$ attorno all'asse suddetto darà luogo ad un altro cerchio consimile descritto dal raggio $r\,s$, e che sarebbe l'immagine del primo, giacchè sarebbe formato dal complesso di tutti i raggi secondarii compresi nel cono formato dalla rotazione del settore $R\,O\,T$ suddetto attorno all'asse principale.

Ciò che si detto di una retta e figura piana luminose situate in un punto S dell'asse principale e ad esso normali, si potrebbe ripetere per un corpo qualunque, di cui si potrebbe egualmente descrivere la consimile immagine formata dalla lente biconvessa.

Dalla somiglianza dei due triangoli $R\,O\,T$ e $t\,o\,r$ abbiamo evidentemente:

$$r\,t : R\,T :: \; s\,o : S\,O$$

Ossia che posto un oggetto luminoso a distanza piuttosto grande da una lente biconvessa, questa dà luogo nella parte opposta della lente suddetta ad un'*immagine rovesciata* e *simile* a quella dell'oggetto stesso.

Ne segue poi ancora che se l'oggetto luminoso $R\,S$ trovasi a distanza infinita, l'immagine sua rovesciata si formerà nel foco principale F della lente, ed infinitamente piccola giacchè tutti i raggi luminosi convergeranno nel foco anzidetto, che se l'oggetto verrà mano mano accostandosi come nel caso della figura schematica (33) l'immagine andrà mano mano allontanandosi dal foco posteriore F, finchè quando esso giungerà nel foco anteriore F' l'immagine si formerà a distanza infinita, ed infinitamente grande e rovescia; che infine se l'oggetto luminoso oltrepasserà il foco

anteriore F' in guisa cioè da trovarsi tra F' e la lente biconvessa, in tal caso l'immagine si formerà dalla parte stessa dell'oggetto, e sarà diritta e virtuale.

142. I fenomeni ottici prodotti da una lente biconvessa o convergente sono adunque ben diversi a seconda che l'oggetto luminoso trovasi a considerevole o brevissima distanza dalla medesima.

Consideriamo di nuovo il primo caso sotto l'aspetto di constatare quali saranno i vantaggi che si potranno ricavare dallo impiego di una sola lente biconvessa interposta fra l'occhio di un osservatore ed un oggetto luminoso molto lontano preso di mira.

I vantaggi sono due: primo, già superiormente accennato, di creare in vicinanza dell'osservatore un'*immagine reale rovescia e simile* dell'oggetto stesso; secondo di poter osservare detta immagine sotto un angolo, in generale, molto maggiore di quello sotto il quale si sarebbe veduto senza l'impiego della lente, e precisamente sotto l'angolo corrispondente alla visione distinta dell'osservatore.

Nella fig. 33 supponiamo rimossa la lente AB e sostituita dall'occhio dell'osservatore, questo vedrà l'oggetto RS sotto l'angolo $ROT = tor$ formato dal prolungamento dei raggi luminosi emananti dall'oggetto preso di mira.

Supponiamo che l'oggetto luminoso sia a tale distanza che l'immagine di esso tr si formi in prossimità del foco principale F della lente, ed indichiamo la *distanza focale*

$$OF = F.$$

L'angolo tOr che indicheremo con O essendo molto piccolo si può esprimere con

$$O = \frac{tr}{F}$$

(supponendo che le tangenti si confondano cogli archi).

Posto ora l'occhio in O' alla distanza $FO' = d$ della *visione distinta* dall'immagine tr, l'occhio vedrà tale immagine sotto l'angolo $tO'r$ che indicheremo con O' e che potremo esprimere con

$$O' = \frac{tr}{d}.$$

Ciò premesso: chiamasi *ingrandimento* il rapporto dell'angolo

sotto cui si vede un oggetto col mezzo di una lente a quello sotto il quale si vedrebbe senza l'interposizione della lente stessa.

Avremo quindi nel caso in ispecie

$$\frac{\frac{tr}{d}}{\frac{tr}{F}} = \frac{F}{d} = I \qquad (1)$$

ossia la misura della grandezza apparente dell'immagine è dato dal *rapporto della distanza focale alla distanza della visione distinta.*

Conseguentemente interponendo opportunamente una lente biconvessa o convergente fra l'occhio ed un oggetto luminoso molto lontano, ne seguirà di poter avvicinare l'oggetto stesso, mercè la sua immagine reale e rovescia, alla distanza della visione distinta dell'osservatore e di vedere l'oggetto stesso apparentemente *ingrandita* quante volte però la *distanza focale* della lente sia maggiore della distanza della visione distinta dell'osservatore. Se invece fosse $F < d$ in tal caso, ed è il più frequente, si avrà lo avvicinamento dell'oggetto all'osservatore mercè la relativa immagine reale, ma la lente ce lo farà vedere apparentemente di grandezza minore di quella che ci apparirebbe visto senza l'interposizione della lente.

143. Consideriamo ora più dettagliatamente anche il secondo caso, ossia il fenomeno che ha luogo quando l'oggetto luminoso trovasi collocato tra la lente ed il foco principale della medesima, giacchè tanto questo caso come il precedente, hanno un'importanza rilevante nella costituzione del cannocchiale.

Nella fig. 34 le lettere hanno lo stesso significato assegnato loro nelle due precedenti 32 e 33.

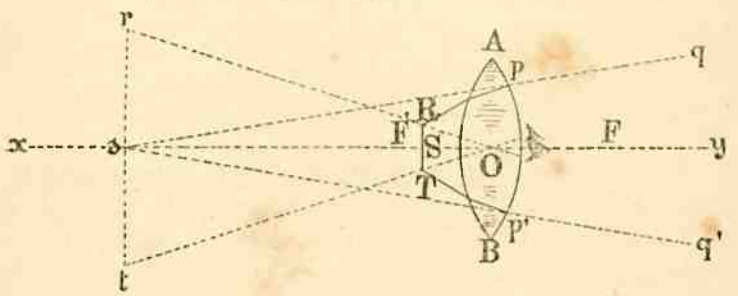


Fig. 34.

Supponiamo l'oggetto $R\,S\,T$ situato in prossimità del foco principale F' e precisamente fra questo e la lente biconvessa $A\,B$.

In tal caso i raggi luminosi (come ad esempio fra i tanti Rpq ed $Sp'q'$) emergendo dalla lente con direzioni divergenti dall'asse principale, prolungati al solito indietro andranno a formare un'immagine virtuale dell'oggetto prossimamente nel punto s.

Un occhio invece posto in O ossia in prossimità del centro ottico della lente riceverà la percezione dell'oggetto a seconda dei raggi secondarii RO e TO, per cui vedrà apparentemente l'oggetto RST in rst, che è l'*immagine virtuale diritta* dell'oggetto, stantechè r, s e t non sono rispettivamente che i fochi conjugati di R, S, T.

Mano mano, poi che l'oggetto si va approssimando alla lente, andrà pure successivamente accostandosi l'immagine di esso alla lente stessa divenendo maggiore la divergenza dei raggi incidenti e rifratti; per conseguenza onde l'occhio possa discernere *distintamente* l'immagine rst, sarà necessario spostar l'oggetto RST, approssimandolo od allontanandolo dalla lente, finchè l'immagine suddetta si formi ad una distanza dalla lente eguale a quella della *visione distinta*.

Come di leggieri si scorge, col mezzo di una lente biconvessa potremo adunque osservare distintamente un oggetto piccolissimo e che non sarebbe visibile posto alla distanza della *visione distinta* senza l'interposizione della lente stessa. Per ciò una sifatta lente prese il nome di *microscopio* che dicesi poi *semplice* o *composto* a seconda che consta di una o più lenti.

Indicando poi con I l'ingrandimento, con F la distanza focale OF, con d la distanza della visione distinta si ha nel caso in ispecie

$$\frac{rt}{RT} = \frac{d}{F}$$

ossia

$$I = \frac{d}{F} \qquad (2)$$

ossia che la *misura dello ingrandimento* è data prossimamente dal rapporto della *distanza della visione distinta* alla *distanza focale della lente* per cui si vede, in base alla detta formola, che I sarà tanto più grande quanto più piccolo sarà il denominatore F ossia la distanza focale; come pure che per una stessa lente, I sarà maggiore per i *presbiti* che per i *miopi*, giacchè d è appunto maggiore nei primi che nei secondi.

Ciò che si verifica per una lente biconvessa si applica naturalmente ad una lente piano convessa, non essendo questo che un caso particolare e più semplice del primo e che per ciò, e per brevità, abbiamo ommesso.

144. Delle lenti *biconcave.*

Essendo queste più sottili presso l'asse principale che al lembo, si possono considerare come risultanti dalla riunione di due prismi congiunti per i vertici, e questi situati sull'asse o prossimi all'asse principale.

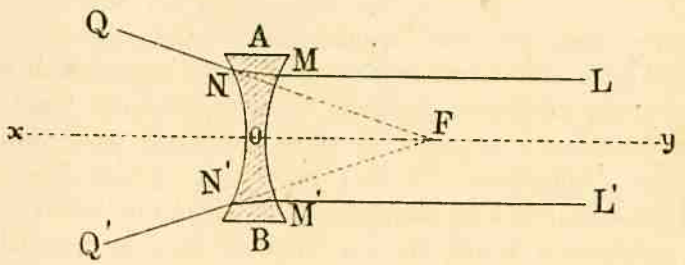


Fig. 35.

La AB rappresenti la sezione di una lente biconcava con un piano passante per l'asse principale xy. I raggi $LM, L'M'$ emananti da un punto luminoso posto a distanza infinita sull'asse suddetto, arriveranno alla lente in direzione paralella all'asse xy; in questo caso i due prisma faranno deviare i raggi luminosi verso le basi, quindi dopo subito due rifrazioni emergeranno divergenti dall'asse xy ossia secondo le direzioni $NQ, N'Q'$ che prolungati mentalmente indietro convergeranno sul punto F dell'asse principale generando un *foco virtuale.*

Il punto F dicesi appunto *foco principale virtuale* della lente biconcava AB.

Analogamente si determinerebbe un altro foco principale virtuale F' anteriore alla lente supponendo l'oggetto luminoso posto sull'asse principale a sinistra e a distanza infinita dalla lente.

Se il punto luminoso si trovasse sull'asse principale, ma a distanza finita dalla lente biconcava AB, in tal caso si vede che i raggi luminosi arriveranno alla lente divergenti ed emergeranno da essa maggiormente divergenti che nel caso precedente, e quindi l'immagine di esso sarà egualmente *virtuale.*

Anche per lenti biconcave vale quante si è detto relativamente alle biconvesse che cioè hanno luogo le stesse leggi qua-

lora il punto luminoso anzichè essere sull'asse principale si trovi collocato su di un asse secondario poco inclinato al primo, cioè il nuovo punto dà luogo ad un altro *foco principale virtuale.*

Se la RT rappresenta una retta luminosa giacente nel piano della fig. 36, normale all'asse principale e posta a distanza piuttosto grande dalla lente biconcava AB, i punti R, S, e T della

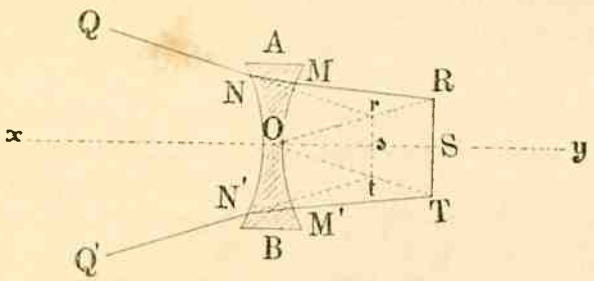


Fig. 36.

retta suddetta avranno i loro fochi od immagini virtuali rispettivamente in r, s e t sugli assi secondarii OR ed OT e sull'asse principale xy, e quindi la rst sarà l'immagine virtuale della RST. E ciò che dicesi di una retta si può ripetere di una superficie piana normale all'asse principale nel punto S. Infatti un cerchio luminoso di raggio RS, supposto formato dalla rotazione di RS attorno all'asse xy, avrà la sua corrispondente immagine nel cerchietto descritto col raggio rs, giacchè non risulterebbe questo che dal complesso di tutti i raggi luminosi compresi nel cono generato dalla rotazione del triangolo ROT attorno all'asse principale.

145. Riassunte le principali proprietà delle lenti sì biconvesse che concave, fa d'uopo accennare ora ad alcuni difetti inerenti alle medesime.

Nell'accennare alle leggi ottiche che regolano un raggio di luce attraversante un prisma della forma considerata al n.° 135, si è detto che in seguito al diverso grado di rinfrangibilità delle luci semplici costituenti un raggio di luce bianca, questo si scomponeva ne'suoi elementi, dando luogo ad una serie di raggi colorati e costituenti il fenomeno della *dispersione* data dall'angolo che la direzione dei raggi rossi fa con quella dei violacei.

Le lenti presentano pure eguale fenomeno, per cui i raggi luminosi emananti da un oggetto posto avanti ad essa, una volta

da questa rifratti, invece di un'unica immagine nitida dell'oggetto luminoso, si ha una serie di immagini più o meno grandi e variamente colorate a seconda della diversa rifrangibilità dei colori componenti la luce bianca. Per la sovraposizione poi delle medesime verso il centro, quivi l'immagine dell'oggetto ci apparirà del colore dell'oggetto stesso, mentre ai lembi ci apparirà irridescente.

Tale difetto, ossia queste alterazioni di colore, è conosciuto col nome di *cromatismo* o di *aberrazioni cromatiche* o di *rifrangibilità* dalla causa che le produce.

Una lente privata di tale difetto dicesi *acromatica* e si deve a Dullond il merito di un tale ritrovato, mercè l'accoppiamento di due lenti composte di due cristalli di contrario potere dispersivo denominati *flint-glass* (vetro con piombo) e *crown glass* (vetro senza piombo).

Un fenomeno analogo alle aberrazioni cromatiche avviene nelle lenti in causa della forma speciale che è necessario assegnare alle medesime e che costituisce l'altro difetto nominato appunto *aberrazione di figura o di sfericità.*

La riunione dei raggi rifratti in un sol posto o nel fuoco della lente non ha luogo propriamente che per quelli incidenti soltanti in prossimità dell'asse della lente stessa. Per quelli incidenti verso il lembo della lente, specie se l'angolo d'incidenza è piuttosto sensibile, e l'apertura della lente o diametro di essa è piuttosto grande, i corrispondenti raggi rifratti non concorrono più esattamente nel foco, per cui si può dire che ogni zona della lente presenta un foco suo particolare, analogamente a quanto avviene per ogni colore della luce.

Tale difetto è quello appunto che denominasi di aberrazione di figura o di sfericità.

Variando il rapporto fra le grandezze dei raggi delle due diverse lenti accoppiate più sopra indicate (per formarne un sistema acromatico) si può togliere in gran parte alle medesime anche questo secondo difetto. Una lente in cui siasi in gran parte eliminati i due difetti anzidetti, chiamasi *lente aplanatica.*

146. Cannocchiale.

Era mestieri analizzare con qualche dettaglio i fenomeni ottici che presentano le lenti biconvesse e convergenti, giacchè è appunto combinando assieme parecchie di tali lenti che si costituisce quel meraviglioso istrumento, per cui andarono celebri il Galileo

ed il Keplero i primi che sotto forme diverse lo concepissero e ne dessero una spiegazione razionale, istrumento che è una delle parti più importanti ed essenziali dei moderni goniometri in ispecie di quelli proprii della Celerimensura.

La fig. 37 rappresenta in forma puramente schematica il cannocchiale detto *astronomico* o *Kepleriano* che salvo leggiere varianti, di cui in seguito faremo parola, è quello tutt'ora usato.

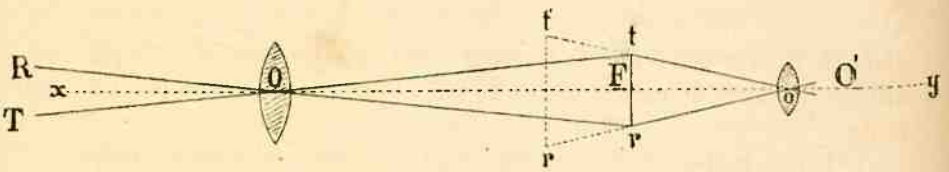


Fig. 37.

Esso consta di due *lenti convergenti* O ed o, poste sullo stesso *asse principale* ed in guisa che la distanza $O\,o$ sia prossimamente eguale alla somma delle rispettive *distanze focali*. La lente biconvessa O rivolta verso un oggetto lontano $R\,T$ chiamasi *obiettivo* e l'altra più piccola *oculare*.

La lente objettiva genera un'immagine reale rovesciata ($t\,r$) in prossimità del suo foco principale F dell'oggetto $R\,T$ molto lontano.

Denotiamo con F la distanza focale $O\,F$; un occhio situato in O al posto dell'obiettivo, vedrebbe l'oggetto $R\,T$ sotto l'angolo $R\,O\,T = t\,o\,r$ che indicheremo al solito con O, e sarà espresso dà:

$$O = \frac{t\,r}{F}.$$

Se ora l'occhio si porta in O' ad una distanza $O'\,F = d$ dall'immagine reale $t\,r$, eguale a quella dalla *visione distinta* d, vedrà la detta immagine sotto l'angolo

$$O' = \frac{t\,r}{d}.$$

per cui la misura dello ingrandimento in questo secondo caso sarebbe data da

$$\frac{\frac{t\,r}{F}}{\frac{t\,r}{d}} = \frac{d}{F}.$$

Ma se ora fra il punto F ed O' interporremo una seconda lente biconvessa o convergente o la cui distanza focale sia prossimamente o $F = F'$, dessa genererà dell'immagine reale $t\,r$ una seconda virtuale $t'r'$, e l'ingrandimento relativo sarà espresso per quanto si è detto al n.° 143 dà

$$\frac{d}{F'}$$

giacchè il caso è del tutto analogo a quello considerato al n.° 143, all'infuori che abbiamo sostituito all'oggetto la sua immagine reale.

L'ingrandimento poi complessivo risultante dal sistema delle due lenti accoppiate nel modo suddetto sarà evidentemente espresso da

$$\frac{\frac{d}{F'}}{\frac{d}{F}} = \frac{F}{F'}. \qquad (3)$$

Dal che ne segue che mercè il sistema diottrico ora esposto e che costituisce nel suo assieme il cannocchiale astronomico o keplerіano, noi possiamo vedere ingrandito un oggetto posto a molta distanza, e la misura dello ingrandimento è data prossimamente dal rapporto della lunghezza focale dell'obiettivo alla lunghezza focale dell'oculare.

Come si vede tutto l'artificio si riduce ad osservare colla lente oculare l'immagine reale di un oggetto lontano formata dalla lente obiettiva.

Dal rapporto poi

$$\frac{F}{F'}$$

se ne deduce manifestamente che basterà variare convenientemente le distanze focali delle due lenti anzidette per aumentare a volontà l'ingrandimento dell'oggetto osservato, se circostanze speciali che in breve diremo, non obbligassero a restringere entro certi limiti il detto ingrandimento.

Aumentando sensibilmente il valore di F, ossia la distanza focale dell'obiettivo, il cannocchiale assumerebbe dimensioni troppo grandi, e quindi oltre le difficoltà inerenti alla costruzione di obiet-

tivi molto grandi, il trasporto del cannocchiale riuscirebbe scomodo e non si potrebbe applicare che difficilmente ai moderni goniometri, dei quali fa sempre parte integrante.

In pratica quindi si preferisce invece diminuire F', ossia la distanza focale dell'oculare, ma non si può diminuire sensibilmente il valore di F' senza assegnare all'oculare una sensibile grossezza, ed in tal caso non reggerebbero più le supposizioni fatte circa all'andamento dei raggi luminosi attraverso una lente, oltre che necessita conservare alle immagini virtuali una sufficiente chiarezza la quale diminuisce al crescere dello ingrandimento.

147. La forma più comune del cannocchiale è quella rappresenta dalla fig. 38.

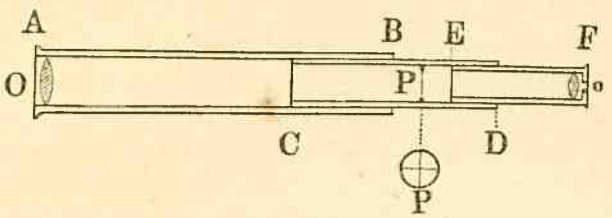


Fig. 38.

Esso consta di tre tubi AB, CD ed EF disposti in modo che l'uno possa scorrere longitudinalmente entro l'altro. Il primo porta la lente biconvessa O detta *obiettivo,* e destinata a generare l'immagine reale di un oggetto luminoso, posto a distanza, entro il secondo tubo CD. In questo trovasi un diaframma P bucato nel mezzo e portante due fili a crociera, o meglio una lastra di vetro sulla quale sono praticate due sottilissimi incisioni ad angolo retto, come mostra P' nella figura. L'apparecchio or ora descritto chiamasi indifferentemente *piastrina dei fili, reticolo,* o *micrometro.* Il terzo tubetto EF porta all'estremo libero *l'oculare o,* anteriormente al quale v'ha una piastrina munita di un foro al quale viene applicato l'occhio per osservare mercè la detta lente l'immagine dell'oggetto formato dalla lente obiettiva.

Il secondo tubo si fa scorrere nel primo mercè una vite ad ingranaggio. Il terzo tubetto EF si fa scorrere a mano entro il secondo, essendo appunto infilato a dolce sfregamento in questo.

Era mestieri dottare l'armatura del cannocchiale di questi movimenti, allo scopo di variare a seconda dei casi le distanze rispettive dell'obiettivo e dell'oculare dal micrometro.

Variando opportunamente la prima si otterrà di far coincidere il foco dell'obiettivo coll'incrocicchio dei fili del micrometro, ed anche la piastrina dei fili col piano focale dell'oculare, e quindi anche coll'immagine dell'oggetto a cui sarà rivolto il cannocchiale; variando poi la seconda si otterrà di portare la detta immagine a coincidere col foco dell'oculare o meglio alla distanza della visione distinta dell'osservatore, per cui l'occhio posto dinnanzi all'oculare vedrà distintamente e come sovrapposte e coincidenti la immagine dell'oggetto e quella del reticolo.

Quando una tale coincidenza non ha luogo perfettamente, spostando anche leggermente l'occhio dall'oculare, si vedrà l'immagine dei fili spostarsi pure rispetto a quella dell'oggetto verificandosi quel fenomeno conosciuto col nome di *parallasse dei fili.*

148. Da quanto abbiamo sin ora sommariamente esposto, e nella forma più elementare circa al sistema diottrico del cannocchiale, il cui scopo è quello di far vedere ingrandito un oggetto molto lontano, veniamo ora a ciò che pure molto c'interessa, e che forma l'argomento principale e come la sintesi del presente capitolo, cioè come si possa mercè un tale istrumento fissare delle *direzioni.*

Nella vecchia topografia sonvi due mezzi di più comune uso per fissare una determinata direzione.

L'uno è quello già accennato al n.° 131, ossia mercè due *punti fissi,* ed abbiamo veduto come non possa dare che risultati poco esatti. Alle paline si potrebbe sostituire un regolo munito ai suoi estremi di due punte finissime, ma gl'inconvenienti indicati per le paline non verrebbero eliminati.

L'altro mezzo consiste nel far uso di un regolo portante a' suoi estremi due alette (dette *traguardi*) disposte normalmente ad una delle facce del regolo stesso, in una delle quali sia praticato un piccolo foro, e nell'altra un reticolo. La retta che unisce il centro del pertugio coll'incrocicchio dei fili del reticolo, può opportunamente servire per determinare una direzione, ma sempre coll'approssimazione di 90″ come nel precedente mezzo di due *punti fissi.*

149. Ma nella moderna topografia entrambi i mezzi anzidetti sono completamente fuor d'uso, non servendosi che esclusivamente del cannocchiale per determinare qualsivoglia direzione.

Sappiamo già che un *punto* di un oggetto luminoso, il *centro ottico* della lente e l'*immagine* del punto anzidetto sono in linea

retta. Basterà quindi far cadere l'immagine del punto luminoso sull'incrocicchio dei fili del micrometro per avere individuata la *direzione* infinita che passa per il punto dell'oggetto preso di mira col cannocchiale.

È poi una retta puramente geometrica ed ideale giacchè se dopo avere collimato ad un punto si occultasse porzione dell'objettivo mercè un dischetto opaco applicato anche nel mezzo dello stesso objettivo, in modo da intercettare parte della luce che viene all'impulso della lente, la collimazione sussisterebbe ancora, giacchè, ripetesi, l'asse di collimazione non è che la retta geometrica sulla quale ha luogo la corrispondenza fra il punto raggiante e la sua immagine.

Non può sfuggire certamente l'analogia che corre fra questo ed il secondo mezzo più sopra indicato, usato nella antica topografia per fissare una data direzione, giacchè in questo si è sostituito l'immagine dell'oggetto all'oggetto stesso, ma v'ha però una differenza o vantaggio capitale servendosi del cannocchiale ed è che l'errore dipendente dall'acuità della vista viene diminuito in ragione dell'ingrandimento proprio del cannocchiale che abbiamo sott'occhio. Quindi le *puntate* o *collimazioni* si fanno con un'approssimazione tanto maggiore quanto è maggiore l'ingrandimento del cannocchiale, che se tale ingrandimento lo indichiamo con I, l'errore della puntata sarà data (n.° 130), servendosi di un cannocchiale, da

$$\frac{90''}{I}.$$

Il cannocchiale è dunque l'istrumento per eccellenza onde collimare colla massima precisione ad un punto qualsivoglia, e basta fissare l'incrocicchio del micrometro nel punto stesso per avere individuata la corrispondente direzione.

150. Richiamiamo ora la (fig. 37); da quanto abbiamo detto, collimato coll'incrocicchio del micrometro ai punti R e T dell'oggetto $R\,T$, noi avremo senz'altro individuate le corrispondenti direzioni. Ora l'angolo compreso fra le due *direzioni*, si può esprimere in parti di raggio con

$$R\,O\,T = t\,O\,r = O = \frac{t\,r}{F}$$

indicando al solito con F la distanza conjugata o la distanza fo-

cale della lente, quantità a noi nota. Se fosse dal pari nota la distanza che intercede tra i punti r e t ossia la lunghezza rt sarebbe completamente determinato il valore dell'angolo O, compreso fra le due direzioni che vanno ai punti raggianti R e T anzidetti e di cui le immagini t ed r coincidono coi medesimi, angolo che espresso in secondi (n.° 60) sarebbe dato da

$$\frac{tr}{F} 206265''.$$

Ed è appunto basandosi sulle esposte proprietà ottiche del cannocchiale che, come in seguito vedremo, il Porro potè far di detto istrumento un *diastimometro a stadia*, ossia un eccellente *distanziometro* col quale misurare indirettamente le distanze, ed entro certi limiti con tale precisione da proscrivere nel più dei casi le misure dirette, operazioni lunghe, noiose e sempre affette da sensibili errori.

151. In un cannocchiale destinato ad individuare *direzioni* oltre all'*asse di collimazione*, si distinguono pure altri due assi ben distinti e che sono i seguenti:

L'*asse ottico* del sistema diottrico o delle lenti di cui si compone il cannocchiale;

L'*asse meccanico* o di figura dei tubi cilindrici ai quali sono assicurate le lenti.

Parlando del cannocchiale astronomico o kepleriano abbiamo ammesso che l'asse ottico dell'objettivo coincida con quello dell'oculare, ma ciò non è a tutto rigore indispensabile basta anche che siano paralelli.

La coincidenza in unica retta giova ad ottenere una più perfetta visione, e l'artefice vi mette sempre del suo meglio per ottenerla.

Quello che necessita si è che l'asse di collimazione coincida con quello meccanico, in altri termini è importante che l'incrocicchio del micrometro si trovi sull'asse di figura dei tubi del cannocchiale non solo, ma che facendo scorrere il detto micrometrico nello interno del cannocchiale, tale scorrimento si effettui in guisa che il detto incrocicchio si conservi sempre sulla retta che rappresenta l'asse meccanico o di figura del cannocchiale.

Collimando a punti diversamente lontani è giuoco forza far scorrere il tubo CD (fig. 38) porta micrometro, entro il tubo AB

dell'objettivo, e ciò per portare a coincidere il reticolo coll'immagine dell'oggetto variando come si sa la distanza focale conjugata al variare della distanza del punto od oggetto luminoso dall'objettivo. Se durante questo movimento la retta descritta dall'incrocicchio dei fili è inclinata all'asse di figura del cannocchiale le rette che vanno dal centro ottico dell'objettivo all'incrocicchio anzidetto riusciranno fra di loro inclinate. Supponiamo che collimando successivamente a due punti diversamente lontani, le due posizioni successive dell'incrocicchio del micrometro sieno f ed f' (fig. 39) secondo la retta ff' inclinata all'asse di figura dei tubi

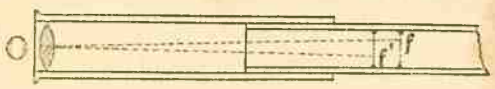


Fig. 39.

che compongono il cannocchiale, si comprende facilmente che la direzione al più vicino riuscirebbe affetta da un errore dato dall'angolo fof'.

Per ciò nei cannocchiali applicati agli istrumenti topografici è necessario che i due assi di *collimazione* e *meccanico* coincidano in un solo, e vedremo appunto quando ci occuperemo di tali istrumenti, quali sono le norme pratiche per riscontrare se esiste tale coincidenza e come si possa ottenere qualora per una causa qualunque si fosse alterata.

152. Esposto come mercè un cannocchiale si possa individuare con la massima precisione possibile qualsivoglia retta o direzione, niente di più facile di comprendere come col medesimo si possa individuare, tracciare e fissare nello spazio un *piano* qualunque.

Se noi raccomandiamo il cannocchiale ad un perno *orizzontale,* in guisa che il primo possa liberamente ruotare attorno all'asse di figura del secondo, se l'*asse di collimazione* del cannocchiale sarà disposto normalmente all'asse di figura del perno anzidetto, la superficie del medesimo descritta durante la rotazione sarà un *piano verticale.*

Viceversa, se fisseremo il cannocchiale alla estremità libera di un perno verticale e che questo possa ruotare attorno al suo asse di figura, se l'asse di collimazione sarà normale a quello del perno, ruotando questo la linea di fede del cannocchiale descriverà una superficie che sarà un *piano orizzontale.*

CAPITOLO III.

ISTRUMENTI E METODI DIVERSI PER MISURARE DIRETTAMENTE GLI ANGOLI FORMATI DALLE DIREZIONI

153. La proprietà geometrica, che gli archi sono proporzionali agli angoli che sottendono, suggerì ai Geometri di servirsi di un cerchio graduato per misurare direttamente gli angoli.

L'istrumento a ciò destinato dicesi in generale *goniometro* che significa appunto misuratore di angolo ed è schematicamente rappresentato dalla fig. 40 per ciò che si riferisce alle parti più essenziali del medesimo.

Vedremo più avanti i dettagli di costruzione indispensabili perchè l'istrumento presenti tutte quelle condizioni atte ad ottenere la misura degli angoli colla massima precisione, giacchè sarebbe pressochè superfluo determinare con un cannocchiale una direzione, eseguire una puntata coll'approssimazione di poche unità di secondo, quando poi non si potesse ottenere una corrispondente o proporzionale approssimazione nella misura dell'angolo compreso fra due direzioni in tal guisa determinate.

Le parti essenziali che devonsi riscontrare in un goniometro onde possa utilmente servire nella moderna topografia sono le seguenti:

a) Un *cerchio orizzontale* di centro O sorretto da una base a tre piedi che costituisce la così detta *parte fissa* dell'istrumento;

b) Dal centro O del cerchio orizzontale si eleva un asse verticale OZ al quale è raccomandato un secondo cerchio detto *verticale* graduato come il primo, ed avente al suo centro un *cannocchiale collimatore* NN girevole attorno ad un asse passante sul centro C del detto cerchio e portante un *indice* CZ, il quale segna sul circolo verticale, a guisa di una sfera d'orologio, l'an-

golo che l'asse di collimazione del cannocchiale fa colla verticale $O\,Z$ ossia ci somministra la *distanza zenitale* o l'angolo che abbiamo al n.° 119 indicato con φ;

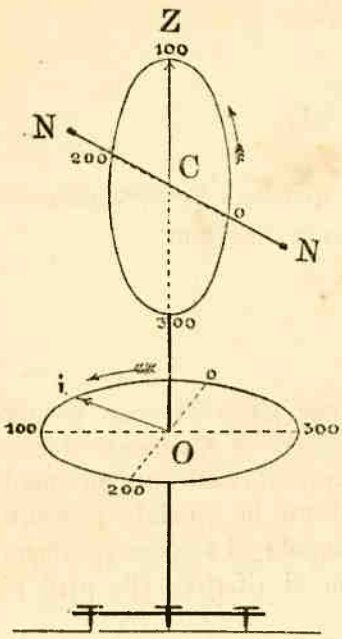


Fig. 40.

c) Nel piano del circolo orizzontale vi ha un altro *indice* $O\,i$ unito invariabilmente all'asse verticale OZ, per cui ruotando questo il detto indice gira con esso, segnando sulla graduazione del cerchio orizzontale l'origine e la fine dell'ampiezza angolare percorsa dalla linea di fede del cannocchiale allorchè passa dall'una all'altra direzione.

Tutta la parte generale dell'istrumento descritta alle lettere *b* e *c* chiamasi comunemente *alidada*.

Il cerchio orizzontale unitamente all'alidada può assumere pure un movimento di rotazione attorno all'asse OZ e che chiameremo *movimento generale* dell'istrumento per distinguerlo da quello proprio e *particolare* dell'alidada, ed indipendente dal primo, una volta opportunamente fissato il cerchio orizzontale alla base o parte fissa dell'istrumento.

I dettagli della costruzione sono tali da potersi disporre il primo cerchio orizzontale ed il secondo verticale e da ciò il loro nome speciale. Girando poi l'asse $O\,Z$ attorno a sè stesso ed il cannocchiale attorno all'asse di rotazione proprio passante per C, si comprende di leggieri, dopo quanto abbiamo detto, come colla linea di collimazione del cannocchiale possiamo descrivere e fissare dei *piani verticali* ed in questi fissare delle *direzioni*.

154. Ciò premesso daremo brevemente le norme teoriche per misurare un angolo, per esempio $A\,O'\,B$ fig. 41 tracciato sul terreno mercè i due alineamenti $O'\,A$ ed $O'\,B$.

Supponiamo che la graduazione proceda da destra a sinistra, ossia nel senso inverso in cui procedono le sfere di un orologio.

Le operazioni a farsi sono le seguenti:

a) Disporre l'istrumento sul vertice dell'angolo a misurarsi di guisa che il centro O del circolo orizzontale cada sulla verticale passante sul vertice O dell'angolo $A\,O'\,B$;

b) Disporre il detto cerchio orizzontale non che verticale l'asse OZ;

c) Far coincidere l'*indice* Oi collo zero del cerchio orizzontale e poscia fissarlo opportunamente a questo;

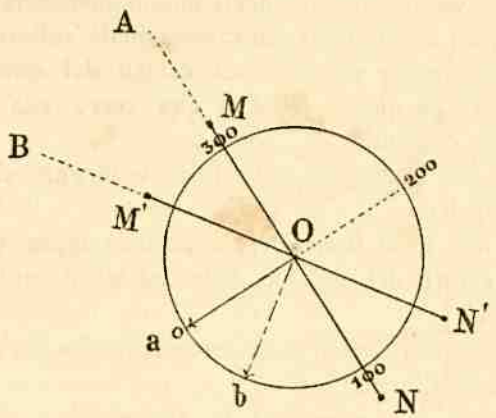


Fig. 41.

d) Servendosi del *movimento generale* dell'istrumento collimare dapprima al punto A ossia far coincidere la immagine del punto A sull'incrocicchio dei fili del micrometro, così osservando avremo individuato la direzione OA che coinciderà con quella del terreno $O'A$;

e) Fissato il cerchio orizzontale alla parte fissa dell'istrumento e servendosi del movimento particolare della alidada, collimare al punto B.

Individuate in tal guisa le due direzioni OA ed OB la linea di collimazione del cannocchiale e con esso l'indice Oi avrà descritto nel passare dalla prima alla seconda posizione un arco ab che sarà la misura dell'angolo $AO'B$.

Un tale istrumento dà quindi gli angoli ridotti all'orizzonte proiettando le *direzioni* che li comprendono sul cerchio orizzontale, e tale goniometro prende più propriamente il nome di *teodolite* per distinguerlo dagli altri che dànno la grandezza assoluta degli angoli come i *grafometri*, i *cerchi moltiplicatori*, istrumenti oramai fuori d'uso.

155. Un goniometro della forma e composizione più sopra esposta, che in massima è quella degli istrumenti proprii della moderna topografia, deve quindi essere suscettibile dei seguenti movimenti:

a) Di un movimento generale dell'intiero istrumento attorno ad un asse verticale;

b) Di un movimento particolare dell'istrumento attorno allo stesso asse verticale, facendo scorrere sul cerchio orizzontale l'indice che serve alla misura degli angoli orizzontali;

c) Di un movimento del cannocchiale collimatore attorno ad un asse orizzontale passante sul centro del cerchio verticale facendo scorrere su questo l'indice che serve alla misura degli angoli verticali o zenitali.

156. E per conseguenza in tale istrumento si distinguono tre *assi* principali:

a) L'*asse dello strumento*, disposto sempre verticalmente, passante pel centro del cerchio orizzontale ed attorno al quale ruota l'alidada;

b) L'*asse di rotazione* del cannocchiale che dev'essere sempre disposto orizzontalmente;

c) L'*asse di collimazione* del cannocchiale che dev'essere normale al suo asse di rotazione.

Quando parleremo degli istrumenti proprii della Celerimensura, daremo le norme pratiche per verificare l'esistenza di queste condizioni, e nel caso che non sussistessero quelle per correggerle e rettificarle. L'uso poi dei medesimi riuscirà facile se lo studioso avrà ben compreso le parti principali ed i movimenti essenziali di un tale goniometro, non che il processo teorico per misurare un angolo orizzontale determinato da due direzioni qualsivoglia.

157. Abbiamo veduto che con un cannocchiale collimatore dotato di opportuno ingrandimento si possono eseguire puntate coll'approssimazione di poche unità di secondo.

Ora necessita per talune operazioni topografiche che la misura di un angolo si possa ottenere con molta se non uguale approssimazione.

Ognuno comprende che con un'alidada munita di un semplice indice nel modo superiormente indicato, e dovendo limitare sensibilmente il diametro dei cerchi per non rendere gli istrumenti voluminosi, eccessivamente pesanti, di difficile maneggio e trasporto, non si potrà misurare gli angoli che molto grossolanamente, giacchè essendo limitato lo sviluppo del lembo del cerchio, le divisioni del medesimo non si possono che limitatamente frazionare, sia per difficoltà meccaniche, sia anche perchè riuscendo estremamente piccole non riuscirebbero distinte.

Sappiamo già che l'occhio umano in istato normale non può percepire distintamente un oggetto se questo sottende un angolo visuale inferiore a 1'.30", ossia a 90" sessagesimali. Quindi se ci proponiamo di rilevare con uno dei cerchi di un goniometro i 1', data la visione distinta a metri 0,20, bisognerebbe che l'intervallo fra una divisione e l'altra misurasse m. 0,000087 e quindi il cerchio avesse il diametro di m. 0,60. Oltrechè riuscirebbe sommamente scomodo un goniometro provvisto di cerchi così grandi, v'ha poi la grande difficoltà pratica di suddividere la circonferenza dei medesimi in 21600 parti eguali e così piccole.

È quindi mestieri ricorrere ad artifizii, il primo dei quali si è l'impiego di una lente biconvessa o microscopio semplice.

Con una lente il cui ingrandimento sia di 5 volte, da quanto abbiamo detto al n.° 149 si potrebbe ridurre il diametro dei cerchi a soli 12 centimetri; con un ingrandimento di 10 volte a soli 6 centimetri! Chè tale o presso a poco è il diametro dei circoli di un speciale goniometro inventato dal Porro e di cui in proseguo parleremo.

Ma se è sommamente difficile il dividere in 21600 parti un cerchio del diametro rilevante di 60 centimetri *a fortiori* lo sarà per uno di 6 ed anche di 12 centimetri.

Conseguentemente il solo impiego di una lente o microscopio semplice non basta per spingere la graduazione di un cerchio oltre un certo limite.

158. Spetta a Nunnez la risoluzione di questo importante problema, mercè un piccolo apparecchio annesso agli indici dei cerchi, detto appunto nonio dal nome dell'inventore.

Il nonio serve a far apprezzare le residuali lunghezze lineari o circolari che non si potrebbero rilevare ad occhio nudo, od armato di una lente, ed ora ne daremo la teoria e ne indicheremo l'uso, quantunque da qualche tempo si siano ai nonii opportunamente sostituiti degli *indici ottici* con fili fissi o mobili, coi quali si può con maggiore esattezza frazionare le ultime divisioni di un cerchio graduato, indici che vedremo applicati nello speciale goniometro del Porro, più sopra accennato e detto *Teodolite Cleps* o semplicemente *Cleps*.

159. La costruzione del *nonio* è fondata sul seguente principio (fig. 42).

Abbiasi un cerchio il cui lembo sia diviso secondo uno dei noti sistemi; se su di esso si prende un arco comprendente

$x - 1$ divisioni, e se sopra un arco concentrico al primo e di eguale lunghezza, arco suppletorio che chiamasi appunto nonio,

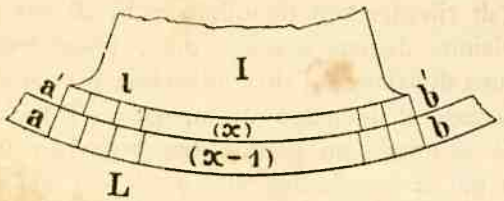


Fig. 42.

si praticano x divisioni, se indichiamo con L la lunghezza di ciascuna delle divisioni del lembo graduato del cerchio, e con l la lunghezza corrispondente di una parte del nonio avremo evidentemente l'egualianza:

$$x\,l = (x - 1)\,L$$

da cui:

$$l = \frac{x-1}{x}\,L \quad \text{ossia} \quad l = L - \frac{1}{x}\,L,$$

donde:

$$L - l = \frac{1}{x}\,L = \frac{L}{x} \qquad (1)$$

vale a dire: che la *differenza fra una divisione del cerchio e una del nonio è eguale alla prima divisa pel numero delle particelle contenute nel nonio.*

Se dunque $L\,L'$ fig. 43 rappresenta una porzione del lembo graduato di un cerchio, in cui ciascuna divisione rappresenti un grado sessagesimale (1°); se ad esso applichiamo l'arco $l\,l$, unito all'estremo dell'indice I dell'alidada, abbracciante 29 gradi e lo

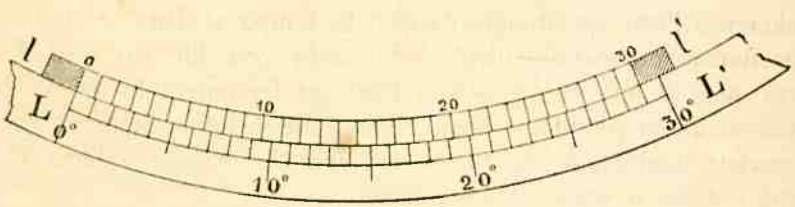


Fig. 43.

dividiamo in 30 parti eguali, avremo $L - 60'$ ed $x = 30$ e la differenza fra una divisione del lembo del cerchio ed una del nonio

ossia la sensibilità del nonio sarà evidentemente eguale ad

$$\frac{1^\circ}{30} = \frac{60'}{30} = 2'.$$

L'arco suppletorio graduato $l\,m$ applicato all'indice è quello appunto che chiamasi *nonio* (ed anche *verniero*)* e ci darebbe nel caso in ispecie l'approssimazione di 2′ sessagesimali. Il *verniero* adunque, come si disse, supplisce alla mancanza delle suddivisioni di grado e nell'esempio succennato equivale al caso che ciascun grado fosse suddiviso in 30 parti eguali ciascuna di $\frac{1}{30}$ di grado ossia di 2′ sessagesimali.

160. Supponiamo che nella misura dell'angolo $A\,o'\,B$ del n.° 154 l'indice dell'alidada nella seconda collimazione abbia assunto la posizione indicata della fig. 44. Se all'indice non fosse applicato il verniero, si leggerebbe col tratto o (zero) del medesimo un angolo che sarebbe maggiore di 30° e minore di 31° e l'ulteriore frazione, ossia il valore angolare compreso fra la divisione 30° e lo o del verniero occorrerebbe stimarla ad occhio.

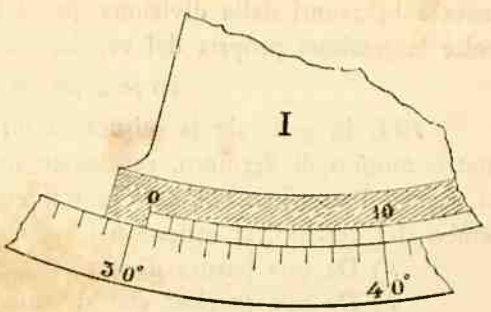


Fig. 44.

Mercè invece la graduazione suppletoria o *verniero* applicato all'indice I dell'alidada, noi potremo valutare l'ulteriore intervallo coll'approssimazione, nel caso in ispecie di $\frac{1}{30}$ di grado ossia di 2′. Per misurare l'intervallo anzidetto, ossia l'ulteriore ampiezza angolare compresa fra la divisione del lembo del cerchio, che immediatamente precede lo zero del verniero e lo zero stesso, si cerca sul verniero qual'è la divisione o tratto del medesimo che si confonde o prossimamente coincide con una delle graduazioni o tratti del lembo del cerchio. Supponiamo che tale coincidenza abbia luogo alla decima divisione del verniero, ossia che il decimo tratto superiore del nonio si confonda con un tratto del lembo inferiore in guisa da formare unica retta. La misura dell'angolo

* Da VERNIER a cui si attribuisce pure la invenzione di questo indice sfrazionatore.

sarebbe data da

$$30° + 10 \times 2' = 30°,20'$$

giacchè lo zero del nonio ha oltrepassato la divisione 30° del lembo del cerchio di 10 volte il valore della frazione $\frac{L}{x}$ sopra trovata, ossia di 2′ nel caso in ispecie. Infatti se si considerano le divisioni del verniero a partire da quella che coincide colla divisione del lembo, il primo tratto dopo il 10 sappiamo già che trovasi in avanti del corrispondente tratto del lembo del cerchio della frazione trovata, ossia di 2′, il secondo tratto del verniero si troverà in avanti del corrispondente tratto del lembo del cerchio di due volte la detta frazione, ossia 4′, il terzo di 6′, e finalmente l'ultimo tratto corrispondente allo zero del verniero, si troverà in avanti della divisione 30° del lembo del cerchio di 10 volte la frazione propria del verniero stesso, ossia di

$$10 \times 2' - 20'.$$

161. In generale la misura di un angolo mercè un goniometro munito di verniero, eccettuato naturalmente il caso in cui lo zero del verniero coincida esattamente con una divisione del lembo del cerchio, si ottiene nel seguente modo:

a) Da una lettura *diretta* fatta col tratto *o* del verniero;

b) Da una *frazione* che si ottiene moltiplicando appunto la *frazione propria* del verniero per il numero dei tratti del verniero compreso fra lo *zero* di questo ed il tratto che coincide perfettamente o più prossimamente col corrispondente tratto del lembo del cerchio a contatto del quale trovasi il verniero.

La *frazione propria* del verniero si ha poi *dividendo una delle minime divisioni del lembo per il numero delle divisioni contenute nel verniero.*

Così per accennare ad un esempio comune in pratica, il lembo del cerchio sia diviso in gradi e mezzi gradi, ossia $L = 30'$; se prendiamo 29 delle minime divisioni del cerchio, e tale lunghezza portata sul verniero la si divide in 30 parti eguali, ossia $x = 30$, la frazione propria del verniero in esame sarà

$$\frac{L}{x} = \frac{30'}{30} = 1'$$

ossia darebbe l'approssimazione di $\frac{1}{30}$ di $\frac{1}{2}$ grado ossia di 1′ sessagesimale.

Se poi ciascun grado del cerchio verrà suddiviso in 6 parti eguali, col verniero abbracciante 59 di queste minime parti e diviso in 60 parti eguali l'approssimazione di un tale verniero sarebbe evidentemente di 10″ sessagesimali.

Analogamente se ciascun grado verrà diviso in 12 parti eguali col verniero abbracciante 59 di queste minime parti e diviso in 60, si otterrebbe col detto verniero l'approssimazione di 5″ sessagesimali.

Per servirsi adunque di un dato verniero applicato ad un cerchio, occorre innanzi tutto cercare la frazione propria (o sensibilità) del verniero stesso nel modo facile e piano più sopra indicato, dopo di che in base alla regola data sarà del pari facilissimo valutare l'angolo con tutta l'approssimazione che comporta il verniero in esame.

162. Siccome i goniometri a vernieri e coi lembi divisi secondo il sistema antico sono ancora da molti preferiti a quelli ad indici microscopici ed a divisione decimale, dei quali faremo a suo tempo parola, così riteniamo fare cosa utile accennando a qualche esempio per esercitare lo studioso sull'uso del verniero.

A) Sia il lembo del cerchio diviso in gradi e mezzi gradi, il verniero abbracci 29 delle minime divisioni e sia diviso in 30 parti eguali, la frazione propria di questo verniero è dunque, come si disse già, di $\frac{1}{30}$ di mezzo grado ossia di 1′ (sessagesimale). Ora:

a) Un angolo sarà di 27°, 30′ quando lo zero del verniero coinciderà con la divisione del lembo del cerchio intermedio fra 27° e 28°;

b) L'angolo invece sarà di 27°, 35′ se lo zero del verniero ricadrà fra 27° e $^1/_2$ e 28° ossia fra 27°, 30′ e 28° ed il suo tratto *cinque* coinciderà o sarà il più prossimo ad uno dei tratti del lembo del cerchio;

c) Se si dovrà riportare sul terreno un angolo dato per esempio di 65°, 37′ bisognerà portare lo zero del verniero fra le divisioni 65°, 30′ e 66° fino a far coincidere il tratto *sette* del verniero con una delle divisioni del lembo del cerchio.

B) Sia ciascun grado del cerchio diviso in 4 parti, ossia di 15′ in 15′, il verniero comprenda 29 di dette minime parti, e sia diviso in 30 parti eguali, la frazione propria di questo verniero sarà $\frac{1}{30}$ di un quarto di grado ossia darà l'approssimazione di 30″; quindi:

a) Avremo con semplici letture dirette gli angoli di 15′ in 15′;

b) Un angolo sarà di 20°, 56′, 30″ se lo zero del verniero capiterà fra 20° e $^3/_4$ ossia 20° e 45′ e 21° ed il suo tratto 23 coinciderà con uno dei tratti del lembo del cerchio a cui si trova applicato;

c) Si potrà riportare sulla circonferenza del cerchio l'angolo 77°. 16′, 30′ situando lo zero del verniero subito dopo il 77° ed $^1/_4$ ossia 77°, 15 e facendo poscia coincidere il tratto 3 del verniero con una delle divisioni del cerchio.

C) Sia infine ciascun grado della circonferenza del cerchio diviso in 6 parti, ciascuna quindi di 10′, il verniero abbracci 59 di queste minime parti eguali, la frazione propria del verniero abbiamo già detto essere di 10″. In tal caso:

a) Si potrà leggere direttamente gli angoli di 10′ in 10′ senz'altro, per esempio 65°, 10′; 65°, 20′; 65°, 30′ e così di seguito a seconda che lo zero del nonio si troverà sui tratti successivi del lembo del cerchio compresi tra il 65° e il 66°;

b) Un angolo sarà di 65°, 16′ quando lo zero del verniero si troverà fra il 65° ed $^1/_6$ e 65° e $^2/_6$ e precisamente quando il tratto 36 del verniero coinciderà con una delle divisioni della circonferenza a cui trovasi applicato; infatti avremo:

$$65° + 10' + 36 \times 10''$$

ossia:

$$65° + 10' + 360''$$

ed infine riducendo i secondi in primi:

$$65°,\ 16'$$

c) Un angolo sarà di 65°, 40′, 20″ quando lo zero del verniero avrà di poco oltrepassato 65° e $^4/_6$ e precisamente quando il secondo tratto del verniero coinciderà con una divisione della circonferenza;

d) Per riportare poi un angolo di 83°, 55′, 30″ sul terreno bisognerà far venire lo zero del verniero fra 83° e $^5/_6$ e 84°, poi far coincidere il tratto 33 del verniero con una divisione del lembo del cerchio. Avremo:

$$83°,\ 50'$$

direttamente, più

$$33 \times 10'' = 330'' = 5', 30''$$

ossia:

$$83°,\ 55',\ 30''.$$

163. L'approssimazione della lettura di un angolo dipendendo dal rapporto (paragrafo 159)

$$\frac{L}{x}$$

diminuendo il valore di L od aumentando quello di x o l'uno e l'altro contemporaneamente, si vede che teoricamente noi possiamo spingere l'esattezza della lettura a quel grado che riterremo più conveniente a seconda dell'entità del lavoro a cui detta misura si riferisce. Ma praticamente non si può spingere l'approssimazione oltre certi limiti che dipendano sopratutto dal raggio dei cerchi applicati ai goniometri.

Essendo in pratica molto conveniente munire i goniometri di cerchi di diametro limitato, non si può ridurre il valore di L, ossia le ultime divisioni del lembo del cerchio, molto piccolo giacchè la *lettura diretta* delle medesime riuscirebbe in taluni casi piuttosto incerta. D'altra parte aumentando il valore di x, riuscirebbe il più delle volte difficile l'apprezzare quale dei tratti del verniero coincide il più prossimamente con quelle del lembo del cerchio.

Per ovviare a questi inconvenienti si munirono i cerchi dei goniometri anzichè di un solo di parecchi vernieri e si escogitarono metodi speciali per misurare gli angoli detti della *reiterazione* e della *ripetizione*, e di cui appresso diremo.

164. *Metodo della ripetizione.*

Sia l'angolo $A\,O\,B$ e se ne sia effettuata la misura colle norme date al n.° 154. L'asse di collimazione del cannocchiale si trovi quindi nella seconda posizione $M'N'$ (fig. 45). Reso solidale l'istrumento e servendosi del movimento generale si faccia ruotare tutto l'istrumento da sinistra a destra sino a collimare di nuovo al punto A. Così operando l'asse di collimazione del cannocchiale avrà assunto di nuovo la posizione $m\,n$, (fig. 46) analoga alla $M\,N$ della (fig. 45) e lo zero del cerchio non che tutto l'angolo $a\,O\,b$ si sarà trasportato da sinistra a destra in $a'\,O\,b'$ (fig. 46). Ciò fatto si fissa il cerchio orizzontale alla base o parte fissa dell'istrumento, e servendosi del movimento particolare dell'alidada si faccia ruotar questa soltanto da destra a sinistra sino a collimare

di nuovo al secondo punto *B*. Allora l'asse di collimazione del cannocchiale avrà assunto la posizione *m' n'* analoga alla *M' N'*

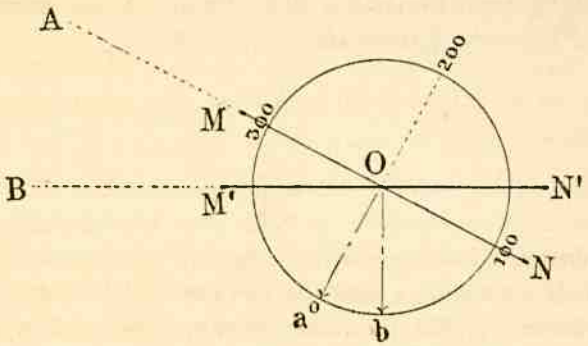


Fig. 45.

che aveva nella prima misura eseguita e l'indice annesso all'alidada, reso libero coll'alidada, sarà passato da *b'* in *c* dopo avere percorso l'arco *b' c* eguale *a b' — a b*, per cui se la graduazione

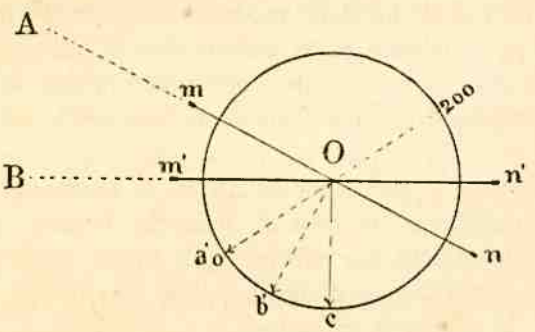


Fig. 46.

è perfetta e non si son commessi errori nè di lettura, nè di puntata, e l'istrumento era perfettamente rettificato si avrà pure l'angolo *a' O b' = b' O c* e l'angolo *a' O c* sarà il doppio del primo. Proseguendo nella stessa guisa si potrà avere un angolo triplo quadruplo, ecc. di quello *A O B* a misurarsi.

165. Ma da quanto abbiamo detto più sopra non essendo possibile graduare un cerchio in guisa che tutte le divisioni riescano perfettamente eguali, e per errori di puntata e per altri piccoli errori che si potrebbero chiamare *personali* e che variano colla più o meno abilità dell'operatore, l'angolo *a' O b'* non sarà perfettamente eguale all'angolo *b' O c* come sopra si è supposto, ossia

la seconda misura non sarà esattamente il doppio della prima. Però prendendo la media di tutte le letture fatte, l'errore che inevitalmente si commette in ogni singola lettura viene sensibilmente scemato. Se poi indichiamo con L l'errore probabile che si commetterà in ogni singola lettura, con n il numero delle volte in cui la lettura dell'angolo è stata *ripetuta*, il risultato finale sarà affetto da un errore probabile ε che è dato approssimativamente dalla semplice formola

$$\varepsilon = \frac{L}{n}. \qquad (2)$$

Avendosi un goniometro munito di verniero a 10″ (sessagesimali) di approssimazione, suppongasi che col *metodo della ripetizione* dianzi spiegato si sieno ottenuti i seguenti risultati:

Angoli multipli.				Angoli semplici.		
$AOB = \alpha$	85°	18′	40″	85°	18′	40″
2α	170	37	30	85	18	45
3α	255	56	20	85	18	46,7
4α	341	15	10	85	18	47,5
5α	66	34	10	85	18	50
6α	151	53	00	85	18	50.

l'angolo misurato sarà:

85°. 18′. 50″.

Abbiamo detto che l'applicazione di parecchi vernieri ai cerchi di un goniometro tendano ad eliminare talune imperfezioni istrumentali in ispecie a quelle che possano riferirsi alla graduazione dei medesimi, difetti ed inconvenienti di cui avremo campo di studiare più dettagliatamente quando ci occuperemo degli istrumenti proprii della moderna Topografia.

In taluni teodoliti sonvi applicati quattro vernieri agli estremi di due diametri fra di loro normali. Siccome poi è estremamente difficile che una tale condizione sia soddisfatta, ossia che essi si trovino precisamente agli estremi dei quattro quadranti, così è mestieri tener conto degli errori di *ripartizioni*, o meglio di *partenza* dei medesimi, come ora esporremo in base all'esempio numerico dianzi considerato.

Supponiamo che collocato lo zero del verniero, con cui si son fatte le letture dell'angolo α, in coincidenza dello zero della graduazione del cerchio orizzontale le indicazioni ai quattro vernieri sieno state le seguenti:

$$0^{g},00'.00''; \quad -0^{g}.00'.20''; \quad +0^{g}.00'.20''; \quad -0^{g}.00'.30''$$

dove il segno — o + indica che lo zero di ciascun verniero precedeva o susseguiva di quel piccolo arco il relativo quadrante. Prendendo la media aritmetica delle quattro letture ai vernieri, che è

$$-7'',5$$

possiamo ritenere che il nonio con cui si fecero le letture dell'angolo α, non era partito dall'origine della graduazione, bensì dall'estremo dell'archetto d'ampiezza 7''.50, che lo precedeva.

Perciò l'ultimo angolo 6α leggasi a tutti quattro i nonii, e supponiamo che le letture corrispondenti risultino (ommettendo la parte intera):

$$53'.00''$$
$$52'.40''$$
$$53'.20''$$
$$52'.30''$$

per cui l'angolo medio 6α sarà

$$151^{g}.52'.52''.5$$

e ricordando che il nonio medio fittizio si è supposto partire da $-7'',5$, si avrà pel valore dell'angolo $AOB = \alpha$ *ripetuto* sei volte

$$6\alpha = 360^{g} + 151^{g}.52'.52''.5$$

e per l'angolo semplice

$$\alpha = 85^{g}.18'.48''.75.$$

Sonvi anche dei teodoliti coi cerchi graduati secondo il sistema moderno o centesimale (in ispecie quelli di fabbrica francese).

In questi i cerchi, i cui diametri variano dai 30 ai 40 centimetri, hanno la circonferenza divisa in 4000 parti o decigradi, e prendendo al solito (n.° 55) per unità il quadrante sarà, questa particella, espressa da

$$0^{g},001.$$

All'indice è applicato un nonio abbracciante 49 di quelle minime divisioni o particelle e diviso alla sua volta in 50 parti eguali.

La differenza adunque fra una minima divisione della circonferenza ed una del nonio, ossia la frazione propria di questo è $\frac{1}{50}$ di $0^g,001$, ossia

$$0^g,00002$$

che è quanto dire che in un cerchio consimile si eseguiranno le letture coll'approssimazione di *duecento millesimi* di quadrante od il che torna lo stesso di *duemillesimi* di grado, ossia si ha lo stesso risultato come se la detta circonferenza fosse invece divisa in 200,000 parti.

166. *Metodo della reiterazione.* Ad onta del grande successo che ottenne il *metodo della ripetizione* dovuto ai valenti geometri Mayer e Borda, il medesimo è oggi quasi completamente in disuso per ragioni che sarebbe superfluo qui riferire. Nella misura degli angoli, in cui si richiede una limitatissima tolleranza, si segue invece quasi esclusivamente il metodo detto della *reiterazione* e che consiste semplicemente nello eseguire reiteratamente la misura dello stesso angolo in diverse regioni del cerchio orizzontale e nel prendere poscia la media aritmetica dei risultati ottenuti separatamente nelle singole misure.

Le norme da seguirsi usando della *reiterazione*, sono le seguenti.

Si assegna allo zero del cerchio orizzontale una posizione qualunque, per esempio quella indicata dalla fig. 47, e si fissa il

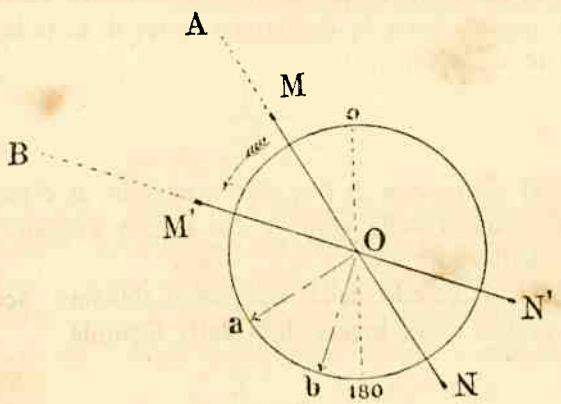


Fig. 47.

cerchio anzidetto alla base o parte fissa dello istrumento, indi resa libera l'alidada, si faccia ruotar questa, e si collimi successiva-

mente ai due punti A e B leggendo successivamente i due angoli indicati dallo zero del verniero nel passare dalla prima posizione a alla seconda b.

Evidentemente operando in tal modo si ottengono i due angoli che gli allineamenti OA ed OB determinanti l'angolo AOB fanno colla direzione individuata dal diametro 0° — 180° del cerchio orizzontale, o meglio gli angoli che le due direzioni Oa ed Ob del verniero fanno col diametro suddetto 0°— 180°, nel caso della (fig. 47). È del pari evidente che dalla differenza dei due angoli anzidetti si avrà la misura dell'angolo aOb ossia dell'angolo AOB del terreno.

Reiterando l'operazione, facendo assumere al diametro 0°- 180° diverse posizioni, si otterranno diverse misure dello stesso angolo la cui media aritmetica rappresenterà con maggiore approssimazione la vera misura dell'angolo AOB dato.

Per quanta cura s'impieghi nella graduazione di un cerchio sussisteranno sempre delle piccole ineguaglianze. Ora col metodo della *reiterazione* al pari che con quello della *ripetizione* si eliminano in gran parte gli eventuali piccoli errori di graduazione, giacchè l'angolo venendo misurato successivamente in diverse regioni del cerchio, se in una volta l'angolo sarà stato misurato dove le divisioni saranno più grandi, nella successiva verrà misurato dove le divisioni saranno troppo piccole.

167. Si ha dal calcolo sulle probabilità che col metodo della *reiterazione* l'errore probabile ε' di cui sarà affetta la misura finale dell'angolo, ossia la media aritmetica di tutte le letture eseguite è dato dalla formola.

$$\varepsilon' = \frac{L}{\sqrt{n}} \qquad (3)$$

indicando al solito con L l'errore probabile di ciascuna lettura, e con n il numero delle volte in cui è stata eseguita o reiterata la misura dell'angolo.

168. Col metodo della *ripetizione* abbiamo accennato che l'analogo errore ε era invece dato dalla formola

$$\varepsilon = \frac{L}{n} \qquad (4)$$

ora anche dalla semplice ispezione delle due formulette (3) e (4) si rileva subito che con uno stesso teodolite suscettibile di per-

mettere con eguale esattezza l'applicazione dei due metodi ora esposti per misurare un angolo dato, il metodo della *ripetizione* dovrebbe naturalmente essere invece preferito a quello della *reiterazione*, giacchè a pari condizione il valore di ε è minore di ε', ossia si otterrebbe una maggiore approssimazione col primo che col secondo metodo.

Si vuole però che il vantaggio maggiore che si ricava col primo metodo sia più apparente che reale, per cui oggi si segue a preferenza il metodo della *reiterazione*, ed i migliori e più recenti teodoliti sono pressochè tutti semplicemente *reiteratori*.

La questione non si può dire totalmente risolta, e come giustamente osserva l'ingegnere Salmoiraghi « in questa lotta della « scienza e dell'arte, per raggiungere la maggior precisione nelle « misure, molti sono gli elementi che concorrono al buon suc- « cesso, e gli istrumentali, se contano assai, non contano tuttavia « per la maggior parte. C'è quell'insieme di elementi soggettivi, « per così dire, che dipendono dal talento, dall'abilità e diligenza « degli operatori, il quale costituisce un presidio potente che sup- « plisce talvolta alla manifesta debolezza di tutti gli altri ». *

169. *Teodoliti eccentrici.*

I goniometri che fin ora abbiamo considerato sono tali che il piano verticale descritto dall'asse di collimazione del cannocchiale passa pel centro del circolo orizzontale e perciò diconsi *teodoliti concentrici*, ma ve ne ha taluni, anzi i più recenti ed in ispecie quelli del Porro, che hanno il cannocchiale che non soddisfa a questa condizione, cioè il piano verticale descritto dall'asse ottico del cannocchiale, ruotando attorno al suo asse di sostegno, risulta paralello a quello passante per l'asse dello istrumento o pel centro del cerchio orizzontale. Tali teodoliti prendono il nome di *eccentrici*.

170. Ne segue quindi che gli angoli misurati con uno di questi goniometri si trovano affetti da un piccolo errore, detto appunto *errore di eccentricità*, che solo per grandi distanze rendesi inapprezzabile o quasi nullo e che ora vedremo come si può determinare, e quindi depurare le misure degli angoli da un tale errore.

Nella (fig. 48) il cerchio di centro O rappresenti il *cerchio orizzontale del goniometro*; $V V'$ la projezione del *circolo verticale*;

* Op. cit. pag. 435.

BIBLIOTECA

NN il cannocchiale situato all'estremo *A* dell'asse di rotazione *O A* normale all'asse dell'istrumento, e quindi disposto eccentricamente rispetto al cerchio orizzontale suddetto, ed *O A* rappresenta quindi l'*eccentricità del cannocchiale* data dalla distanza *della linea di fede* del cannocchiale dall'*asse dello istrumento*. Dati quindi sul terreno i due punti *O* ed *S*, e situato il goniometro sul punto *O*, si volesse collimare al punto *S* egli è evidente che in causa della eccentricità del cannocchiale, si individuirà la direzione *A S* in luogo della *O S*, e l'angolo *O S A* che la direzione segnata sul terreno fa colla visuale *A S* individuata dall'asse di collimazione del cannocchiale, quest'angolo dico, costituisce appunto ciò che chiamasi *errore di eccentricità*.

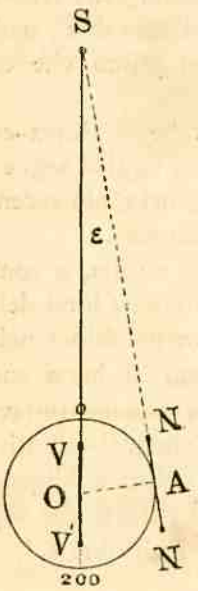


Fig. 48.

A calcolare un tale errore serve la formola:

$$\text{tang}\,.\,\varepsilon = \frac{E}{D} \qquad (5)$$

nella quale:

$\varepsilon = O\,S\,A =$ *angolo di eccentricità;*

$E = O\,A =$ *eccentricità del cannocchiale;*

$D = O\,S =$ distanza dell'asse dello istrumento dal punto osservato.

Dalla forma (5) si vede che l'errore di eccentricità sarà tanto più piccolo quanto più grande sarà la distanza del punto collimato all'asse dello istrumento e quanto minore sarà la eccentricità del cannocchiale.

Nei teodoliti Porro, detti *Cleps,* il valore di *E* è stato possibile ridurlo ad una quantità molto piccola. Ed invero nei *Cleps* grande modello la eccentricità del cannocchiale che era dapprima di soli $0^m.085$, ora, in seguito agli ultimi perfezionamenti arrecati dal Salmoiraghi a questo prezioso istrumento, è stata ridotta a soli m. 0 07.

Facciamo qualche applicazione della formola (5).

Si ponga

$$O\,A = 0^m.085 \quad \text{ed} \quad O\,S = 300^m.00,$$

avremo:

$$\text{tang.}\,\varepsilon = \frac{0.085}{300^m.00}$$

ed applicando i logaritmi:

$$\text{log. tang} : \varepsilon = \text{log. } 0.085 - \text{log. } 300$$

e quindi

$$\begin{aligned} \text{log} : 0.085 &= 8{,}92941893 \\ -\text{log} : 300 &= 2.47712125 \\ \text{log. tang} : \varepsilon &= 6.45229768. \end{aligned}$$

Cerchiamo ora col sussidio delle tavole trigonometriche (sessagesimali) l'arco ε il cui log. tan. $= 6.45229768$.

log. tang. ε $= 6.45229768$
log. pross. infer. $= 6.38454490$; arc. corr.° $= 0.°\ 0'.\ 50''$
D. $10''$ 79181.2 Δ 6775278 quoziente $= 8''.5$
arco cercato $\varepsilon = 0.°\ 0'.\ 58''.5$

ossia l'*errore di eccentricità* sarebbe nel caso in ispecie di poco meno di un minuto primo (sessagesimale).

Siccome poi i goniometri del Porro hanno i circoli graduati in base al sistema decimale, facendo uso delle tavole trigonometriche centesimali si avrebbe:

log. tang. ε $= 6.452297$
log. pross. infer. $= 6.451392$ arc. corris. $0^c.01'.80''$
D. $10'' = 23482$ Δ 905
$23482 : 10'' :: 905 : x = 0''\ 38$ quoziente $0''.4$
arco cercato $\varepsilon = 0^c.01'\ 80''.4$,

ossia l'*errore di eccentricità* $O\,S\,A$ risulterebbe poco meno di due primi centesimali.

Nel caso poi di un *Cleps* grande modello di recente costruzione in cui la eccentricità del cannocchiale è di soli 7 centimetri dalla formola (5) si avrebbe

$$\text{tang. } \varepsilon = \frac{0.07}{300} = 0^c.01487$$

ossia 1 primo e 48 secondi centesimali equivalente a 48.'' 2 sessagesimali.

Per una distanza di 250^{m} l'errore di eccentricità sarebbe di 0^{g}.0202, ossia di due primi, errori come si vede nel più dei casi trascurabili.

Infine per una distanza di m. 3000 si avrebbe, applicando le tavole centesimali:

log. 0.07	= 8.84509804
— log. 300	= 3.47712125
log. tang. ε	= 5.36797679
log. pross. infer.	= 5.196120

0.171856 arc. corris. = 0^{g}. 0010

$D.\ 10'' = 301030 : 10'' :: 171856 : x =$ 5.78

arco cercato 0^{g}. 0015 78

ossia poco meno di 16 secondi centesimali equivalenti a 4″,86 sessagesimali.

Per talune operazioni di rettifica dello istrumento in esame, e di cui diremo in seguito, bisognerà dunque collimare ad un punto distante almeno tre chilometri per annullare, per così dire, gli errori provenienti dalla eccentricità del cannocchiale.

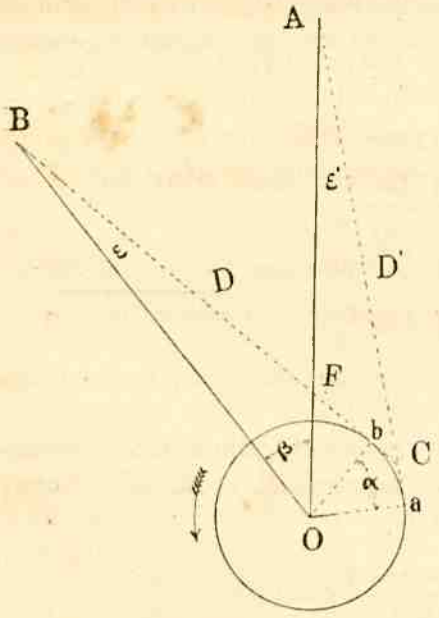


Fig. 49.

171. Abbiasi ora l'angolo $A\,O\,B = \beta$ da misurarsi disponendo di un *goniometro eccentrico*. Sia O il centro del cerchio orizzontale, situato sulla verticale passante pel vertice dell'angolo. Supponiamo che la graduazione proceda al solito da destra a sinistra come indica la freccia, collimando prima al punto di destra e poi a quello di sinistra, ossia successivamente ai punti A e B, lo zero del nonio si sarà portato da a in b, poniamo

$$a\,O\,b = \alpha$$

$O\,a = O\,b = E =$ *eccentricità del cannocchiale*, poniamo pure

$$O\,B = D,\ O\,A = D'$$

che sono le distanze rispettive dei punti B ed A dall' asse dello istrumento.

Avremo

$$a\,O\,b = B\,C\,A$$

essendo le $B\,b$ ed $A\,a$ rispettivamente normali alle $O\,b$ ed $O\,a$.

Considerando poi l'angolo $B\,F\,A$ come esterno ai due triangoli

$$F\,C\,A \quad \text{ed} \quad F\,B\,O$$

si avrà

$$B\,F\,A = F\,C\,A + F\,A\,C = \alpha + F\,A\,C$$

$$B\,F\,A = \beta + F\,B\,O,$$

come pure:

$$\alpha + F\,A\,C = \beta + F\,B\,O$$

da cui:

$$\alpha - \beta = F\,B\,O - F\,A\,C \qquad (6)$$

e la differenza $\alpha - \beta$, cioè la differenza tra l'angolo effettivamente misurato e quello dato da misurare, ci dà appunto l'errore di eccentricità di cui è affetta la misura eseguita mercè il goniometrico eccentrico.

Ma i due angoli $F\,B\,O$ ed $F\,A\,C$ ossia $b\,B\,O$ ed $a\,A\,O$ (numero 170) sono appunto gli errori di eccentricità corrispondenti alle due collimazioni fatte ai punti B ed A, errori che espressi rispettivamente con ε ed ε', si hanno dalle formole:

$$\text{tang.}\,\varepsilon = \frac{E}{D}$$

$$\text{tang.}\,\varepsilon' = \frac{E}{D'}.$$

Sostituendo questi valori nella (6) avremo:

$$\alpha - \beta = \text{tang.}\,\varepsilon - \text{tang.}\,\varepsilon' = \frac{E}{D} - \frac{E}{D'} \qquad (7)$$

e finalmente ponendo

$$\alpha - \beta = E$$

e riducendo allo stesso denominatore

$$E = \frac{E(D' - D)}{D\,D}. \qquad (8)$$

In base dunque a quest' ultima formola potremo portare la dovuta correzione alla misura dell' angolo $A\,O\,B$ onde eliminare dalla medesima l'errore di eccentricità di cui sarà affetta.

Ma, come spiegheremo meglio a suo tempo, volendo eliminare l'errore di eccentricità senza procedere volta per volta al calcolo della correzione in base alla formola (8) per distanze inferiori a 300 m. in cui l'errore comincia ad essere un po' sensibile e tale che alle volte può occorrere di tenerlo a calcolo, in tal caso dico, basterà collimare due volte a ciascun punto prima col cannocchiale a destra dell' osservatore, ossia in *posizione diretta o normale*, e poscia in *posizione inversa*, (ossia col cannocchiale a sinistra) e prendere la media delle due letture angolari, la quale corrisponderà alla *direzione* della linea di fede del cannocchiale che collima con quella del terreno e che corre fra il centro del cerchio orizzontale ed il punto collimato.

172. Dalla formola (8) se ne deducono i seguenti importanti principii:

a) *L'errore di eccentricità diminuisce col crescere delle distanze dei punti osservati*, ed è in generale sempre tanto piccolo da potersi senza alcun scrupolo trascurare nelle ordinarie e più comuni operazioni topografiche;

b) *L'errore di eccentricità è tanto più piccolo quanto è minore l'eccentricità del cannocchiale* ossia la distanza $O\,a = E$ dell'asse di collimazione del cannocchiale, dall'asse dello strumento, sino a diventare zero quando $O\,a = E = o$ ossia quando il goniometro è concentrico, vale a dire che la linea di fede del cannocchiale giace nel piano verticale passante sul centro del circolo orizzontale;

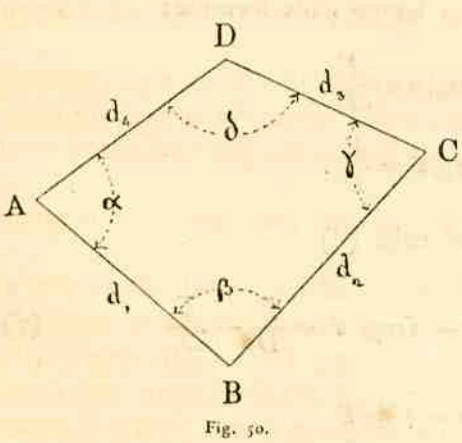


Fig. 50.

c) *l'errore di eccentricità è nullo quando* $D = D'$, ossia quando i punti A e B sono egualmente distanti dal centro dello istrumento;

d) *che la somma degli errori di eccentricità degli angoli di un qualunque poligono convesso è pure nulla.*

Infatti esaminando il quadrilatero $ABCD$, ed avendo con un teodolite eccentrico misurati successivamente gli angoli α, β, γ e δ, dalla formola (8) avremo:

per α errore di eccentricità $\frac{E}{d^4} - \frac{E}{d'}$

» β » » $\frac{E}{d'} - \frac{E}{d^2}$

» γ » » $\frac{E}{d^2} - \frac{E}{d^3}$

» δ » » $\frac{E}{d^3} - \frac{E}{d^4}$

la cui somma evidentemente è eguale allo zero:

e) È pure eguale allo zero la somma degli errori di eccentricità relativi a tutti gli angoli fatti attorno ad un punto.

173. Conseguentemente non si dovrà applicare la correzione di eccentricità;

f) Quando i lati che comprendono l'angolo che si deve misurare sono eguali;

g) Quando il rilievo è circoscritto da un poligono convesso;

h) Quando si procederà ad un rilevamento qualunque che permette di operare con unica stazione e col metodo antico detto per *irradiamento;*

i) Non potersi concludere essere libero da ogni errore di eccentricità un goniometro qualunque quando la somma degli angoli di un poligono convesso dà tante volte due retti quanti sono i lati meno due (n.° 47);

k) O che la somma degli angoli fatti attorno ad un punto eguaglia 4 angoli retti.

Le osservazioni di cui alle lettere *i* e *k* si riferiscono ai *goniometri concentrici* nei quali si è supposto che l'asse della alidada o dell'istrumento passi pel centro del cerchio orizzontale, il che essendo impossibile ottenere, gli angoli misurati con questi goniometri sono pure affetti da un piccolissimo errore di eccentricità come appresso diremo.

174. I metodi ora indicati per misurare gli angoli si seguono anche oggi e di preferenza per quelle misurazioni in cui

si richiede la massima precisione e segnatamente per il rilevamento degli angoli di una cosidetta *rete trigonometrica* (di cui appresso diremo), operazione che si suole sempre premettere quando il rilevamento planimetrico abbraccia una porzione di superficie terrestre molto estesa, ed uscente dai limiti accennati al n.° 110.

Ma trattandosi di levate topografiche di limitata estensione e che devono servire per studi di progetti speciali, per la misurazione degli angoli si segue il metodo di cui ora faremo sommariamente parola.

È d'uopo però premettere le seguenti nozioni.

È noto oramai a tutti che la Terra è una grande *calamita* dotata di poli. Un *ago calamitato* posto in bilico sopra uno stilo verticale si dirige verso le regioni polari. L'intersezione di un piano verticale passante per l'asse dell'ago così diretto colla superficie terrestre chiamasi *meridiano magnetico.*

Il meridiano magnetico fa col meridiano terrestre, passante sul punto in cui sta sospeso l'ago anzidetto, un angolo detto di *declinazione magnetica.*

Ora un ago calamitato sostenuto pel suo centro di gravità da uno stilo verticale passante pel centro di un cerchio graduato costituisce quell'istrumento noto sotto il nome di *bussola* o *declinatore magnetico,* e di cui in seguito ci occuperemo con qualche dettaglio.

Ci limiteremo per ora a ricordare che per un medesimo luogo del nostro emisfero, l'ago calamitato si dirige costantemente verso il polo Nord, e possiamo ritenere ancora tale *direzione costantemente la stessa* per tutto il periodo di tempo in cui ha luogo un dato rilevamento topografico.

175. Ciò premesso, per misurare gli angoli si approfitta di una tale *direzione fissa* alla quale appunto riferire le direzioni comprendenti gli angoli, ossia: invece di misurare direttamente l'angolo compreso fra due direzioni realmente visibili, si misurano gli angoli che le due direzioni anzidette fanno con quella *fissa,* data da un declinatore magnetico, annesso ad un goniometro.

A tale scopo si situa quindi o sopra o sotto al cerchio orizzontale del goniometro un ago calamitato in guisa che il pernio di sostegno di questo coincida coll'asse del cerchio suddetto. Allora, girando opportunamente quest'ultimo si può disporre il diametro 0^g—200^g in coincidenza colla direzione dell'ago calamitato, ossia far coincidere il diametro anzidetto colla direzione del *meridiano magnetico* del luogo in cui è situato il goniometro.

Sia $\alpha O \beta$ l'angolo a misurarsi (fig. 51). Il cerchio di centro O sia il *circolo orizzontale* del goniometro. NS *l'ago calamitato* sospeso pel suo centro di gravità sul pernio proiettato in O. La NS opportunamente prolungata c'indicherà la direzione del *meridiano magnetico*. Si faccia ora ruotare l'intiero istrumento finchè il diametro 0^g—200^g coincida colla direzione NS, ossia col meridiano magnetico. Se ora rendiamo fisso il cerchio orizzontale, e libera l'alidada, e col cannocchiale collimiamo successivamente ai punti α e β, avremo gli angoli che le due direzioni $O\alpha$ ed $O\beta$ fanno col meridiano magnetico e dalla loro differenza $\theta' - \theta$ avremo evidentemente la misura dell'angolo $\alpha O \beta$. E così dicasi di qualunque altro angolo formato da altre direzioni tutte concorrenti nel punto O, ossia al centro del goniometro.

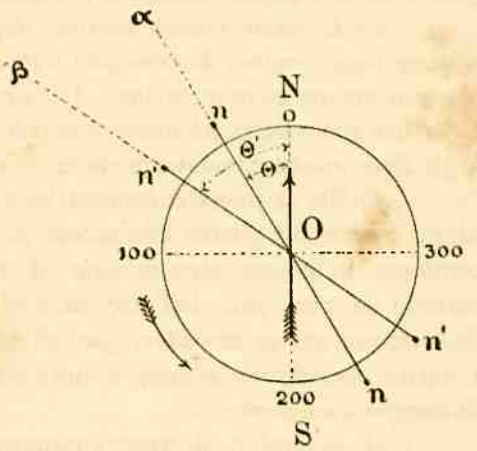


Fig. 51.

Nota poi la *declinazione* di un dato luogo, ed ammesso che si mantenga costante sia rispetto al luogo che al tempo, se l'estremo N dell'ago calamitato lo si fa coincidere col numero dei gradi e frazioni di gradi corrispondente a quella *declinazione*, le letture θ e θ' verranno evidentemente aumentate del valore dell'angolo di declinazione, e si avrebbero gli angoli riferiti al *meridiano terrestre*.

In altri termini l'angolo $\alpha O \beta$ sarebbe dato dalla differenza degli *angoli azimutali* θ e θ' dei punti α e β, ossia degli *azimut* delle due direzioni $O\alpha$ ed $O\beta$ che lo comprendano. Ma a noi non interessa di conoscere il valore della differenza $\theta' - \theta$, ossia dell'angolo formato dalle due direzioni $O\alpha$ ed $O\beta$, anzi nella moderna Topografia o Celerimensura, *non si misura mai* l'angolo formato da due date direzioni, ma bensì l'angolo che ognuna di quelle direzioni fanno con *altra fissa* (che può essere qualsivoglia, ma che noi per meglio concretizzare il principio abbiamo scelto il meridiano magnetico) *corrispondente allo zero del goniometro.*

Interessiamo lo studioso a volere ben riflettere alla nuova e speciale convenzione per la misura degli angoli e sulla quale riposa appunto la nuova scienza.

176. Onde togliere qualunque ambiguità e concretar bene le idee, occorre far riflettere che in questo modo di eseguire la misura degli angoli:

a) La *direzione fissa* è quella individuata dall'asse di collimazione del cannocchiale quando al goniometro si legge l'angolo *zero*, ossia è il raggio vettore a cui corrisponde l'anomalia $\theta = 0^g$;

b) Il verso *positivo crescente* degli angoli (che possono assumere tutti i valori da 0^g—400^g e da 0°—360°) è quello secondo il quale cresce la numerazione del *circolo orizzontale od azimutale* e che nei goniometri del Porro, procede da destra a sinistra, mentre negli altri indistintamente procede in senso contrario;

c) Nei goniometri concentrici a cannocchiale capovolgibile, ed in ispecie nei goniometri eccentrici (in cui il cannocchiale può compiere un intiero giro intorno al suo asse di rotazione) due essendo le posizioni dell'asse di collimazione del cannocchiale (coincidenti nel primo caso, parelelle nel secondo) corrispondenti a quella data *direzione fissa,* è necessità stabilire quali delle due si assume come *normale;*

d) Il cerchio di centro *c* rappresenti il *cerchio orizzontale, z z'* la proiezione del *verticale, n n'* il cannocchiale disposto coll'asse di collimazione sulla direzione fissa *S N* data dal declinatore magnetico ed alla quale corrisponde all'indice *i* l'anomalia $\theta = 0^g$. Come si scorge dalla fig. 52 *A* in questa posizione speciale dello istrumento il *cerchio verticale* trovasi a sinistra dell'osservatore posto all'oculare *n* del cannocchiale.

Se ora, fisso il cerchio orizzontale, facciamo eseguire un mezzo giro all'alidada in guisa da riportare il cannocchiale sulla stessa direzione fissa *S N* data dal declinatore, le parti dell'istrumento dianzi considerate, assumeranno rispettivamente le nuove posizioni indicate dalla figura (52 *B*). Se ora si capovolge il cannocchiale in guisa da portare l'oculare *n* dalla parte dell'osservatore, nella posizione supplementare del cannocchiale stesso, il circolo verticale trovasi a *destra* dell'osservatore posto all'oculare. L'asse di collimazione è bensì diretto come prima secondo la direzione fissa *S N*, ma all'indice del goniometro non si leggerebbe più $\theta = 0^g$ ma bensì $\theta' = 200^g$.

Si è quindi convenuto di assumere come *posizione normale del cannocchiale n n'* quella in cui il detto circolo verticale trovasi alla *sinistra* dell'osservatore posto all'oculare, nella quale posizione l'asse di collimazione del cannocchiale anzidetto coincide allora con quella data *direzione fissa* a cui corrisponde l'*azimut zero.*

e) Siccome poi nei migliori goniometri vi sono al meno due *vernieri* (o *indici ottici*) uno corrispondente alla posizione normale del cannocchiale e l'altro a quella supplementare (ossia a 200^g o 180° a seconda della graduazione) così i costruttori sogliono, a scanso di equivoci, incidere sui medesimi dei segni speciali. Nei *Cleps*, questi segni convenzionali sono le lettere *A* e *B* pel *circolo azimutale* e le cifre I e II per quello *verticale*.

Premesse queste osservazioni ed avvertenze, il metodo in esame di misurare gli angoli è quello che al caso nostro meglio si presta comprendendo esso tutti i casi possibili senza dar luogo mai a nessuna ambiguità, oltre poi di fornirci il mezzo di stabilire per ogni punto del terreno rilevato quel sistema di coordinate polari facilmente trasformabili nelle corrispondenti ortogonali di cui al n.° 101 e che forma la base della moderna Topografia.

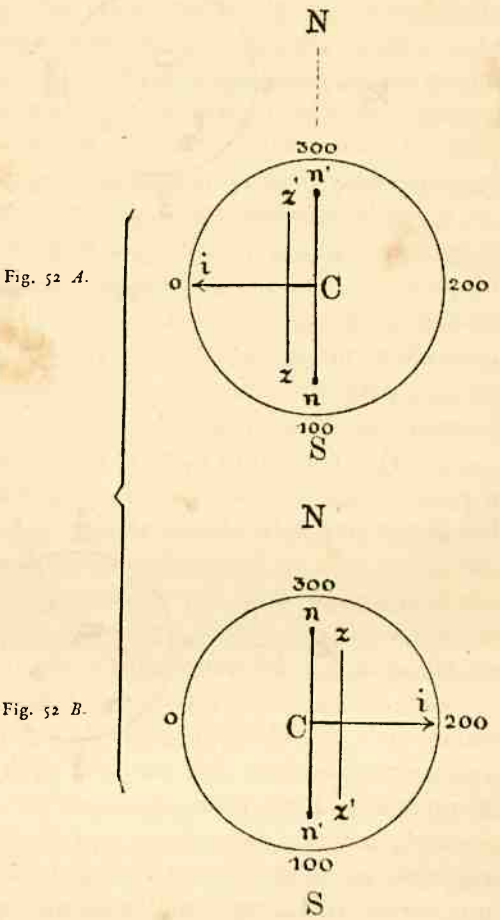


Fig. 52 *A*.

Fig. 52 *B*.

177. Vediamo ora con un esempio come in generale si procede nel rilevamento di una data poligonale col sistema in parola, giacchè una volta ben compreso il processo teorico riuscirà facilissimo allo studioso il farne all'occorrenza una pratica applicazione.

Sia data la poligonale *A B C D* sulla quale basare il rilevamento di una zona di terreno alla medesima circostante (fig. 53).

Seguendo il metodo antico si misurerebbero direttamente le

distanze *A B, B C, C D* indi con un goniometro si rileverebbero gli angoli compresi rispettivamente dalle direzioni *B A, B C* e *C B, C D*, ossia gli angoli *A B C* e *B C D*.

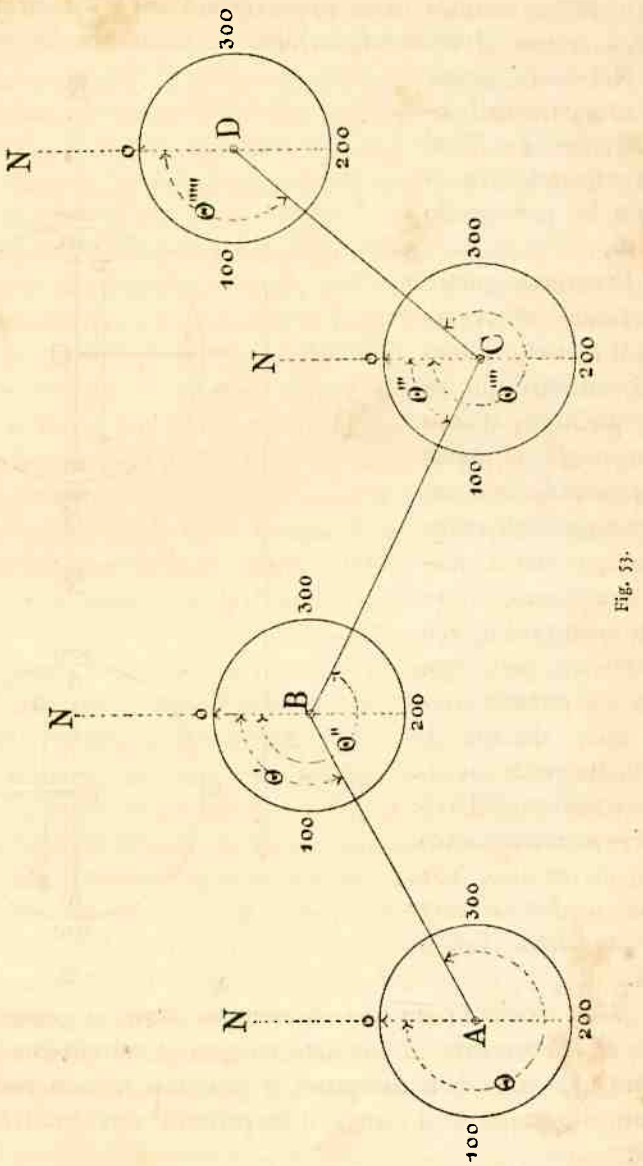


Fig. 53.

Invece in base al nuovo sistema situato il goniometro (che per ora supporremo *concentrico*) munito del *declinatore*, sul punto *B*, si fa coincidere lo *zero del circolo azimutale* colla punta dell'ago

rivolta verso il Nord, e collimando poscia col cannocchiale al punto A, si legge l'*azimut* $0'$ del lato BA (e come vedremo in seguito si misura con un apparecchio speciale annesso al cannocchiale il raggio vettore $AB = r$), indi si collima al punto C e si determina l'azimut $0''$ del lato BC.

Poscia collocato il goniometro in C, ed opportunamente *orientato* nel modo anzidetto si collima al punto D, determinando in tal guisa l'*azimut* 0^{IV} del lato CD. Le lunghezze dei raggi vettori BC, CD si rilevano indirettamente come si è detto del primo BA.

Egli è evidente che in tal guisa noi avremo rilevato esattamente la poligonale $ABCD$, giacchè dato uno dei vertici B o C per esempio il vertice B fisso di posizione sul terreno, collocando il goniometro opportunamente orientato sul punto B, in base all'azimut $0'$ determineremo BA, e portata la lunghezza BA in quella direzione determineremo la posizione del punto A. In base all'azimut $0''$ determineremo la direzione BC, e riportata su di questa la lunghezza BC avremo individuato la posizione del vertice C. Indi portato il goniometro in C ed opportunamente orientato, mercè l'*azimut* 0^{IV} individueremo la direzione del terzo lato CD, e riportando sul terreno e nella detta direzione la lunghezza CD individueremo la posizione del punto D.

Lasciando in disparte il modo di misurare le lunghezze dei lati che per ora non ci riguarda, in luogo dunque di misurare direttamente gli angoli ABC e BCD si misurano gli *azimut* ossia gli angoli che i lati della poligonale fanno coi *meridiani magnetici* passanti per i vertici della poligonale stessa.

178. Apprezzeremo meglio in seguito i vantaggi che presenta quest'ultimo metodo di misurare gli angoli a preferenza di quello antico. Intanto faremo rimarcare, onde abituare subito lo studioso a questo nuovo genere di misurazione degli angoli, che data per esempio, la poligonale suddetta $ABCD$, oltre agli azimut $0', 0'', 0^{IV}$, si prendono all'atto pratico anche gli azimut degli estremi della poligonale, ossia si misurano anche gli angoli che i lati AB e CD fanno coi meridiani passanti per i punti estremi A e D Ecco allora come si procede.

Situato il goniometro in A, e fatto coincidere lo *zero* del circolo azimutale colla direzione fissa NS data dal declinatore (il che si dice *orientare* l'istrumento) si fa girare l'alidada e con esso il cannocchiale sino a che la linea di fede di questo collimi al

punto B determinando così l'azimut 0, relativo al lato AB. Poscia trasportato il goniometro in B ed *orientato* si collimi al punto A e si determini un nuovo azimut $0'$ dello stesso lato BA, ma riferito qui al meridiano passante per B anzichè a quello passante per A come nel primo caso, ed ammesso che le letture siano esatte e la direzione NS e quindi del diametro $0^g - 200^g$ costante dovrà essere evidentemente $0 - 0' = 200^g$ come si scorge anche dalla semplice ispezione della figura. Indi stando sempre in B, si collimi al punto C determinando l'azimut $0''$ del lato BC. Si faccia poscia stazione sul punto C ed orientato l'istrumento si collimi di nuovo al punto B determinando in tal guisa un secondo azimut $0'''$ del lato CB, e dovrà essere, se abbiamo esattamente operato e se la NS ossia il diametro $0^g - 200^g$ del cerchio azimutale si è sempre trasportato paralellamente a sè stesso

$$0'' - 0''' = 200^g.$$

Poscia rimanendo ancora sulla stazione C si collimi al punto D, determinando l'azimut 0^{iv} del lato CD. Infine trasportato l'istrumento nell'ultimo punto D ossia all'estremo della poligonale e convenientemente orientato il goniometro si collimi di nuovo al punto C determinando il nuovo azimut 0^v del lato DC, rispetto al meridiano passante per D, se tutto avrà proceduto regolarmente dovremo avere $0^{iv} - 0^v = 200^g$.

Operando nella guisa più completa ora indicata si hanno i seguenti vantaggi:

a) Un controllo nella misurazione degli azimut;

b) Non essendo costante, come noi abbiamo supposto, per uno stesso luogo e per tempi non molti lontani, la direzione dell'ago magnetico, così gli azimut dei punti estremi di un lato di una data poligonale non sono sempre supplementari (ossia non differiscono esattamente di 200^g od a $180°$ a secondo della graduazione dei circoli) la minima differenza che s'incontra sempre negli azimut degli estremi di una retta o di un lato di una poligonale, levati i 200^g gradi, si chiama *azimut del circolo orizzontale*, e col metodo ultimo da noi esposto al n.° 178 si può esattamente determinare e quindi portare le relative correzioni agli azimut dei lati della poligonale come meglio vedremo in seguito.

c) Se poi, ciò tornasse necessario, determinati gli azimut dei punti estremi e dei vertici della poligonale per esempio $ABCD$, si potrà facilissimamente conoscere anche gli angoli che i

lati della medesima fanno fra di loro, ossia nel caso in ispecie gli angoli ABC e BCD.

Supponiamo infatti

$$\begin{aligned} AB \ . \ . \ . \ &\left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right\} \theta = 322^g.50'.70'' \\ BA \ . \ . \ . \ &\left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right\} \theta' = 122^g.50.70'' \\ BC \ . \ . \ . \ &\theta'' = 270^g.10'.35'' \\ CB \ . \ . \ . \ &\theta''' = 70^g.10'.35'' \\ CD \ . \ . \ . \ &\theta^{iv} = 320^g.70'.37'' \\ DC \ . \ . \ . \ &\theta^{v} = 120^g.70.37. \end{aligned}$$

Il valore od ampiezza dell'angolo ABC sarà dato evidentemente dalla differenza dei due angoli azimutali θ'' e θ' cioè:

$$\begin{aligned} &\theta'' \ 270^g.10.35 \\ -\ &\theta' \ 122.50.70 \\ ABC = \ &147^g.59.65 \end{aligned}$$

Per aver poi il valore dell'angolo BCD bisognerà prima trovare il complemento di θ^{iv} cioè:

$$\begin{aligned} &400^g.00'.00'' \\ &320.70.37 \\ &79^g.29'63'' \end{aligned}$$

al quale aggiunto θ''' ossia $70^g.10'35$

si avrà: $149^g.39,38''$.

CAPITOLO IV.

MEZZI PER DETERMINARE LA VERTICALITÀ E LA ORIZZONTALITÀ DI RETTE, DI PIANI

179. Parlando in generale dei goniometri proprii della moderna topografia, abbiamo in essi distinti tre assi principali (numero 156); l'*asse dell'istrumento* confondentesi con quello del cerchio azimutale, asse che dev'essere disposto sempre verticalmente e quindi il detto cerchio *orizzontale;* l'*asse di rotazione* del cannocchiale che dev'essere disposto costantemente secondo una linea orizzontale, e l'*asse di collimazione* del cannocchiale che dev'essere sempre per costruzione normale al secondo.

Quest'ultimo poi occorre sovente di disporlo in direzione verticale, ma più spesso in quella orizzontale.

Necessita quindi vedere ora come si possa ottenere la verticalità o la orizzontalità dei detti assi o cerchi, perchè il goniometro possa servire alla determinazione dei piani d'origine e di riferimento delle coordinate.

Rammentiamo che avendo supposta la terra sferica, la retta che congiunge un punto del suolo col centro della medesima chiamasi *verticale* ed individua la direzione che segue il centro di gravità di un corpo abbandonato a sè stesso e libero di cadere sulla superficie terrestre. Una retta od un piano normali alla verticale diconsi *orizzontali.*

Gl'istrumenti idonei per determinare la orizzontalità o la verticalità di una retta o di un piano sono fondati pressochè tutti sui seguenti principi fisici:

a) La superficie libera di una limitata massa liquida in riposo è disposta sempre a seconda di un *piano orizzontale;*

b) Un *filo a piombo* o *piombino* (n.° 109) si dispone costantemente secondo la direzione della *verticale* passante pel punto di sospensione;

c) Di due liquidi di differente peso specifico, racchiusi in un recipiente, il più leggiero si porta sempre alla superficie libera o superiore.

Sul primo (*a*) è fondato il noto *livello ad acqua* col quale si può fissare od individuare una retta od un piano orizzontale, ma questo antichissimo strumento è pressochè fuori d'uso.

Sul secondo principio (*b*) è fondato l'*archipendolo* o *livello a pendolo* del muratore che serve com' è noto per constatare se un piano od una retta sono orizzontali.

Inoltre mercè un filo a piombo si potrebbe pure disporre verticale un piano od una retta ed anche il cerchio zenitale di un goniometro, ma con tali mezzi ognuno comprende facilmente che l'orizzontalità o la verticalità di un asse o di un cerchio non si potrebbe ottenere che in modo un po' grossolano.

180. Non restava quindi che a far capitale del terzo principio (*c*) summentovato che diede origine alle così dette *livelle a bolla d'aria* che oltre di somministrare nei risultati una grande esattezza, sono di un uso semplice e facilissimo. Esse costituiscono uno degli elementi od organi più importanti dei goniometri impiegati tanto nella vecchia che nella moderna topografia e meritano perciò che se ne faccia parola con qualche dettaglio.

Sia *a b c* (fig. 54) la sezione meridiana di un recipiente avente la forma di una calotta sferica appartenente alla sfera di diametro *d d'*. Detto recipiente sia ripieno di alcool od etere ad eccezione di un piccolo spazio occupato da una bolla d'aria o di vapori del liquido contenuto nel detto recipiente. La sezione essendo circolare, per legge di gravità la bolla *b* si porterà non solo nella parte più elevata della curva *a b c*, ma il suo punto di mezzo *m* corrisponderà al punto di tangenza della *orizzontale t t*, essendo questa normale al raggio *m O* disposto secondo la *verticale* passante pel vertice della bolla stessa.

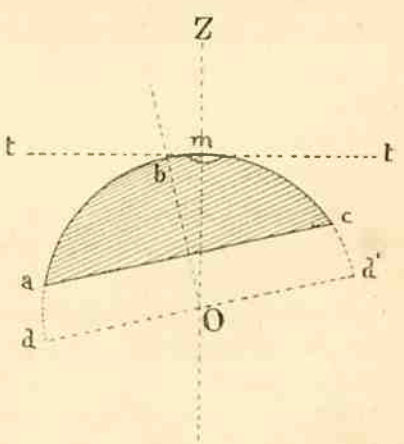


Fig. 54.

La (fig. 54) rappresenta una così detta *livelletta sferica* e può acconciamente servire a disporre un piano orizzontalmente od un asse verticale. Un piano sarà orizzontale quando in qualunque posizione di esso venga situata la livella, la bolla si mantiene *centrata*, vale a dire al vertice della calotta sferica opportunamente individuato da un circoletto inciso sul cristallo di cui è sempre formato il recipiente.

Nei teodoliti Cleps del Porro trovasi appunto applicato alla sommità dell'alidada una di tali livellette allo scopo di rendere verticale l'asse dello istrumento, e quando faremo parola di questo goniometro entreremo pure in maggiori dettagli sulla forma di tale apparecchio che quantunque non fornisca la precisione e l'esattezza proprie delle altre livelle dette *cilindriche*, di un uso più generale e di cui appresso ci occuperemo, tuttavia è di un impiego più pronto ed ha il grande vantaggio di farci a colpo d'occhio conoscere l'inclinazione di una retta e anche di un piano in qualunque senso essa avvenga.

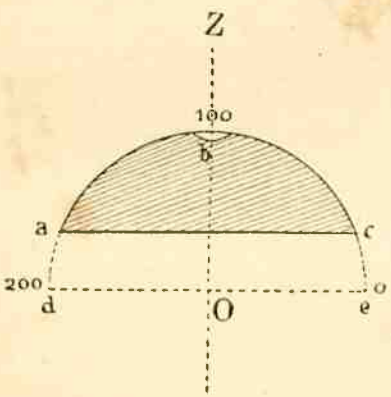


Fig. 55.

Una livelletta della forma suindicata può quindi servire per misurare piccoli angoli d'inclinazione alla verticale od alla orizzontale nel modo che ora si vedrà:

La (fig. 55) rappresenti una livelletta sferica, appartenente alla sfera di diametro *d e*, paralella alla base della livella. L'arco *a b c* sia graduato in guisa che lo zero corrisponda allo estremo *e* del diametro fittizio suddetto *d e*, per cui il vertice della bolla corrisponda alla divisione 100ª quando la livella è centrata ed il raggio *b O* è verticale. Se ora supponiamo che la livella sia inclinata a sinistra come mostra la fig. 56 per l'equilibrio la bolla si sposterà a destra portandosi come si è detto nella parte più alta, e pren-

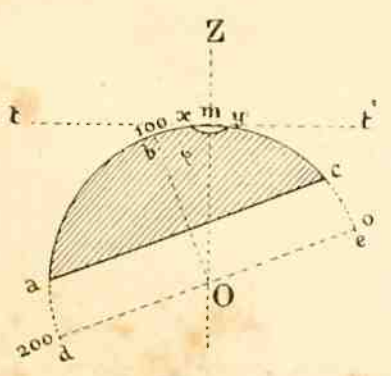


Fig. 56.

dendo la posizione $x\,y$ in guisa che il vertice m della bolla corrisponderà al punto di tangenza della orizzontale $t\,t$, normale alla verticale $m\,O$.

Ora dalla semisomma delle due letture corrispondenti agli estremi x, y della bolla si avrà la distanza zenitale del punto m, ossia

$$e\,m = \frac{e\,x - e\,y}{2}$$

e quindi il valore dell'angolo $b\,O\,m = \varphi$ suo complemento, vale a dire l'inclinazione della $b\,O$ rispetto alla verticale $Z\,m\,O$.

Analogamente se la base della livelletta sferica venisse disposta su di un piano, dagli spostamenti della bolla ossia dal valore della distanza zenitale del vertice della bolla si dedurrebbe evidentemente l'inclinazione del piano all'orizzonte.

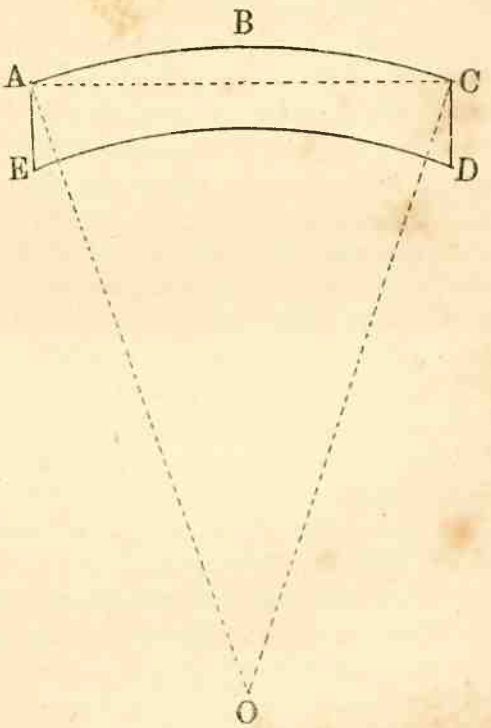


Fig. 57.

181. *Livellette cilindriche a bolla d'aria.*

Più comunemente alle così dette *livelle a bolla d'aria* si dà la forma cilindrica e consistono in un tubo di cristallo $A\,B\,C\,D\,E$, (fig. 57) leggermente incurvato, chiuso alle estremità, e ripieno di un liquido ad eccezione di un piccolo spazio che viene occupato da una bollicina d'aria o dai vapori del liquido contenuto nel tubo e volgarmente detta *bolla d'aria*. La (fig. 57) rappresenta la sezione longitudinale di una di queste livelle fatta con un piano passante per l'asse e pel vertice B dell'arco $A\,B\,C$. Nelle migliori livellette la superficie trasversale interna del tubo non è semplicemente quella di un cerchio, ma

bensì quella di un *Toro* come si vede nella (fig. 58), che rappresenta la sezione fatta con un piano passante pel vertice *B* e normale alla corda *A C*. L'arco *A B C* descritto dal centro *b* dell'arco *a b c* generatore del toro si chiama *arco direttore;* il raggio *A O* del cerchio a cui appartiene l'arco direttore *A B C* è quello che chiamasi *raggio di curvatura* della livella, e la corda *A C asse* della livella.

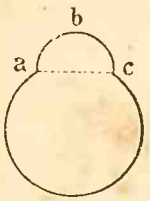


Fig. 58.

Si assegna poi alla curvatura trasversale intorno del tubo la forma anzidetta e si fa circolare l'arco direttore del medesimo allo scopo di mantenere alla *bolla* una forma costante e simmetrica intorno al suo mezzo, qualunque sia l'inclinazione che si fa subire alla livelletta, e qualunque sieno gli accorciamenti od allungamenti a cui va soggetta la bolla stessa al cambiare della temperatura.

Il tubo poi viene racchiuso in una scatola od armatura metallica, aperta superiormente per lasciare vedere i movimenti della bolla, e terminata inferiormente da una *base di appoggio*, che comunque foggiata, a seconda dell'uso cui deve servire la livelletta, è mestieri riesca sempre paralella all'*asse A C* della livelletta.

Dicesi che una livella è *rettificata* quando le rette (o piano od in generale l'asse della superficie) di appoggio della medesima sono state ridotte ad essere paralelle all'asse della livella stessa. Se invece di essere appoggiata la livelletta fosse assicurata ad un perno girevole per essere in *rettifica* occorrerebbe la perpendicolarità fra l'asse della livella stessa e quello di rotazione del perno anzidetto attorno al quale gira.

Se la livella deve servire per stabilire la orizzontalità di un piano, allora la superficie di appoggio della medesima si fa *piana* ed in questo caso s'intende che la detta superficie sia paralella all'asse della livella e normale alla sezione meridiana del toro.

In tal caso tutte le rette condotte per la superficie di appoggio paralellamente all'asse della livella, saranno orizzontali quando la *bolla* occuperà il punto di mezzo o vertice dell'arco *A B C*.

Per individuare poi la posizione della bolla corrispondente a questa data condizione di cose, vi si trovano due *indici fiduciali*, ma più spesso s'incidono sul vetro, e simmetricamente al vertice *B*, dei tratti o divisioni che servono anche per apprezzare i minimi spostamenti della bolla stessa.

La livelletta è fissata pe' suoi estremi alla base di appoggio

mercè due sostegni, uno dei quali a cerniera, e l'altro munito di una vite col mezzo della quale si può spostare il tubo rispetto alla base ossia alzarlo od abbassarlo rispetto a questa, e rendere soddisfatta la condizione accennata od in altri termini *rettificare* la livella.

182. Per procedere poi alla *rettificazione* di una di queste livellette si opera nel modo seguente.

Avendosi una superficie piana, levigata e comunque inclinata, si pianti su di essa uno spillo, ed appoggiata la livelletta a contatto dello spillo (in *A*) (fig. 59) con uno de'suoi spigoli si segnino con una matita le due direzioni del spigolo della livelletta in cui la bolla occupava la stessa posizione, rispetto agli indici fiduciali, e siano queste AX ed AY, che diconsi *linee di egual pendenza*. Prese su queste due lunghezze eguali Ax ed Ay la xy è provato che è una linea *orizzontale*.

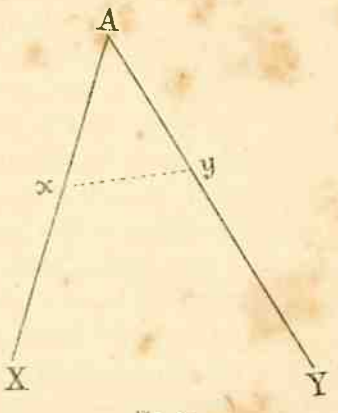


Fig. 59.

Basterà ora disporre lo spigolo della base di appoggio lungo la xy e vedere se la bolla rimane centrata, nel qual caso è essa evidentemente *rettificata*. Se invece la bolla non rimane fra gli indici fiduciali, allora è fuori rettifica, e vi si ridurrà muovendo l'apposita vite sino a rendere centrata la bolla.

Una volta assicurati che la livelletta è rettificata, dopo quanto si è detto si comprenderà facilmente che un piano sarà orizzontale quando postavi sopra la livelletta la bolla si manterrà centrata in tutte le direzioni e basterà anche in due posizioni prossimamente fra di loro normali.

183. Per rendere orizzontale il cerchio azimutale di un goniometro si trova appunto a questi applicato una livelletta cilindrica, ed alle volte anche due, disposte l'una in direzione normale all'altra.

Un tal cerchio, come si è detto, è sostenuto dalla parte fissa dell'istrumento, la quale alla sua volta poggia su tre viti le cui punte corrispondono ai vertici di un triangolo equilatero. Per rendere dunque orizzontale il detto cerchio, supposta la livelletta annessa al goniometro rettificata, bisogna rendere fisso il cerchio

azimutale e poscia girare l'alidada (alla quale trovasi raccomandata la livella) sino a disporre quest' ultima in una direzione paralella ad uno dei lati, per esempio *A B*, del triangolo di base, e poi centrare la bolla mercè le due viti *A* e *B*, movendo l'una o l'altra, od entrambe ma in senso inverso (fig. 60). Poscia si gira l'alidada sino a portare la livelletta in una direzione prossimamente paralella all'apotema del triangolo suddetto ossia in una posizione pressochè normale alla prima, indi si centra di nuovo la bolla mercè la terza vite *C*. Ripetendo poi la operazione sino a che nelle due successive posizioni la bolla sia sempre esattamente centrata, saremo certi allora che il cerchio azimutale è orizzontale. Siccome poi per costruzione l'asse dello istrumento deve essere normale al cerchio azimutale reso questo orizzontale avremo nel contempo assicurata la verticalità del detto asse.

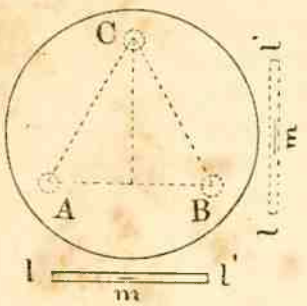


Fig. 60.

In taluni goniometri in luogo di una sola vi sono due livellette cilindriche disposte presso a poco ad angolo retto fra di loro, in tal caso, una volta che sieno rettificate, basterà girare l'istrumento in modo che una di esse sia nella direzione paralella ad uno dei lati del triangolo *A B C* di base, e poscia fissarlo, indi centrare successivamente le bolle delle due livellette manovrando opportunamente prima le due viti *A* e *B* e poscia la *C*.

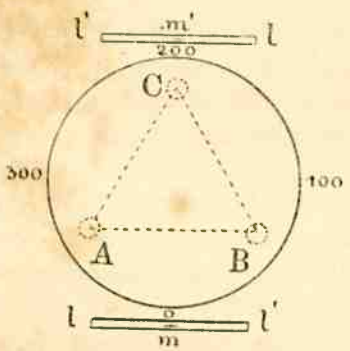


Fig. 61.

184. Le livellette essendo fissate, come si disse all'alidada del goniometro, occorre prima essere sicuri che si trovano in rettifica, il che si constata facilmente nel seguente modo (fig. 61).

Disposta una delle livellette *l l'* paralellamente a uno dei lati, per esempio *A B* del triangolo di base *A B C*, si centri la bolla movendo opportunamente una delle due viti *A* e *B*, indi si faccia ruotare l'intiero istrumento di mezza circonferenza ossia di 180 o 200^g a seconda della graduazione dei cerchi, in guisa che la livelletta

assumerà la posizione $l'l$ paralella alla prima, se in questa nuova posizione la bolla si è conservata centrata ciò vuol dire che la livella era in rettifica, in caso contrario si osserva di quanto la bolla si è spostata dagli indici fiduciali, e la si riconduce centrata *metà* con una delle due viti A e B e metà colla vite propria della livelletta. Si ripete poi l'operazione sino a che nelle due successive posizioni diametralmente opposte la bolla rimanga sempre esattamente centrata.

185. Quando una livella cilindrica deve servire per rendere orizzontale un asse di rotazione od un cannocchiale, in generale una superficie cilindrica, si suole foggiare il così detto piano di appoggio della medesima come si vede nella (fig. 62) nella quale il cerchio di centro C rappresenta l'asse od il cannocchiale su quale dev'essere posata la livelletta L, vista di fianco.

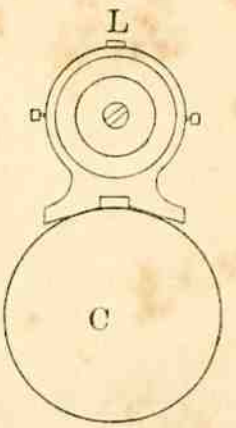


Fig. 62.

Tali livellette sono in generale amovibili, e dovendo come di frequente succede, rendere orizzontale un cannocchiale annesso ad un goniometro, una volta la livelletta rettificata, basterà verificare se questa si mantiene centrata in due posizioni invertite. Nel caso in ispecie oltre al parallelismo dell'asse della livella L all'asse del cilindro C occorre un'altra rettificazione e cioè che i due assi anzidetti si trovino nello stesso piano il che si verifica facendo (ridotta prima la bolla centrata) ruotare leggermente la livella sul cilindro di appoggio ed osservando se la bolla si mantiene centrata, in caso negativo si ottiene il raddrizzamento o correzione laterale mercè le due viti a contrasto laterali alla livella L (fig. 62). Ciò fatto per *rettificarla* ossia per avere il parallelismo dell'asse della livella all'asse del cannocchiale si procede in modo analogo a quello indicato al n.° 184 se non che, la livelletta essendo amovibile, in luogo di girare l'istrumento di 180° o 200^g, basterà invertire la posizione della stessa livella. E qui credo utile addimostrare l'esattezza di un tale procedimento.

Sia $x\,y$ l'asse del tubo di un cannocchiale NN' annesso ad un goniometro eccentrico, e l'asse $x\,y$ suddetto si trovi inclinato alla orizzontale $x\,O$ dell'angolo φ. Sia $l\,e$ la livelletta cilindrica, $l\,a$ ed $\varepsilon\,b$ i due piedi o sostegni della medesima, foggiati a forcella e poggiati sul cannocchiale (fig. 63).

Se nella prima posizione della livella, la bolla m è centrata ciò evidentemente dipenderà dalla disuguaglianza dei due supporti della livelletta stessa, per cui l'uno sarà più lungo dell'altro di quant'è la differenza di altezza dei due piedi a e b dall'orizzontale $x\,O$.

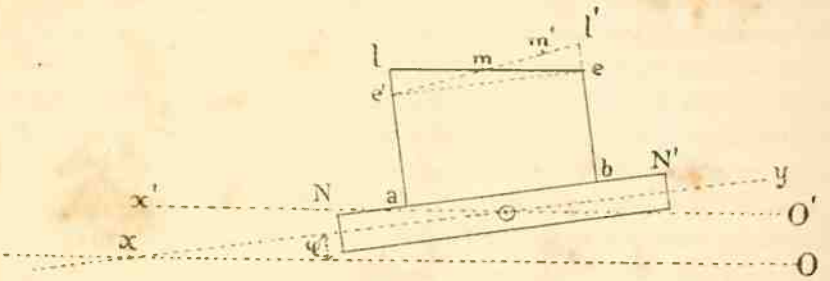


Fig. 63.

Invertendo la livelletta la $l\,e$ prenderà la posizione $e'\,l'$ e la bolla portandosi naturalmente nella parte più alta si troverà (in questa seconda posizione invertita della livella) in m'.

Per centrare nuovamente la bolla e disporre la $e'\,l'$ orizzontale bisognerà (colla opportuna vite del livello) portare la $e'\,l'$ a coincidere colla $e'\,e$ (abbassando l'estremo l' sino in e) ossia paralella alla linea di appoggio $a\,b$; poscia variare la superficie di appoggio sulla quale si opera, ossia far girare il cannocchiale attorno al suo asse di rotazione (mercè altra apposita vite) sino a che l'asse $x\,y$ coincida colla orizzontale $x\,O$ o meglio coincida colla $x'\,O'$ passante per l'asse di rotazione del cannocchiale e paralella alla $x\,O$, vale a dire rendere orizzontale la linea di appoggio $a\,b$.

Dipendentemente dal parallelismo delle due rette $l\,e$ ed $x\,O$ non che delle altre due $e\,e'$ ed $x\,y$ si ha evidentemente:

$$\widehat{l\,e\,e'} = ?$$

e dall'eguaglianza dei triangoli $l\,e\,e'$ ed $l'\,e'\,e$ se ne deduce

$$\widehat{l'\,e'\,e} = \widehat{y\,x\,O}$$

e che quindi devesi correggere l'errore di discentramento della bolla nella posizione invertita della livella, metà colla vite micrometrica che serve ad imprimere piccoli movimenti rotatorii al

cannocchiale, e metà colla vite annessa alla livella analogamente a quanto si disse al n.° 184 colla sola differenza che nel caso del citato n.° 184 la correzione deve farsi come si disse metà colla vite della livelletta e metà colle due viti *A* e *B* del triangolo di base o della terza vite *C* a seconda che la livelletta nella seconda posizione d'invertimento di essa, si trova o nella direzione di uno dei lati del detto triangolo o della apotema di questo.

186. Nei goniometri eccentrici detti *Cleps* per rendere verticale l'asse dello istrumento vi ha, come si disse, una livelletta sferica situata alla sommità dell'alidada, ma si può con maggior precisione assicurare la verticalità del detto asse mercè la livella cilindrica amovibile (annessa al detto goniometro) applicandola al cannocchiale e col seguente processo.

Resa la livella cilindrica anzidetta rettificata, la si applica sul cannocchiale disposto preventivamente presso che orizzontale, e si fa ruotare l'istrumento finchè il cannocchiale stesso assuma una posizione prossimamente parallela a due viti del triangolo di base. Indi si faccia leggermente ruotare il cannocchiale stesso sino a che la bolla della livella riesca centrata, e poi si giri l'alidada di 100^g, in guisa cioè da disporre il cannocchiale in una posizione normale alla prima; se la bolla si è conservata ancora centrata, evidentemente l'asse dello istrumento sarà verticale, giacchè nelle due posizioni fra loro normali l'asse della livella essendosi mantenuto orizzontale ciò non poteva verificarsi se l'asse dello istrumento non era verticale.

Se poi nella seconda posizione del cannocchiale, la bolla non si è mantenuta centrata, la si ridurrà tale girando la terza vite del triangolo di base. Ripetendo l'operazione sino a che nelle due anzidette posizioni del cannocchiale la bolla della livelletta si mantenga esattamente centrata, l'asse dello istrumento si sarà reso verticale.

Diremo poi del modo di rettificare la *livella sferica* quando faremo parola del *Cleps*, giacchè per ben comprenderlo necessita vedere come essa viene fissata alla alidada di un tale goniometro.

Il suesposto crediamo sia sufficiente per dare un'idea del modo con cui si procede mercè le livelle a bolla d'aria per determinare la *verticalità* e la *orizzontalità* dei cerchi e degli assi di un goniometro.

187. *Sensibilità di una livelletta a bolla d'aria.*

Abbiamo detto che nella parte superiore scoperta del tubo

di cristallo si suole incidere delle divisioni o dei tratti eguali onde apprezzare i minimi spostamenti della bolla.

Ora, nota la misura lineare od ampiezza di una di queste divisioni che indicheremo con L; noto il raggio R di curvatura dell'arco direttore della livelletta, ed indicando con s l'angolo di inclinazione della verticale corrispondente ad uno spostamento della bolla di una parte L della divisione incisa sul tubo, e ricordando che l'arco di lunghezza eguale al raggio contiene 206265″ (sessagesimali) (n.° 60) oppure $0^g,6366204$ (nel sistema decimale) dalla formola 10, del parag. 59, cap. III, parte I, avremo:

$$s = 206265 \frac{L}{R}$$

espresso in secondi sessagesimali; oppure:

$$s = 0{,}6366204 \frac{L}{R}$$

espresso in milionesimi di quadrante.

Se facciamo poi $L = 1^{mm}$ (millimetro) sarà nel 1° caso

$$s = \frac{206265}{R}$$

nel secondo

$$s = \frac{6366204}{R}$$

il valore angolare s è quello appunto che chiamasi *sensibilità della livella*.

La sensibilità di una livelletta è tanto maggiore quanto più grande è il raggio della curvatura interna del tubo e quindi quanto minore è la curvatura dell'arco direttore.

Infatti tanto più piccolo sarà s per uno spostamento di una particella della divisione del tubo, altrettanto più sensibile si renderà lo spostamento della bolla per una piccola inclinazione della livelletta; e poi per uguali inclinazioni la bolla percorrerà degli spazii che saranno proporzionali ai raggi degli archi direttori delle livelle, e quindi gli spostamenti saranno tanto maggiori quanto più grandi saranno i raggi.

CAPITOLO V.

ISTRUMENTI PER MISURARE SIA DIRETTAMENTE CHE INDIRETTAMENTE LE DISTANZE

188. Si è già detto, e mi lusingo si sarà già compreso, che tutta la scienza dell'Ingegnere topografico si riduce a *misurare* degli angoli e delle rette o distanze, e nello eseguire tali misure con tutta quella maggiore e possibile esattezza compatibilmente all'entità del lavoro a cui tali misure si riferiscono.

Abbiamo anche veduto con quale esattezza si può individuare una direzione qualsiasi mercè le visuali ottiche, come pure con quale precisione si può, mercè un opportuno goniometrico, ottenere la misura di un angolo compreso fra due date direzioni.

Resta ora a vedere come si possa egualmente misurare la lunghezza di una data retta, o la distanza che corre fra due punti per esempio, il centro del goniometro ed un punto individuato sul terreno mercè l'asse di collimazione del cannocchiale annesso al goniometro stesso, essendo questo il caso più comune, e direi quasi costante di tutte le operazioni topografiche in base ai metodi moderni. In altri termini vediamo ora come si possa eseguire la misura del raggio vettore r che occorre individuare per ogni singolo punto del terreno da rilevarsi.

189. *Misura diretta delle distanze.* Nell'antica Topografia per misurare le distanze s'impiega sempre, nelle ordinarie operazioni di rilevamento, uno dei seguenti mezzi.

1.° *Il compasso agrimensorio;*
2.° *La catena metrica* (lunghezza da 10^m a 20^m);
3.° *La fettuccia metrica* (» » 10^m a 20^m);
4.° *Le canne metriche* (» m. 3.00).

Non faremo parola del 1.° giacchè istrumento raramente usato e solo da qualche vecchio perito agrimensore e perchè oltre di essere rudimentale affatto, presenta il grave inconveniente di dare del terreno la superficie assoluta anzichè la relativa.

In quanto al 2.° ed al 3.° dei suindicati mezzi non si può con essi effettuare misure che su terreni pianeggianti, e le misurazioni ottenute con tali mezzi oltre di richiedere molto tempo non presentano che poca esattezza.

Tutti sanno, nel caso in ispecie, in che consista l'operazione di *misurare;* si tratta cioè di constatare materialmente o manualmente quante volte o frazioni di volta una data lunghezza o misura lineare presa come *unità* è contenuta nella lunghezza o distanza che dobbiamo misurare. Quando tale distanza è piuttosto grande, per effettuarne la misura coi mezzi anzidetti, necessita individuare con picchetti o paline la direzione della retta a misurarsi e lungo la quale si deve disporre la catena o la fettuccia, operazione noiosa e che richiede molto tempo, giacchè occorrono almeno due persone per effettuare la misurazione e bene spesso una terza per sorvegliarla. Inoltre essendo presso che impossibile distendere tanto la fettuccia che la catena secondo una linea retta ed orizzontale, le misure o risultati finali saranno sempre maggiori del vero. In sostanza l'operazione di misurare *direttamente* una data lunghezza, un dato allineamento, in generale la quantità r con uno dei mezzi anzidetti, richiede molto tempo, è per un ingegnere un lavoro seccante oltre di dare dei risultati poco esatti.

Una maggior precisione nelle misure la si ottiene coll'impiego delle *canne* od *aste metriche* dette anche *staze,* purchè si abbia gran cura di allinearle esattamente lungo la *direzione* a misurarsi e metterle esattamente a contatto. Nei terreni accidentati e sensibilmente inclinati occorre disporre le canne sempre orizzontali mercè una livelletta a bolla d'aria, e con un filo a piombo determinare sul terreno il punto v della verticale zv passante per lo estremo sospeso od anteriore C'' della canna CC'' (fig. 64). Nel punto v si deve poi collocare l'estremo C della canna successiva CC' e così di seguito, e ciò per ridurre la distanza AB all'orizzontale $A'B$ essendosi convenuto di proiettare tutte le linee e gli angoli su di un piano orizzontale (n.° 109).

Anche coll'uso di un tale mezzo quantunque molto migliore e sempre preferibile ai due precedenti, si ha, nella misura di una distanza, specie se attraversa un terreno accidentato o molto incli-

nato, si ha, ripeto, in generale un risultato sempre maggiore del vero per la impossibilità o quasi di mantenere le canne sempre nella stessa direzione, per cui in fine si ottiene la lunghezza di una spezzata anzichè di una retta.

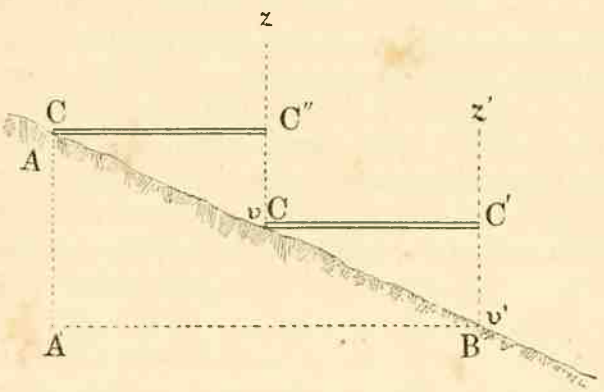


Fig. 64.

Ammesso anche che collo impiego dei suindicati istrumenti si possa ottenere sufficiente esattezza nelle misure, si comprende di leggieri anche da quanto abbiamo sommariamente esposto che dovendosi reiterare bene spesso le misure onde assicurarsi di non aver commesso qualche errore, e dovendosi ridurre le distanze all'orizzonte, l'operazione di misurare direttamente le distanze con uno dei mezzi anzidetti debba richiedere un tempo molto lungo e quindi riuscire costosa.

Sia dunque per la poca esattezza che dànno tali istrumenti, ma più specialmente pel tempo grandissimo che richiede l'uso dei medesimi, nella moderna Topografia sono pressochè tutti proscritti, e non s'impiegano che di rado le canne, e queste per le misure dei minimi dettagli di un dato rilievo, pei quali non riuscirebbe vantaggioso seguire il *mezzo indiretto* di cui ora faremo parola.

190. *Misura indiretta delle distanze.* Da quanto abbiamo premesso, e riflettendo che i punti di dettaglio da rilevarsi essendo molto numerosi, come vedremo meglio in prosieguo, ognuno comprende di quanta importanza, topograficamente parlando, sarebbe un mezzo che ci permettesse di determinare la distanza che corre fra due punti qualsivoglia, senza percorrere e misurare direttamente tali distanze. E si comprenderà pure di leggieri come i Geometri vi abbiano da molto tempo rivolto la loro attenzione.

Misurare *indirettamente* una data distanza, vuol dire trovare il rapporto esistente fra quella data misura presa come unità e la quantità da misurarsi, senza bisogno di riportare effettivamente quella data unità sulla distanza, ma in base ad opportuni elementi collegati colla distanza stessa di cui cercasi la misura. Così le distanze che intercedono fra i diversi pianeti del nostro sistema solare sono state naturalmente determinate tutte con mezzi indiretti.

Sappiamo dalla Trigonometria rettilinea che dei sei elementi costituenti un triangolo, datine tre (fra i quali un lato) si può sempre determinare il valore degli altri tre. Ora per misurare una data distanza, qualsivoglia, AB accessibile soltanto allo estremo B, e quindi non misurabile direttamente, basterà considerarla come lato del triangolo ABC rettangolo in B, e così facilmente avere *indirettamente* la misura del lato AB, ossia della cercata distanza (fig. 65).

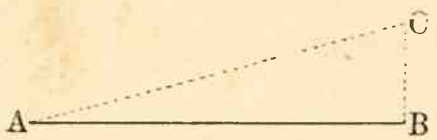


Fig. 65.

Infatti basterà con uno dei mezzi indicati al n.° 189, per esempio colle canne, misurare direttamente e con la massima precisione il lato BC (potendosi questo assumere piccolo quanto si vuole ed in condizione da potersi misurare con tutta esattezza) e poscia con un goniometro misurare l'angolo C. Avremo (n.° 79)

$$AB = CB \text{ tang. } C$$

se poniamo $CB = 20^{m}.00$ ed $ACB = 83°,45'$ sarà:

$$AB = 182,65 \text{ metri.}$$

Con questo metodo si avrebbe bensì la misura della distanza AB rilevata *indirettamente,* ma sarebbe sempre vincolato e subordinato ad una *misura diretta* di un altro lato del triangolo fittizio ABC, e che si potrebbe chiamare *base* del nuovo sistema, giacchè senza un tale elemento non è desso possibile.

Il problema era dunque di sopprimere la base BC sostituendone altra ad arbitrio dell'operatore, di nota lunghezza, dispensandosi volta per volta dalla misura diretta di una base analoga alla BC.

Trovato un principio serio, a base veramente scientifica, il mezzo si doveva trovare, non poteva essere che questione di tempo, come col fatto si verificò.

Un istrumento atto a darci *indirettamente* la lunghezza di una retta chiamasi *diastimometro* ed anche *distanziometro.*

Il primo ad ideare un apparecchio atto a misurare indirettamente le distanze, è stato il modenese Geminiano Montanari, ma l'istrumento non presentava ancora tale precisione da potersi liberamente adottare in Topografia in luogo dei mezzi indicati al n.° 189, nè i congegni od istrumenti che in seguito si escogitarono a questo scopo non valevano meglio del primitivo distanziometro del Montanari, ragione per cui si continuò sempre a misurare le distanze coi mezzi diretti.

Spettava al Porro il merito di dare al problema la desiderata soluzione e col suo ingegnoso diastimometro si può misurare indirettamente le distanze con tutta la precisione che occorre nelle ordinarie operazioni topografiche. E se prima della invenzione del Porro si proscrivevano, e con ragione, i distanziometri nell'antica Topografia, ora invece si dovrebbe una buona volta dare il bando alle misurazioni dirette e sempre ove trattasi di quelle numerose misure topografiche in cui non necessita una precisione superiore ad $\frac{1}{1000}$, ossia a $0^m,10$ per 100^m, precisione del resto non attendibile nemmeno colle misure dirette, giacchè oltre di tanti altri vantaggi che appresso specificheremo, si ha coi distanziometri quello rilevantissimo di abbreviare sensibilmente il tempo da impiegarsi nelle operazioni di campagna.

191. *Cannocchiale-stadia.* Se ora ricordiamo quanto abbiamo esposto circa al cannocchiale come l'istrumento per eccellenza onde individuare direzioni, ed i principali fenomeni ottici che hanno luogo attraverso al medesimo, non che le leggi fisiche che li regolano, riuscirà oltremodo facile il comprendere il principio sul quale si fonda il *cannocchiale-stadia,* che rappresenta o costituisce il distanziamento nello stato in cui si trovava prima dei perfezionamenti apportativi dal Porro.

Questo distanziometro consta di un cannocchiale astronomico munito di uno speciale *reticolo* rappresentato nella fig. *66,* ossia oltre ai due fili uno verticale, orizzontale l'altro, ne porta altri due $t\,t'$ ed $r\,r'$ equidistanti a quello orizzontale, ed a questo paralleli.

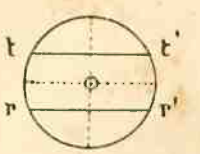


Fig. 66.

Al detto cannocchiale va unita un'asta graduata denominata *stadia,* la quale oltre di servire ad individuare un punto del ter-

reno, traguardata col cannocchiale somministra la distanza del punto stesso dal numero delle divisioni intercette dai due fili anzidetti del micrometro.

Nella fig. 67 le lettere hanno lo stesso significato della fig. 37 soltanto l'oggetto $a\,a'$ rappresenta nel caso in ispecie la *stadia* anzidetta, situata normalmente all'asse ottico del cannocchiale supposto orizzontale. La $t\,r$ non è poi che la immagine reale rovesciata della parte $R\,T$ dell'asta graduata $a\,a'$ intercetta fra i fili $t\,t'$ ed $r\,r'$ del micrometro.

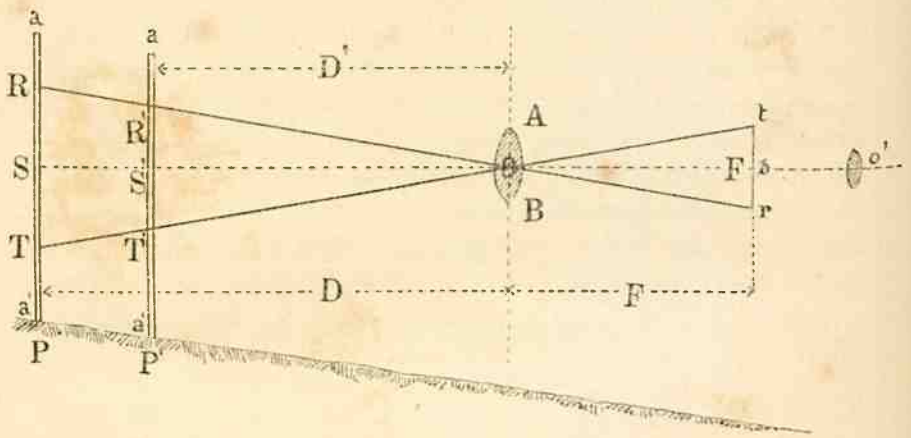


Fig. 67.

Supponiamo l'asta disposta sul punto P del terreno ed a tale distanza che l'immagine di essa cada sul *foco principale* della lente obiettiva.

Indichiamo con:

$S = R\,T$ la parte della stadia intercetta dai fili del micrometro;

$m = t\,r$ la distanza dei fili del micrometro anzidetto;

$D = S\,O$ la distanza della stadia dal centro ottico dell'obiettivo;

$F = O\,s$ la distanza focale principale dell'obiettivo.

Avremo (n.° 141)

$$R\,T : t\,r :: S\,O : O\,s$$

ossia:

$$S : m :: D : F,$$

da cui

$$D = \frac{F}{m} S \qquad (1)$$

che darà la distanza del punto P dal centro O dell'obiettivo giacchè sono note le due quantità F ed m, e potendosi sempre misurare la terza S.

Se ora si trasporta la stadia sul punto P', e supponiamo rimangano inalterati i due angoli $R'OT'$ e tor, se indichiamo con

D' = la distanza $S'O$;

S' — l'intervallo dell'asta graduata intercetta dai fili micrometrici, avremo:

$$D' = \frac{F}{m} S' \qquad (2)$$

nella quale F ed m sono le due quantità note e costanti, non varia che la S' che potremo sempre, come si disse, misurare. Onde in generale possiamo asserire che note le quantità F, m, ed S non che il valore di una delle divisioni della stadia, sarà sempre nota in ciascun caso la distanza D dal *numero delle divisioni intercette dai fili del micrometro*. Se dunque la graduazione della stadia procede continua a partire dallo estremo a', dalla differenza delle due letture corrispondenti ai punti R e T, si avrà la misura dello intervallo RT della stadia, ossia il numero S delle divisioni compreso nello intervallo RT intercetto fra i fili del micrometro, e questo numero moltiplicato pel noto rapporto $\frac{F}{m}$ ci darà evidentemente la distanza cercata D.

Ma per altra via possiamo arrivare allo stesso risultato. Se richiamiamo quanto fu esposto al n.° 142, che cioè ammesso l'oggetto RT molto lontano l'angolo sotteso dalle due direzioni tT ed rR è sempre piccolissimo e che quindi si può ritenere che l'arco si confonda colla corda, in tal caso si può senza sensibile errore ritenere per la misura dell'angolo rOt (e del suo opposto ROT), espressa in parti di raggio, il rapporto

$$\frac{m}{F} = \omega \qquad (3)$$

e l'angolo acuto invariabile ω è quello appunto che chiamasi *angolo diastimometrico*.

Ora avendo l'angolo $ROT = \omega$ espresso in parti raggio, ed indicando con D uno dei due lati che comprendono l'angolo acuto sotteso dalla base $RT = S$, dal triangolo diastimometrico ORT avremo:

$$D = \frac{S}{\omega} \qquad (4)$$

cioè la distanza incognita D è data dal rapporto dello intervallo $RT = S$ della stadia intercetto dai fili del micrometro, all'angolo diastimometrico ω espresso in parti di raggio, e sotteso alla distanza cercata.

Se ω fosse invece espresso in secondi sessagesimali (n.° 60) allora la (4) diventa

$$D = \frac{206265}{\omega} S. \qquad (5)$$

Tanto dalla (4) che dalla (5) si scorge che il valore di D è proporzionale ad S quante volte, come si è fin' ora supposto, ω sia costante; e come invece tenuto costante S, D varia in ragione inversa di ω.

192. Ma il numero S abbiamo veduto che occorre moltiplicarlo volta per volta pel coefficiente $\frac{F}{m}$, ossia, il che vale lo stesso, dividerlo pel valore dell'angolo diastimometrico ω. Si può però evitare un tal calcolo ed ottenerlo direttamente dalla stadia stessa nel seguente modo.

Le stadie vengono graduate prendendo per unità di misura il metro, ora se osserviamo che dividendo l'unità (metro) di cui vogliamo servirci per misurare la distanza D e l'altezza od intervallo S in ω parti uguali, nell'altezza S vi saranno evidentemente comprese ωS divisioni, e quindi la (4), eliminando il fattore comune, diventa

$$D = S$$

ossia la distanza D espressa in metri è data senz'altro dal numero delle divisioni compreso nello intervallo S intercetto dai fili micrometrici.

Per graduare dunque una *stadia* si dovrà cercare il valore esatto dell'angolo diastimometrico ω espresso in parti di raggio. od in altri termini del rapporto $\frac{F}{m}$ fra la distanza focale principale e quella dei fili, e dividere la lunghezza *metro* sull'asta in tante parti eguali quante sono le unità contenute nello accennato rapporto, allora ciascuna di queste parti rappresenterà un *metro*.

Se per un dato cannocchiale si avesse:

$$F = 0^{m},25$$
$$m = 0,0025$$

e quindi

$$\frac{F}{m} = 100$$

basterebbe dividere la stadia in intervalli eguali ognuno ad un centimetro, ed il numero dei centimetri compresi fra i fili micrometrici darebbe senz'altro il numero dei metri che misura la distanza cercata.

Se al filo $r\,r'$ si legesse sulla stadia 192 ed il filo $t\,t'$ corrispondesse allo intervallo 55 dalla differenza

$$192 - 55 = 137$$

si avrebbe la distanza cercata D, ossia il punto P sarebbe a m. 137, dal centro dell'obbiettivo.

Tutto quanto abbiamo ora esposto è rigorosamente esatto quante volte l'angolo ω sia molto acuto e costante, ipotesi da noi ammessa sin daprincipio, e che sempre si verifica quando l'oggetto traguardato sia lontanissimo.

Qualora però la *stadia* sia (come sempre) ad una limitata distanza dall'obiettivo del cannocchiale, in tal caso l'immagine del tratto $R\,T$ (fig. 68) della stadia interrotto dai fili del micrometro si formerà in $t\,r$ ad una distanza coniugata $O\,f = f$ dall'obiettivo.

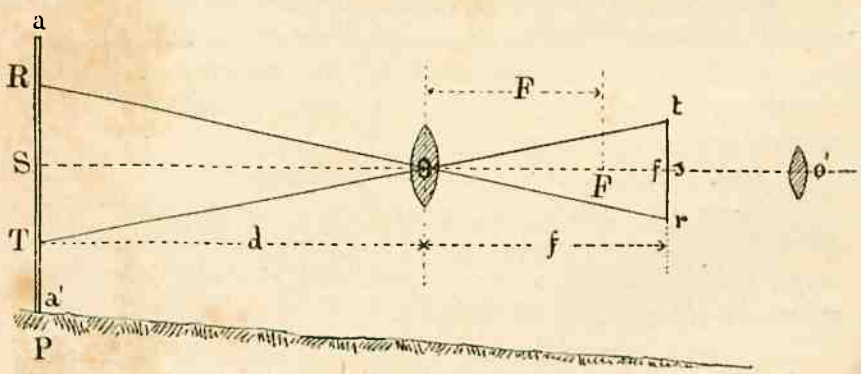


Fig. 68.

Sussistendo sempre la proporzionabilità fra le dimensioni analoghe dell'oggetto e della immagine ed indicando con

$$R\,T = S\,,\; S\,O = d\,,\; t\,r = m\,,\; O\,f = f$$

si ha

$$\frac{S}{m} = \frac{d}{f}$$

da cui

$$d = \frac{f}{m} S. \qquad (6)$$

Ma in tal caso la quantità f essendo naturalmente variabile col variare della distanza della stadia dall'obiettivo il rapporto o coefficiente

$$\frac{f}{m}$$

non essendo costante come nel caso precedente viene in tal guisa distrutto il principio fondamentale del distanziometro.

Ed invero, abbiamo già veduto che allontanandosi od avvicinandosi l'oggetto all'obiettivo, l'immagine relativa si avvicina o si allontana dalla parte opposta e quindi la distanza fra il centro ottico dell'obiettivo ed il piano focale, col quale devesi sempre far coincidere il micrometro (n.° 147) per distruggere la *paralasse dei fili*, è variabile e con esso l'angolo $t\,O\,r$ e quindi il suo opposto $R\,O\,T$.

Per cui si comprenderà ora come a ragione venisse sconsigliato per lo addietro l'uso del *cannocchiale stadia*, giacchè non si potevano attendere dal medesimo risultati esatti se non nell'unico caso di distanze molto rilevanti in cui si potesse ritenere che l'immagine del tratto di stadia cadesse sul foco principale della lente obiettiva, nel qual caso, essendo F costante, rimaneva pure costante l'angolo diastimometrico.

193. *Cannocchiale — stadia — anallattico.*

Come già si disse spettava al Porro il merito grande di ridurre il cannocchiale stadia, ad un eccellente diastimometro colla scoperta dello analitismo che gli permise di risolvere il problema nel modo più generico od assoluto.

L'ottica c'insegna che fra la *lunghezza focale coniugata* f (fig. 68) corrispondente alla distanza d dell'oggetto luminoso dall'obiettivo, e la *lunghezza focale principale* F (fig. 37) corrispondente ad una distanza infinita dell'oggetto stesso, esiste la seguente importante relazione.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} \qquad (7)$$

cioè, che la somma delle inverse di due distanze focali coniugate (f e d) di una lente è costante ed eguale all'inversa della distanza focale principale, il che costituisce una delle proprietà ottiche più importanti per lo studio del cannocchiale. Se dalla (7) ricaviamo il valore di f e lo sostituiamo nella:

$$d = \frac{f}{m} S$$

si ha

$$d = \frac{d F S}{m (d - F)}$$

ossia

$$d = \frac{F}{m} S + F. \qquad (8)$$

La quale non è infine che la (6) coll'aggiunta della distanza focale principale F.

Ora nella (8) non entrando più la variabile f, è assicurata la invariabilità dell'angolo distanziometrico, e quindi la condizione *sine qua non* del nostro distanziometro.

Se poi si procederà nel graduare la stadia col principio indicato al n.° 192, ossia dividendo l'*unità metro* sull'asta in tante parti eguali quante sono le unità contenute nel rapporto $\frac{F}{m}$, nell'altezza od intervallo S vi saranno comprese $\frac{F}{m} S$ divisioni e quindi la (8) diventa

$$d = S + F$$

che darà la distanza incognita d, purchè al numero S delle divisioni della stadia intercette dai fili micrometrici si aggiunga sempre (e per ogni lettura) la distanza focale principale F, nota.

Posta dunque $F = 0^m,25$ ed $m = 0,0025$ si avrebbe la solita

$$\frac{F}{m} = 100.$$

Se situata la stadia sul punto P si leggessero ai fili micrometrici i numeri 259 e 123, si avrebbe la distanza cercata da

$$d = (259 - 123) + 0,25 = 136^m,25.$$

Richiamo la formola (8):

$$d = \frac{F}{m} S + F$$

e vediamo di interpretarla otticamente. Se in luogo di considerare come nella fig. 68, i due assi secondari $R r$ e $T t$, noi prendiamo invece in esame i due raggi luminosi (fig. 69) $R F$ e $T F$ concorrenti nel *foco anteriore* F dell'obiettivo, questi proseguendo il loro

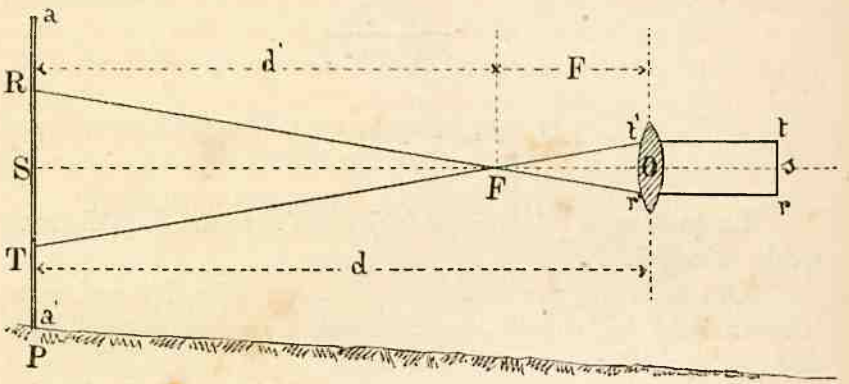


Fig. 69.

cammino, arrivati allo impulso della lente obiettiva verranno rifratti, e poscia emergeranno, come si sa, in direzione parallele all'asse principale della lente sino ad incontrare i fili t ed r del micrometro corrispondente alla distanza $O S = d$ fra il centro dell'obiettivo e la stadia, situata al solito in P perpendicolarmente all'asse principale anzidetto.

Qualunque sia la posizione del micrometro i raggi $t t'$ ed $r r'$ paralleli all'asse ottico, convergeranno sempre al foco principale F e quindi l'angolo $t' F r'$ ed il suo opposto $T F R$ rimarranno sempre invariabili.

Ora dai due triangoli simili $R F T$, e $t' F r'$ si ha

$$d' = \frac{F}{t r'} \times S.$$

Ma potendosi ritenere $t' r' = t r$ si avrà

$$d' = \frac{F}{m} S$$

ossia il primo termine del secondo membro della formula (8) non rappresenta che la distanza del foco principale dell'obbiettivo dalla stadia; il secondo termine sappiamo già non essere altro che la distanza focale dell'obiettivo stesso.

Nel caso in ispecie l'angolo diastimometrico è $\frac{m}{F}$ e non più $\frac{m}{f}$ come nel caso della formola (6) per cui ora possiamo appieno comprendere la scoperta importantissima del Porro, concretata nella formola (8). Divise cioè la distanza d in due d' ed F, ossia prese per punto di partenza della misura non più il centro ottico dell'obiettivo ma bensì il foco principale anteriore F del medesimo, ed assunse come angolo diastimometrico costante quello dato dal rapporto fra la distanza dei fili e la lunghezza focale principale anzidetto, avuto d' bastava ad ogni lettura aggiungere la costante F per ridurre la distanza al centro dell'obiettivo.

La cosa era semplicissima, era per così dire l'*ovo di Colombo* ma occorreva il genio di Porro per scoprirla.

Egli designò poi col nome di *punto analitico* (da α, particella negativa e da $\alpha\lambda\lambda\alpha\sigma\sigma\omega$ = vario) il punto F, essendo questo di posizione invariabile per ciascuna lente convergente, e chiamò *anallatismo* la proprietà che gode il punto F di essere vertice dell'angolo invariabile sotteso dai fili del micrometro.

Ma in generale nelle operazioni o misure topografiche non è la distanza d che si cerca, ma bensì quella che intercede fra un punto del terreno e l'asse dello istrumento o l'asse di rotazione del cannocchiale. Per ciò ammessa anche la esattezza del valore di d dato dalla formola (8) occorrerebbe sempre a d aggiungere la costante F, più la distanza (che indicheremo con l) fra il centro dell'obiettivo e l'asse di rotazione del cannocchiale, per cui in ultima analisi la *equazione della stadia* diventava:

$$d = S + F + l.$$

L'aggiungere ad ogni lettura le costanti F ed l, quantunque operazione facile e spedita quando il cannocchiale è orizzontale, costituiva un inconveniente di qualche importanza e che necessitava evitare, tanto più che la operazione si complica quando, come in seguito vedremo, per circostanze speciali e frequenti, non si può conservare la orizzontalità all'asse di collimazione del cannocchiale.

Anche queste difficoltà non erano tali da imporsi al Porro, che anzi trovò il mezzo di eliminarle coll'altra non meno splendida scoperta dell'*anallatismo centrale*.

Coll'aggiunta di una lente convergente e che chiamò *lente anallatica* disposta fra l'obiettivo ed il suo piano focale posteriore, determinò un altro *punto anallatico* che chiamò *centrale*, e cadente nell'intersezione dell'asse ottico del cannocchiale col suo asse di rotazione, dove hanno origine tutte le misure delle distanze nella moderna topografia, eliminando in tal guisa le costanti F ed l e riducendo la equazione della stadia alla semplicissima

$$D = S.$$

In tal guisa il cannocchiale — stadia — anallatico del Porro diventava un diastimometro pratico e di grande precisione come ora dimostreremo.

194. L'errore che si ammette nel valutare le distanze col diastimometro del Porro non può che riflettere ω, ossia l'angolo diastimometrico, e quindi dalla più o meno esattezza con cui si potrà effettuare la collimazione delle direzioni comprendenti l'angolo ω, che al n.° 149 abbiamo già detto potersi ritenere espresso da

$$\frac{90''}{I}.$$

Detto ε un tale errore * ed indicando con D la distanza, e con I l'ingrandimento del cannocchiale, esso è dato dalla formola

$$\varepsilon = \pm \frac{180}{\omega I} D. \qquad (9)$$

Sia $I = 30$ volte, $\omega = 2062'', 60$ e in parti di raggio 0,01 dalla (9) si avrà:

$$\varepsilon = 0{,}0028\, D$$

ossia si potrà valutare la distanza D con un errore medio di 0,28 per 100 metri.

Se facciamo invece I di 70 volte, e $\omega = 4125'',20$ si avrà:

$$\varepsilon = 0{,}00062\, D$$

* Salmoiraghi, Opera citata, pag. 276.

ossia si avrà la distanza con errore medio di $0^m,06$ circa per $^0/_0$, che è quanto di meglio si possa desiderare nelle ordinarie misure topografiche.

Se poi si riflette alle varie e molteplici difficoltà che costantemente s'incontrano per eseguire misure dirette di distanze su terreni accidentati, allo spreco di tempo che occorre bene spesso per superare detti ostacoli, anche senza tener conto degli eventuali errori che si possano commettere nelle anzidette misure, ognun vede che qualora l' osservatore impieghi nel leggere alla stadia la stessa diligenza che un esperto canneggiatore mette nello eseguire le misurazioni dirette, ognun vede, ripeto, quanto sia tanto dal lato della precisione che della speditezza, la misura *indiretta* ottenuta con tale diastimometro, sempre preferibile alla misura *diretta*.

195. *Misura delle distanze coll' asse di collimazione del cannocchiale-stadia-anallatico inclinato all' orizzonte.*

Richiamo la formola:

$$D = \frac{S}{\omega}$$

del n.° 191 che esprime come si sa la relazione esistente fra lo intervallo S della stadia intercetta dai fili micrometri, l'angolo diastimometrico ω da essi determinato, e la distanza D del centro dello istrumento al punto del terreno ove è collocata la stadia. Una tale relazione sussiste sempre, quante volte, come si è sempre ammesso, l'asse di collimazione del cannocchiale-stadia-anallatico sia *orizzontale* e quindi normale alla stadia.

Si comprenderà di leggieri come in pratica una tale condizione di cose non si possa verificare che raramente, specialmente in terreni molto inclinati ed accidentati, nel qual caso succederà bene spesso che gli estremi A e B (fig. 70) della distanza AB da misurarsi, si troveranno diversamente alti rispetto al piano orizzontale AB passante pel punto più basso, o ad altro OO', passante pel punto d'intersezione O dell'asse di rotazione del cannocchiale colla linea di fede di questo, al qual piano si devono come si disse ripetutamente, projettare sempre in Topografia tutte le linee e gli angoli, ossia le due quantità, col metodo moderno, designate con r e θ.

Non potendosi nel caso della fig. 70, tenere orizzontale la linea di collimazione del cannocchiale, giacchè non si legge-

rebbe in tal caso alla stadia, occorrerebbe inclinare la linea di fede del cannocchiale sino a collimare alla stadia, e poscia inclinare a sua volta questa alla verticale di un angolo eguale a quello d' inclinazione dell' asse ottico all'orizzonte, onde ridurre la stadia stessa normale all'asse anzidetto; ma ciò praticamente non essendo

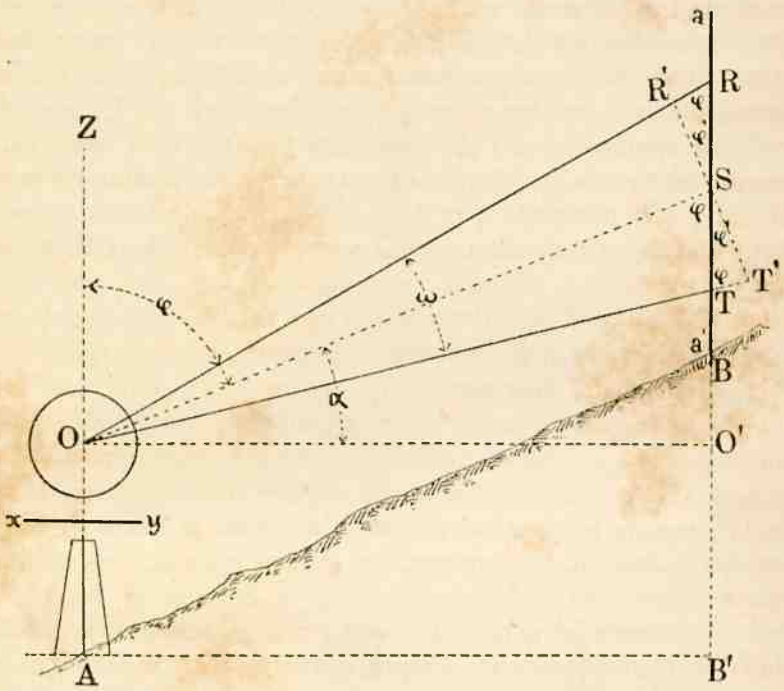


Fig. 70.

possibile, si usa tenere sempre la stadia verticale mercè un filo a piombo, essendosi potuto mercè la scoperta dell'*anallitismo* ridurre sotto la forma più semplice la relazione che esiste fra la parte di stadia compresa tra i fili del micrometro, quando essa è verticale, e quella che vi sarebbe compresa se esso fosse normale alla linea di collimazione del cannocchiale, in funzione della sua *distanza zenitale* o dell'angolo di elevazione o di depressione della detta linea all'orizzonte, come ora vedremo.

Sia da misurarsi la distanza che intercede fra i punti *A* e *B*. La distanza cercata non è la *AB*, ma bensì la *AB'* ossia la sua proiezione sopra il piano orizzontale passante per *A*, (fig. 70).

Sul punto *A* sia situato il teodolite topografico munito di cannocchiale-stadia-anallatico, e disposto in guisa che l'asse del

goniometro coincida colla verticale $Z\,A$ passante pel punto A. Il cerchio di centro O sia il *verticale*, il punto O rappresenti pure il punto d'intersezione dell'asse di collimazione $O\,S$ del cannocchiale coll'asse di rotazione di questo, $x\,y$ sia il cerchio *azimutale*, il tutto proiettato nel piano della figura. Sul punto B sia disposto verticalmente la stadia $a\,a'$.

L'asse di collimazione $O\,S$ del cannocchiale sia inclinato alla verticale dell'angolo φ, o dell'angolo α all'orizzonte $O\,O'$ l'uno sarà evidentemente complemento dell'altro.

Sieno $O\,R$ ed $O\,T$ le visuali passanti per i fili del micrometro, formanti l'angolo diastimometrico ω, e che incontreranno la stadia $a\,a'$ nei punti R e T.

Dal punto S si conduca una normale all'asse di collimazione del cannocchiale $O\,S$ sino ad incontrare in R' e T' le due direzioni $O\,R$ ed $O\,T$ anzidette.

L'intervallo $R\,T$ della stadia è quello effettivamente intercetto dai fili del micrometro, ed è dato dalla differenza delle due letture, ma, da quanto sin'ora abbiamo esposto, la $R'\,T'$ normale alla $O\,S$ è invece quella che serve per determinare la lunghezza $O\,S$ e quindi anche la orizzontale $A\,B'$, giacchè la formola generale sussiste nel caso soltanto che la parte di stadia intercetta dai fili micrometrici sia normale all'asse di collimazione.

Per determinare la $R'\,T'$, consideriamo i due triangoli $R\,R'\,S$ ed $S\,T'\,T$, che possiamo ritenere rettangoli in R' e T'. Dai medesimi si avrà:

$$R'\,S = R\,S \text{ sen}\,.\,\varphi$$

$$T'\,S = S\,T \text{ sen}\,.\,\varphi$$

sommando membro a membro le suddette due equazioni si avrà:

$$R'\,T' = R\,T \text{ sen}\,.\,\varphi.$$

Se indichiamo al solito con S il numero delle divisioni della stadia comprese dall'angolo diastimometrico ω e con D il rapporto $\frac{S}{\omega}$ ossia la *distanza assoluta* $O\,S = D$ avremo evidentemente

$$O\,S = D \text{ sen}\,.\,\varphi. \qquad (10)$$

Per avere poi la distanza relativa od *orizzontale* $A\,B'$ dei due

punti A e B, indicandola questa con K, dal triangolo rettangolo $O\,S\,O'$ avremo:

$$K = O\,S \operatorname{sen} \varphi$$

e sostituendo ad $O\,S$ il suo valore dato dalla (10) avremo:

$$K = D \overline{\operatorname{sen} \varphi}^{2}. \tag{11}$$

Ma se la stadia è opportunamente graduata dalla lettura della medesima avremo direttamente D e cioè $D = S$ e quindi

$$K = S \overline{\operatorname{sen} . \varphi}^{2} \tag{12}$$

e cioè: la distanza $A\,B$ ridotta all'orizzonte ossia la *distanza orizzontale* $A\,B' = K$ *è data dalla distanza assoluta* S *letta alla stadia moltiplicata pel quadrato del seno della distanza zenitale.*

Se invece della detta distanza zenitale φ si avesse l'angolo α di elevazione dell'asse di collimazione del cannocchiale dall'orizzontale $O\,O'$, in tal caso si avrebbe:

$$K = S \overline{\cos \alpha}^{2} \tag{13}$$

come è facile dedurre con un processo analogo a quello seguito per la prima determinazione di K.

In questo secondo caso per avere la distanza fra i due punti A e B ridotta all'orizzonte ossia la quantità K basterà moltiplicare la distanza assoluta S, rilevata alla stadia pel quadrato del coseno dell'angolo α di elevazione o di depressione all'orizzonte della linea di collimazione del cannocchiale letto al circolo verticale.

Se poi nella (12) poniamo $\varphi = 100^{g}$ oppure $\varphi = 90^{\circ}$ (a seconde del sistema di graduazione dei circoli) siccome

$$\text{sen. } 100^{g} = 90^{\circ} = 1,$$

così avremo:

$$K = S = D$$

ossia si torna alla formola generale.

Da ciò si comprenderà subito di quanta importanza riesca il conservare sempre (quando il terreno lo permette) l'asse di collimazione orizzontale, giacchè ci risparmierà di servirci della

formola (12) avendosi la distanza direttamente dalla lettura alla stadia senza bisogno di verun calcolo.

Analogamente se nella (13) poniamo $\alpha = 0^g$ il che si verifica quando il cannocchiale è orizzontale, siccome $\cos . 0^g = 1$, avremo pure:

$$K = S = D.$$

Si raccomanda quindi agli studiosi ed ai principianti di mantenere nei rilevamenti topografici, il più che sia possibile, l'asse di collimazione orizzontale, giacchè in tal guisa si eviterà gran parte del lavoro di tavolo che occorrerebbe eseguire per ridurre le distanze all'orizzonte.

196. *Stadia in centimetri.*

Le *stadie* di più generale adozione sono quelle che hanno per *unità della loro divisione il centimetro.*

Vedremo in seguito parlando dei goniometri del Porro perfezionati dal Salmoiraghi, un'altra specie di stadia graduata, cioè in base ad un'altra unità, e colla quale è permesso frazionare con maggiore esattezza la detta unità ed ottenere per le distanze lette un valore molto più approssimativo al vero.

La (fig. 71) rappresenta il tipo di *stadia in centimetri* più comunemente usata in pratica.

Essa consta di un asta di legno della lunghezza di metri 4, composta di due parti uguali unite a cerniera onde poterle ripiegare l'una sull'altra e facilitarne il trasporto.

I decimetri sono segnati con numeri.

I numeri della graduazione procedono continui da un'estremità all'altra della stadia e sono scritti capovolti onde agevolarne la lettura, giacchè il cannocchiale essendo sempre astronomico si leggeranno per ciò diritti. Lo zero della graduazione si deve sempre naturalmente appoggiare sul suolo.



Fig. 71.

Le letture si fanno sempre in *unità di centimetri* ognuno di questi rappresentando senz'altro un metro, per ciò si comprenderà come i numeri scritti rappresentino *decametri* ed i metri *ettometri.*

Con queste stadie si usa il micrometro rappresentato nella (fig. 72) e costituito al solito di quattro fili di cui tre *a, c, b* oriz-

zontali ed equistanti ed il quarto verticale. In questo micrometro si assume l'angolo diastimometrico

$$\omega = 2062''.60$$

espresso in secondi sessuagesimali, ossia

$$\omega = 0{,}01$$

espresso in parti di raggio, giacchè in tal caso assunto il *metro* per unità di lunghezza, diventa appunto ed evidentemente il *centimetro* l'unità della graduazione della stadia.

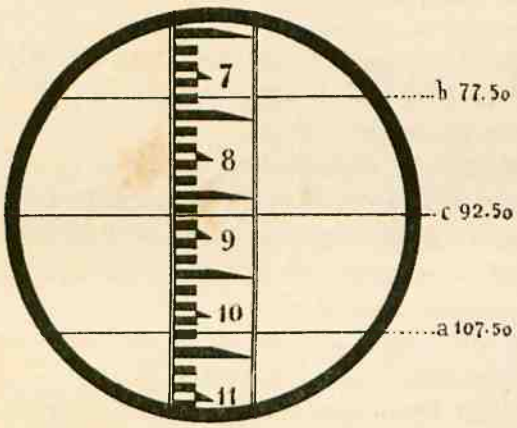


Fig. 72.

Ciò premesso indicando colle stesse lettere a, c, b le tre letture fatte alla stadia anzidetta coi fili corrispondenti, con un cannocchiale analatico munito dell'anzidetto micrometro, dalla differenza delle due letture

$$a - b = S$$

si avrebbe senz'altro, come si sa, la distanza cercata. Per un controllo poi della operazione eseguita si dovrà avere

$$c = \frac{a - b}{2} = \frac{S}{2}$$

oppure:

$$a - c = c - b.$$

Esempio. Supposto sempre la linea di fede del cannocchiale

stadia anallatico orizzontale, e collimando alla stadia posta verticalmente sull'altro estremo della distanza a misurarsi, si sieno ai fili a, c, b eseguite rispettivamente le letture indicate dalla fig. 72.

La distanza dall'asse di rotazione del cannocchiale alla stadia sarebbe data evidentemente da:

$$D = a - b = 107{,}50 - 77.50 = 30^{m},00$$

ed essendo poi

$$92.50 = \frac{107{,}50 - 77{,}50}{2}$$

come pure

$$107.50 - 92{,}50 = 92{,}50 - 77{,}50$$

saremmo sicuri di non avere commesso errore nella determinazione del valore di D, od in altri termini che la distanza trovata è veramente di m. 30.

Dal suesposto si comprenderà sin d'ora i pregi grandissimi dei diastimometri, giacchè oltre di potere per così dire sorvolare a tutti gli ostacoli che potessero frapporsi alla misura diretta della distanza, si opera con una velocità meravigliosa, e l'operazione riesce per dippiù controllata.

Se non che l'*unità assunta* per queste stadie essendo molto piccola (ciascun tratto bianco e nero è al vero di un *centimetro* e rappresenta un metro) riesce difficile il frazionarla esattamente sopratutto quando la distanza supera i 100 metri. Quando dunque una tale distanza necessita rilevarla con una più accurata esattezza occorrerà ripetere le letture e prendere la media delle diverse distanze risultanti dalle rieterate letture.

L'errore delle misure, per quanto dipende dal cannocchiale, è dato dalla formola generica (9) n.° 193 la quale nel caso in ispecie diventa

$$\varepsilon = \pm \frac{0{,}087}{I} D$$

e posto $I = 20$ volte che è l'ingrandimento comunemente usato, si avrebbe

$$\varepsilon = \pm 0.0043\, D.$$

Ma tranne pochi punti pei quali occorre determinare con maggiore esattezza la loro distanza dal centro dell'istrumento, per la grande maggioranza dei medesimi un tale diastimometro serve

benissimo, avuto riguardo ai perfezionamenti arrecati agli istrumenti non che alla *scala* a cui si devono poi rapportare i disegni, come meglio potremo apprezzare in seguito.

La formola generica

$$D = a - b$$

vale finchè l'angolo zenitale

$$\varphi = 100^g = 90^\circ$$

ossia l'asse di collimazione del cannocchiale è orizzontale. Quando però φ è maggiore o minore di $100^g = 90^\circ$ in tal caso la formola diventa

$$K - (a - b)\ \overline{\text{sen}}^2\varphi \qquad (14)$$

finchè la differenza è piccola e contenuta nei limiti di 3^g in più o in meno, si può ancora usare della formola $D = a - b$, invece per distanze zenitali maggiori di 103^g od inferiori a 97^g in tal caso necessita ricorrere alla (14) calcolare il valore di $\overline{\text{sen}}^2\varphi$, e moltiplicare la differenza $a - b$ pel detto valore. I valori però di $\overline{\text{sen}}^2\varphi$ per i diversi valori che può assumere φ si trovano già calcolati in apposite tabelle ed anzi colle scale logaritmiche del Porro, ed altri mezzi (di cui faremo parola a suo luogo) si può avere direttamente il valore di $(a - b)\ \overline{\text{sen}}^3\varphi$ facilitando l'operazione di calcolo in modo meraviglioso.

Se invece della distanza zenitale φ si avesse l'angolo α di elevazione o di depressione dell'asse di collimazione del cannocchiale dall'orizzonte, allora la formola generica (13) diventa

$$K = (a - b)\ \overline{\cos}^2\alpha \qquad (15)$$

finchè l'inclinazione suddetta si limita a pochi gradi, si può usare per la determinazione di D la formola

$$D = a - b = S$$

superando i 3^g sopra o sotto l'orizzonte in tal caso bisognerà calcolare il valore di $\overline{\cos}^2\alpha$ per ogni singolo caso.

Ma ripeto non occorrono tali calcolazioni volta per volta, trovandosi in apposite tabelle i singoli valori di $\overline{\cos}^2\alpha$ per tutti i casi che possano occorrere nella pratica.

Torneremo su tale argomento e più diffusamente quando parleremo degli istrumenti proprii della moderna Topografia, ma il suesposto, riferentesi al più semplice dei diastimometri, se da una parte avrà convinto lo studioso della massima facilità e speditezza con cui si misurano *indirettamente* le distanze, sieno queste orizzontali od inclinate all'orizzonte, dall'altra lo metterà alla portata di meglio comprendere a suo tempo l'ingegnoso e speciale diastimometro del Porro, col quale si possano valutare le distanze con tale precisione, ed avere tanti e diversi controlli da non potersi desiderare di meglio.

CAPITOLO VI.

MEZZI PER DETERMINARE LE ALTEZZE O LE QUOTE ALTIMETRICHE DEI PUNTI SUL PIANO GENERALE DI LIVELLO, O SU DI UN PIANO ORIZZONTALE QUALSIVOGLIA DI RIFERIMENTO DELLE MISURE

197. Ricordiamo innanzi tutto e nel modo il più sommario quanto si è detto al paragrafo 118 sulla terna dei piani od assi di riferimento delle misure.

Trattandosi di una vasta superficie di terreno uscente dai limiti di cui il n.° 110 per determinare completamente la posizione dei diversi punti della medesima oltre della *latitudine* e *longitudine* ad essi corrispondenti necessita per ognuno dei medesimi una terza coordinata detta *altitudine*, ossia l'altezza dei singoli punti dalla *superficie di livello* che abbiamo chiamato *orizzonte vero* e che è quello che risulterebbe dalla superficie delle acque del mare in istato di assoluta tranquillità protratta a tutti i continenti sino a costituire quella sfera di raggio medio $= 6366740^{m}$.

Ma i rilevamenti topografici essendo in generale compresi entro i limiti anzidetti (almeno quelli a cui principalmente si riferisce il presente trattato) e quindi potendo i medesimi servire isolatamente ossia indipendenti dal resto della Terra, abbiamo detto che per fissare la posizione di un punto basta, coi moderni procedimenti topografici, sciegliere per *piani di riferimento* delle misure due piani verticali ortogonali qualsivoglia, ai quali riferire le coordinate planimetriche x ed y del medesimo, ed un *terzo piano orizzontale* al quale riferire le diverse altezze date dalle coordinate z.

Se in un punto prossimamente centrale alla zona di terreno da rilevarsi topograficamente, abbassiamo una verticale sino ad incontrare l'*orizzonte vero*, il piano tangente al detto orizzonte nel

punto d' incontro è quello che abbiamo chiamato *piano generale di livello, orizzonte apparente, piano geodetico fondamentale*, ed è quello a cui si dovrebbero riferire le Z od *altezze* assolute e rispettive dei diversi punti del terreno, *altezze assolute* date evidentemente dalle porzioni di verticali intercette fra i diversi e principali punti del terreno e l'anzidetto *piano generale di livello.*

Vale a dire che oltre alle X ed Y generali, occorre per ciascun punto determinare la terza coordinata Z, ossia la corrispondente *altezza assoluta* dal piano generale di livello anzidetto.

In fatti, in quasi tutti i lavori topografici di qualche importanza i punti del rilevamento sono sempre riferiti al piano geodetico fondamento anzidetto od in altri termini al *livello del mare, comune alta marea.*

Ma ciò non essendo strettamente necessario, negli ordinarii rilevamenti topografici, basterà determinare, anzichè le altezze assolute, le *altezze relative* dei diversi punti riferite ad un *orizzonte apparente* qualsivoglia, come ad esempio quello passante per uno degli estremi o per un punto centrale dalla plaga di terreno da rilevarsi.

D' altronde qualora necessitasse o si desiderasse le altezze assolute anzichè le relative, basterà determinarle per un punto solo cadente nel rilevamento topografico, giacchè, come vedremo in seguito, questa quota assoluta diventa una costante che aggiunta algebricamente a tutte le quote relative degli altri punti le cambierà in assolute.

198. Riassunto ora quanto si è convenuto sulla scelta della terna dei piani od assi di riferimento delle misure o coordinate a seconda della importanza del rilevamento topografico, interessiamo lo studioso a ricordare quanto abbiamo esposto al n.° 123 sul procedimento teorico per determinare le x, y, z di un dato punto riferite agli assi ortogonali anzidetti.

Si disse allora che bastava, con opportuni istrumenti determinare le quantità che denotammo con r, θ e φ rispetto alla *meridiana* assunta come *asse principale*, e ad un punto vero o fittizio assunto come *polo*, giacchè a mezzo delle formole

$$k = r \,.\, \text{sen} \,.\, \varphi \qquad (1)$$

$$x = k \;\; \text{sen} \,.\, \theta \qquad (2)$$

$$y = k \;\; \cos \,.\, \theta \qquad (3)$$

$$z = k \,\text{cotag} \,.\, \varphi \qquad (4)$$

si potevano calcolare le corrispondenti *coordinate ortogonali* riferite alla detta *meridiana*, alla *perpendicolare* ed alla *verticale* passanti per lo stesso punto, assunto pure come origine delle nuove coordinate.

Allora si lasciarono indeterminati i *mezzi istrumentali* che praticamente si dovevano poi impiegare per determinare gli elementi r, ϑ e φ, istrumenti la cui teoria è già stata svolta nei precedenti capitoli, e quindi possiamo ora concretare meglio e con un esempio numerico il problema costante che si propone la moderna Topografia, quello cioè di fissare la posizione di ciascun punto di un dato rilevamento topografico mercè le corrispondenti coordinate ortogonali x, y, z riferite alla terna di assi o piani anzidetti.

E ciò lo si fa perchè un tal problema riflette quanto vi ha di più importante a conoscersi in ordine ai nuovi procedimenti, sia ancora per dimostrare come in base ai mezzi istrumentali già noti ed in ispecie all'impiego della *stadia* per la misura delle distanze, talune di quelle formole vengono modificate, quanto ed infine perchè da un tal lavoro riuscirà più facile allo studioso lo apprendere come si arrivi alla determinazione della Z, oggetto precipuo del presente capitolo.

Richiamo la figura 20 del paragrafo 119 i cui elementi procureremo concretizzare per quanto sarà possibile.

Il punto O assunto come *origine delle coordinate* sia il centro del circolo verticale di un teodolite. Il *piano di traccia* $a' a' a'' a'''$ rappresenti il piano orizzontale o l'orizzonte apparente passante pel centro del circolo zenitale anzidetto, ossia per l'asse del cannocchiale annesso al goniometro. La $O Y$ la direzione della *meridiana* determinata mercè il declinatore magnetico annesso al teodolite. Il punto Y sia rivolto al *Nord*.

Il punto π sia quello da rilevarsi, P la sua projezione sul detto piano di traccia.

Previo avere orientato l'istrumento nel modo precedentemente indicato, girando l'alidada da destra a sinistra ed inclinando opportunamente il cannocchiale, si collimi al punto π situato sopra un'altura vicina.

Ai circoli zenitale ed azimutale si leggano rispettivamente gli angoli:

$$\varphi = 85^{g}.50$$

$$\vartheta = 53^{g}.50.$$

Supponiamo pel momento che con misura diretta si fosse determinato la lunghezza del *raggio vettore* $O\pi = r$, ossia la distanza assoluta fra il centro dell'istrumento ed il punto di rilievo π. la cui direzione è data dall'asse ottico del cannocchiale collimante a π.

Siasi trovato

$$r = 136^{m}.50.$$

Mercè le *coordinate polari* r, θ e φ del punto π riferite alla *meridiana* passante pel centro dello istrumento assunto come *polo*, possiamo mercè le formole (1) (2) (3) e (4) determinare le *coordinate ortogonali* x, y, z dello stesso punto π riferite alla terna di assi ortogonali $O\,Y$ (*meridiana*) $O\,X$ (*perpendicolare*) ed $O\,Z$ (*verticale*) passanti pel centro dello istrumento assunto come origine delle nuove coordinate.

Dalle dette formole avremo:

$K = r \operatorname{sen} \varphi = 136^{m},50 \times \operatorname{sen} : 85\,.50$

log. 136.50 = 2.1351327

+ log. sen. 85.50 = 9.9886360

Somma 2.1237687

anti-logaritmo 132.97;

quindi

$K = 132^{m}.97$

$y = 132.97 \cos. 53^{s}.50$

log. 132.97 = 2.1237537

+ log. cos. 53.50 = 9.8242450

Somma 1.9479987

antilogaritmo 88.71;

quindi

$y = 88^{m},71$

$x = 132.97.\ \operatorname{sen}. 53^{s}50$

log. 132.97 = 2.1237537

log. sen. 53.50 = 9.8720950

Somma 1.9958487

anti-logaritmo corrispondente 99.04

quindi

$x = 99^{m}.04$

e finalmente

$$Z = 132.97.\ \text{cotang.}\ 85^{g}.50$$

$$\log.\ 132.97 = 2.1237537$$

$$\log.\ \text{cotang.}\ 85.50 = 9.3650900$$

$$\text{Somma}\ 1.4888437$$

$$\text{anti-logaritmo corrispondente}\ 30.82$$

quindi

$$Z = 30^{m}.82.$$

Nell'ipotesi fatta di misurare *direttamente* la distanza fra i punti O e π torna inutile la formola (1) giacchè mercè le canne e col sussiduo di una livelletata e di un filo a piombo (n.° 189) si determina senz'altro la distanza orizzontale K.

Ma siccome una tale operazione importerebbe un tempo abbastanza lungo trattandosi, nel caso ispecie, di una lunghezza di m. 132.97 e di un dislivello di m. 30.82, così il Porro escogitò il mezzo di rilevare la distanza *indirettamente* col cannocchiale stadia analitico che già conosciamo.

199. Entra dunque ora in campo la *stadia*, e vediamo come vanno modificate le formole anzidette coll'impiego della medesima per rilevare le distanze ridotte all'orizzonte e che entrano sempre come uno dei fattori delle formole anzidette.

Intanto sappiamo che posta la *stadia* verticalmente sul punto π, e indicando con φ la distanza zenitale letta sul circolo verticale del goniometro, e con S il numero delle unità intercette sulla stadia dai fili eccentrici del micrometro, il Porro felicemente trovò che il prodotto

$$S\,\overline{\text{sen}\,\varphi}^{2}$$

rappresenta senz'altro la *distanza orizzontale* del centro O dell'istrumento dal punto π in cui la stadia venne collocata, come dettagliatamente abbiamo esposto al n.° 195; dunque la (1) diventa o viene surrogata dall'altra:

$$K = S\,\overline{\text{sen}\,\varphi}^{2} \qquad (5)$$

e le formole (2) (3) che dànno le coordinate ortogonali planimetriche x ed y diventano o si cangiano nelle altre equivalenti

$$y = S\,\overline{\text{sen}\,\varphi}^{2}\cos.\,\theta \qquad (6)$$

$$x = S\,\overline{\text{sen}\,\varphi}^{2}\,\text{sen}.\,\theta. \qquad (7)$$

Per cui le formole (5) (6) e (7) vanno sostituite alle (1) (2) e (3) del n.° 198, giacchè nei goniometri proprii della moderna Topografia l'angolo φ che si legge al circolo verticale è sempre quello corrispondente al filo mediano del reticolo od all'asse di collimazione del cannocchiale, e leggendo alla stadia, la *distanza zenitale* φ non è più quella presa in considerazione nella fig. 20 del n.° 119 succitato, ossia l'angolo $\pi O Z$ formato dalla visuale diretta al punto di rilievo colla verticale $O Z$, ma bensì quella dell'asse di collimazione $O S$ del cannocchiale alla verticale $O Z$, ossia l'angolo $S O Z$ della fig. 73.

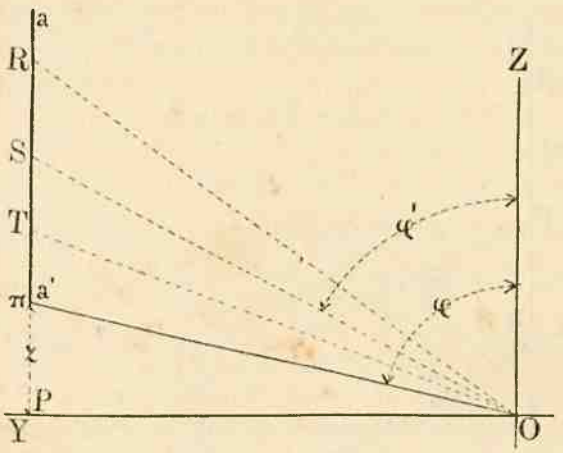


Fig. 73.

Un tal fatto non complica le formole nè altera il processo, chè anzi la presenza della stadia ce lo semplifica sensibilmente giacchè per determinare senza l'impiego della stadia la distanza orizzontale fra i punti O e π posti a così forte dislivello l'uno dall'altro sarebbero state necessarie molte stazioni di *livello*, mentre con una sola stazione in O ed una sola puntata alla stadia noi abbiamo ottenuto non solo la distanza $O\pi$, ridotta all'orizzonte, ossia la K, ma ancora gli elementi 0 e φ che coll'altro K, mercè le formole (6) e (7) possiamo ottenere le coordinate ortogonali x, y del punto π, che lo determinano planimetricamente e completamente di posizione.

200. Venendo ora alla z, per determinare quest'altra coordinata, non possiamo servirci (facendo uso della stadia) della formola generica (4)

$$z = K \operatorname{cotang.} \varphi$$

stantechè ora non abbiamo più la φ di prima, ossia del punto π, ma bensì la φ' corrispondente al punto S della stadia assai più alto da terra del punto di rilievo π anzidetto, quando invece la z che noi vogliamo si è quella precisamente del punto a terra π dov'è situata la stadia, (fig. 73).

Per la determinazione quindi della Z, e quindi della differenza di livello fra due punti A e B di cui uno sia quello di stazione dello strumento, oltre alle quantità S e φ (ed in generale anche l'altezza I dello istrumento stesso) occorrono altri due elementi che ora partitamente prenderemo in esame col sussidio della fig. 74.

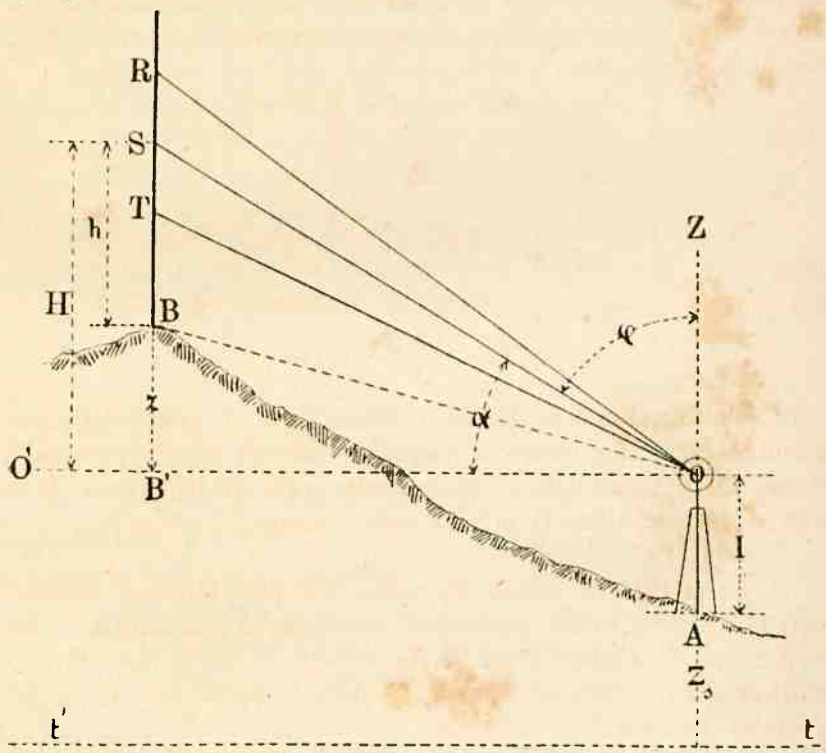


Fig. 74.

Il punto A sia quello di stazione, B l'altro da rilevare. Il centro O del goniometro munito di cannocchiale si trovi sulla verticale del punto A. Sia $O\,O'$ il piano di traccia, passante per l'asse del cannocchiale.

L'asse di collimazione di questo sia inclinato alla verticale di un angolo $\varphi < 100^g$, ed incontri in S la stadia posta vertical-

mente sul punto B di rilievo. Le $O\,R$ ed $O\,T$ sieno le due visuali determinate dai fili eccentrici del micrometro comprendenti l'angolo diastimometro ω.

La nostra z non è che la distanza verticale $B\,B'$ del punto B dal piano di traccia $O\,O'$ quantità che in questo caso non possiamo determinare, si ripete, mercè la formola

$$z - B'\,O \text{ cotang. } \varphi = K \text{ cotang. } \varphi$$

giacchè come si disse, e si scorge dalla fig. 74, la φ che abbiamo ora non si riferisce all'angolo $B\,O\,Z$, ma bensì all'angolo $S\,O\,Z$ ossia al punto S più alto di B della quantità $S\,B$ che indicheremo con h. Se ora indichiamo con H l'altezza verticale $S\,B'$, dalla fig. 74 vediamo subito che

$$B\,B' = S\,B' - S\,B$$

ossia

$$z = H - h.$$

Se poi indichiamo con Δ_B^A la *differenza di livello,* fra i due punti A e B, e con I l'altezza verticale del piano di traccia $O\,O'$ sul punto di stazione A, avremo evidentemente

$$\Delta_B^A = I + z = I + (H - h).$$

Tutto dunque si ridurrà a determinare il valore delle due quantità h ed H (riferite al punto di rilievo) in funzione della nuova distanza zenitale φ, dedotti tanto h che H dalle letture fatte alla stadia per avere la misura della distanza.

201. *Lettura mediana.*

La quantità o nuovo elemento $S\,B$ che abbiamo indicato con h chiamasi *lettura mediana* o *semplicemente mediana,* ed altro non è che *la distanza verticale fra il punto in cui la linea di collimazione del cannocchiale incontra la stadia e quello del terreno sul quale la stadia stessa è collocata.*

Indicando al solito con a e b i due fili micrometrici orizzontali eccentrici e con le stesse lettere le corrispondenti letture fatte alla *stadia,* la distanza $O\,S = D$ è data, come si sa, dalla differenza delle due letture, ossia da:

$$a - b.$$

La *mediana* h rappresentata nella fig. 74, dalla $S\,B$, è uguale

evidentemente alla semisomma delle due quantità BT e BR, per cui avremo

$$BS = \frac{BT + BR}{2} \quad \text{ossia} \quad h = \frac{a - b}{2}. \tag{6}$$

Per avere dunque la *mediana*, ossia la quantità h basterà fare la *semisomma delle due letture eseguite per determinare la distanza.*

Si scorge poi facilmente e subito che il valore di h si potrebbe ottenere direttamente dalla lettura alla stadia in corrispondenza del filo assiale o passante per l' incrocicchio del micrometro, ossia colla visuale OS, ma si preferisce, sia per una maggiore precisione che per risparmio di tempo, di determinarla dalle letture stesse che dànno la distanza.

202. *Determinazione del valore di H.*

La quantità SB' (fig. 74) e che abbiamo indicato con H si vede facilmente che essa altro non è se non l'*altezza del punto in cui la linea di collimazione del cannocchiale incontra la stadia sul piano orizzontale passante per l'asse di rotazione del cannocchiale stesso.*

Ad ottenere la quantità H anzidetta, si osservi il triangolo

$$OSB'$$

se poniamo

$$OB' = K$$

$$B'S = H$$

ed essendo l'angolo

$$OSB' = \varphi,$$

dal detto triangolo si ha evidentemente

$$H = K \operatorname{cotang.} \varphi.$$

Ma essendo (n.° 195)

$$K = S \overline{\operatorname{sen}}^{2} \varphi$$

avremo

$$H = S \operatorname{sen.} \varphi \cos. \varphi. \tag{7}$$

Se poi in luogo della distanza zenitale φ si avesse l'angolo di elevazione o di depressione α dell' asse di collimazione del can-

nocchiale all'orizzonte, dallo stesso triangolo $O S B'$ si avrebbe evidentemente

$$H = K \text{ tang. } \alpha$$

e sostituendo a K il suo valore (n.° 195)

$$K = S \overset{\circ}{\cos} \alpha$$

Si avrebbe

$$H = S \text{ sen. } \alpha \text{ cos. } \alpha. \qquad (8)$$

Nel primo caso dunque la quantità H è data dal prodotto di S (numero delle unità di stadia comprese nel tratto di essa intercetto dall'angolo diastimometrico) per sen. φ cos. φ, φ essendo la distanza zenitale.

Nel secondo caso la stessa H è data dal prodotto di S per sen. α cos. α, α rappresentando invece l'angolo di elevazione o di depressione all' orizzonte.

Il valore di sen. φ cos. φ, o di sen. α cos. α è sempre dato da apposite tabelle per tutti i valori di φ o α che nella pratica questi angoli possono ordinariamente assumere.

Riepilogando. L'altezza $B B'$ del punto di rilievo dal piano di traccia e che abbiamo sempre indicato con z, è nel caso in ispecie dato dalla differenza

$$H - h$$

e la differenza di livello fra i punti A e B da

$$\Delta_B^A = I + (H - h)$$

ed essendo noto la quantità I, e potendo mercè le formole (6) e (7) determinare il valore di H ed h ci sarà pur nota la differenza di livello fra i due punti A e B.

Se ora indichiamo con Z_s l'*altezza* o *quota altimetrica* del punto di stazione A da un piano di riferimento scelto ad arbitrio od orizzonte apparente $t\,t'$, l'*altezza* o *quota* del piano si traccia $O\,O'$ indicandola con C, sarà evidentemente:

$$Z_s + I = C.$$

Se indichiamo pure con Z_1 l'*altezza* o *quota altimetrica* del primo punto di rilievo B riferita allo stesso orizzonte apparente $t\,t'$,

avremo

$$Z_t = Z_s + I + (H - h) = C + (H - h)$$

come si rileva dalla semplice ispezione della fig. 74.

Se poi il piano di riferimento $t\,t'$ fosse quello che abbiamo chiamato *piano geodetico fondamentale*, ossia il *livello del mare*, la $Z_s + I = C$ sarebbe appunto quella costante alla quale aggiungere algebricamente tutte le altezze parziali dei punti rilevati dalla stazione sopra A ed analoghi a B per avere dei medesimi le *altezze assolute* anzichè le *relative*.

Esempio: Le letture a, c, b fatte alla stadia posta verticalmente sul punto B, supposte le condizioni della fig. 74, sieno rispettivamente risultate le seguenti:

$$a = 237^{m},50$$

$$c = 177,\ 50$$

$$b = 117,\ 50.$$

Supponiamo

$$\varphi = 96^{g} \text{ ed } I = 1^{m},23.$$

Avremo

$$h = \frac{a - b}{2} = 177,50$$

e trasportando la virgola di due ordini a sinistra

$$h = 1^{m},77.$$

Inoltre

$$H = S \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi = 120.00 \operatorname{sen} 96^{g} \cos 96^{g}$$

$$= 120.00 \times 0,06267 = 7.52.$$

La differenza del livello Δ cercata sarà

$$\Delta = 1.23 + (7.52 - 1.77) = 6.98.$$

Se poi supponiamo che il punto A si trovi a m. 44.75 sul livello del mare: ossia

$$Z_s = 44^{m},75$$

avremo l'*altezza assoluta* del punto di rilievo B data da

$$Z_t = 44.75 + 6.98 = 51.73.$$

203. Quanto si è detto al riguardo del punto di rilievo *B* si può ripetere per qualunque altro che si trovi in analoghe condizioni e che si possa rilevare dalla stessa stazione in *A*.

Nel caso ora considerato (fig. 74) abbiamo ammesso $\varphi < 100^g$ ed $H > h$, ma potrebbe anche darsi il caso di $h > H$; altre analoghe combinazioni possono verificarsi quando invece $\varphi < 100°$ ed altre ancora quando $\varphi = 100$, per cui si comprenderà facilmente come necessiti prendere in esame tutti i casi che possono in pratica verificarsi relativamente alle posizioni del punto di stazione *A*, di quello di rilievo *B* ed alla direzione della linea di collimazione del cannocchiale rispetto alla verticale od alla orizzontale.

Tutti questi diversi casi trovansi appunto rappresentati nelle fig.re 75, 76, 77, 78 e 79 alle quali si potrà praticamente ricorrere per calcolare le quote altimetriche e che ora partitamente prenderemo in esame.

1.° *Caso*. È quello stesso considerato più sopra ma che qui riassumiamo onde si abbia in unico quadro compendiati tutti i diversi casi, relativi alle posizioni rispet-

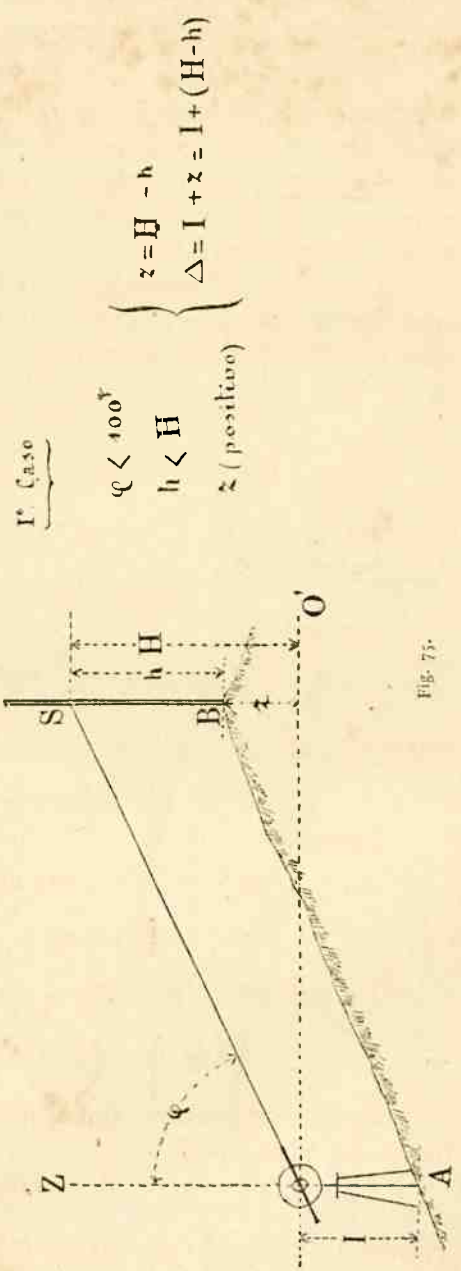


Fig. 75.

tive di A e B non che alla direzione di $O\,S$ rispetto alla verticale od alla orizzontale.

Sia A al solito il punto di stazione, B il punto da rilevarsi posto al di sopra del piano orizzontale $O\,O'$ (fig. 75) passante per l'asse di rotazione del cannocchiale inclinato alla verticale dell'angolo $\varphi < 100^g$; z rappresenti pure la distanza verticale del punto B dal piano orizzontale anzidetto; h ed H hanno il significato noto ed assegnato ai n.i 201 e 202.

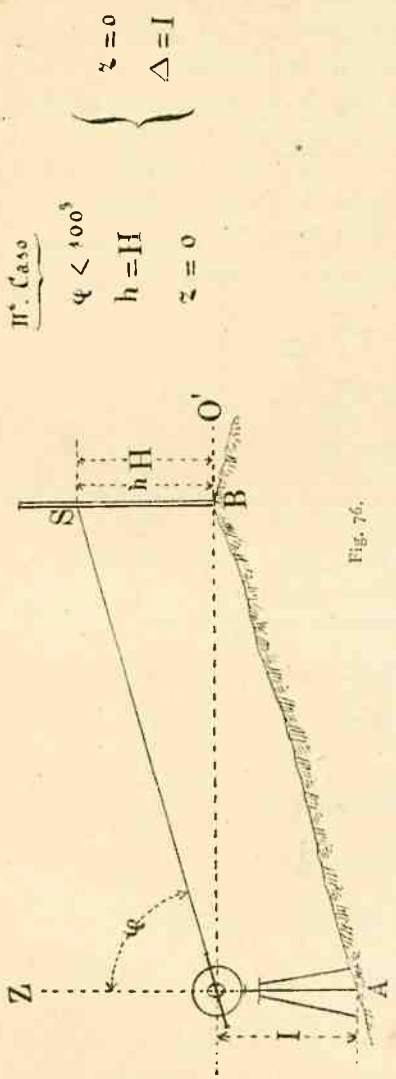


Fig. 76.

In tal caso essendo $h < H$ e $Z = H = h$ (positiva) la differenza di livello fra i punti A e B indicandola con Δ sarà

$$\Delta = I + z$$

come si scorge dalla semplice ispezione della fig. 75.

2.° *Caso.* Verificandosi la precedente condizione di $\varphi < 100^g$ si abbia (fig. 76) $h = H$ ossia il piano orizzontale suddetto $O\,O'$ passi per lo stesso punto B dov'è situata la stadia, in tal caso essendo $z = o$ stantechè il punto B trovasi sul piano di traccia avremo evidentemente

$$\Delta = I$$

ossia la differenza di livello sarebbe data senz'altro dall'altezza I dello istrumento, caso del resto che molto raramente si verificherà in pratica.

3.° *Caso.* Sussista ancora la precedente condizione di $\varphi < 100^g$, ma il punto B da rilevarsi sia posto al disotto dell'orizzonte ap-

parente anzidetto $O\,O'$ passante per l'asse di rotazione del cannocchiale (fig. 77), ossia abbiasi

$$h > H.$$

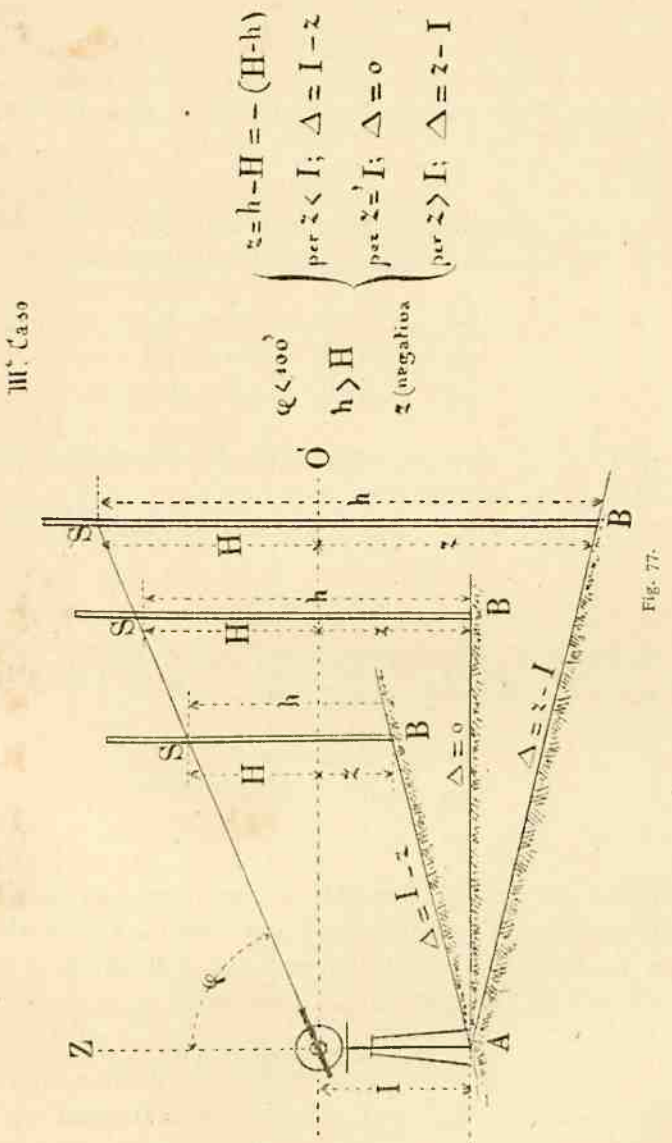


Fig. 77.

Da una tale condizione di cose, e come si vede esaminando la fig. 77, si avrà

$$z = h - H = -(H - h) \text{ (negativa)}$$

e potrà inoltre verificarsi

$$z < I$$

ossia il punto di rilievo B essere più elevato del punto di stazione A.

$$z = I$$

ossia il punto B trovarsi allo stesso livello di A, e finalmente

$$z > I$$

ossia il punto B essere più basso del punto A.

La differenza di livello Δ sarà data rispettivamente:

per $z < I$ da $\Delta = I - z$
per $z = I$ da $\Delta = o$
per $z > I$ da $\Delta = z - I$.

4.° *Caso.* La linea di collimazione del cannocchiale sia orizzontale, (fig. 78), ossia abbiasi $\varphi = 100^g$.

In tal caso $H = o$ ossia la quantità H scompare, ed avremo

$$z = -h.$$

Siccome poi potrebbe verificarsi anche qui $z < I, z = I$ e $z > I$ come si rileva dalla stessa figura, così la differenza di livello Δ sarà:

per $z < I$ $\quad \Delta = I - h$
per $z = I$ $\quad \Delta = o$
per $z > I$ $\quad \Delta = h - I$.

È uno dei casi più semplici e che rientra in quello della livellazione comune fatta cogli ordinarii livelli a visuale obbligata.

5.° *Caso.* Collimando dal punto A al punto B, si verifichi la condizione di $\varphi > 100^g$. In tal caso sarà

$$z = h + II \text{ (negativa)}$$

e come vedesi dalla fig. (79) avremo rispettivamente

per $z < I$; $\quad \Delta = I = z$
per $z = I$; $\quad \Delta = o$
per $z > I$; $\quad \Delta = z - I$.

Col sussidio delle fig. 75, 76, 77, 78 e 79 abbiamo veduto come in ogni singolo caso si possa ottenere:

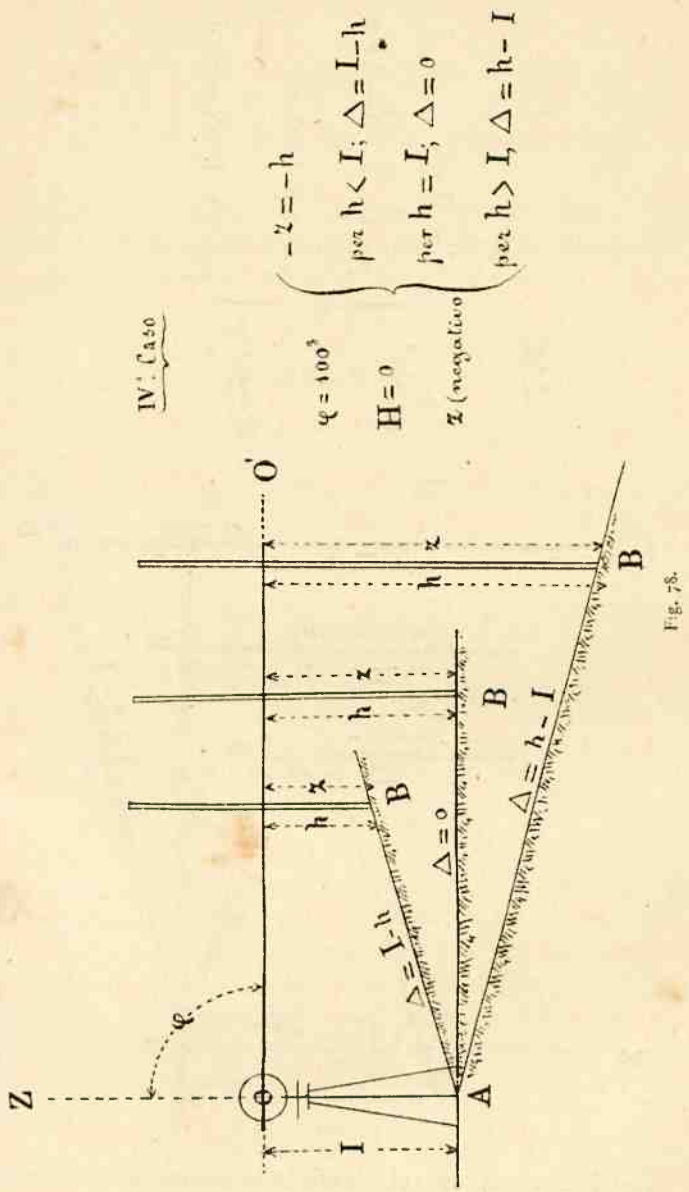


Fig. 78.

a) La z ossia l'*altezza parziale* di un punto qualsivoglia B di rilievo, dal piano di traccia passante pel centro dello istrumento posto in A;

b) E mercè la quantità I, h, ed H, si possa dedurre la differenza di livello fra i due punti A e B.

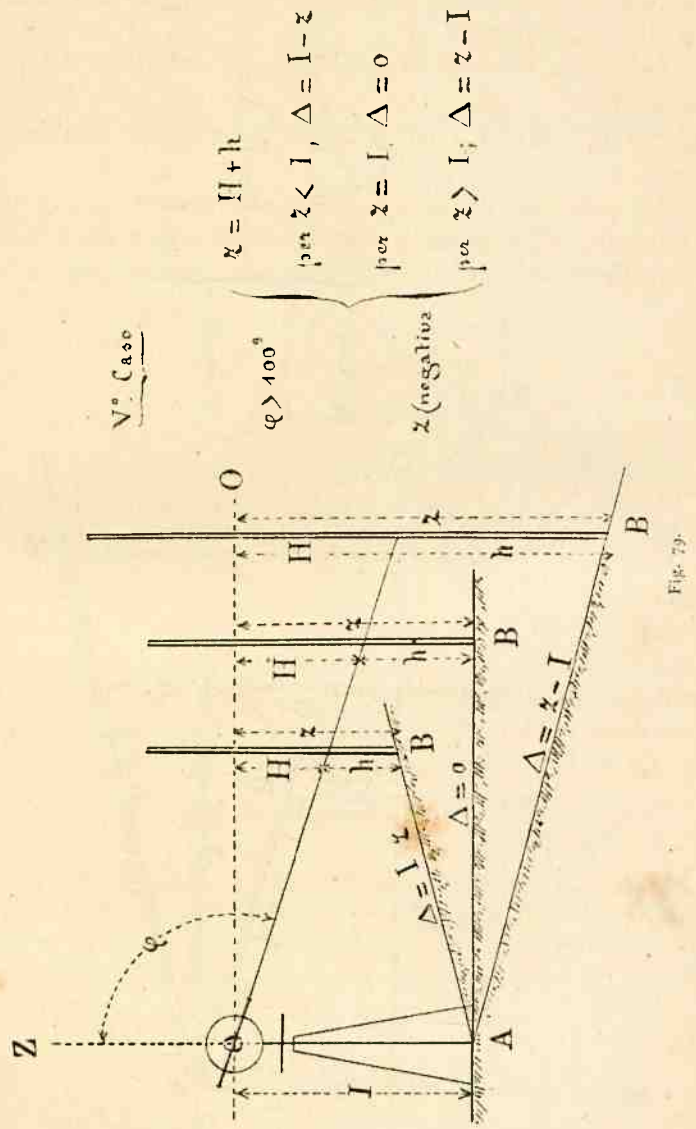


Fig. 79.

Ciò ben compreso ci riuscirà facilissimo dedurre una regola generale per potere dalle quantità suddette $I, h\, H$ e z ottenere la Z dei singoli punti di rilievo ossia le *altezze relative* od *assolute* dei medesimi (*quote altimetriche*) da un dato piano di riferimento.

Trascuriamo il 2.° e 4.° caso, e prendiamo in esame soltanto il 1.°, il 3.° e 5.° caso come quelli che presentano una maggiore complicazione, ed i due primi non essendo che casi particolari di questi ultimi.

Indicando al solito con Z_s la *quota altimetrica* del punto di stazione A, sia *assoluta* che *relativa*, con Z_1, quella del punto di rilievo B, e con I, h ed H le solite quantità, consideriamo il 1.° caso.

La quota del piano di traccia $O\,O'$ passante pel centro dell'istrumento, ed al quale è riferita l'*altezza parziale* z sarà evidentemente:

$$Z_s + I$$

per cui la *quota altimetrica* del punto B sarà

$$Z_1 = Z_s + I + z$$

se ora poniamo la quantità $Z_s + I = C$ costante sempre per ciascuna stazione ed essendo

$$z = H - h$$

avremo

$$Z_1 = C + (H - h)$$

ottenendosi dalla differenza $H - h$ tanto il *valore algebrico che numerico* della quantità z.

Ossia nel 1.° caso, essendo cioè

$$\varphi < 100^g \quad \text{ed} \quad m < H$$

la quota altimetrica del punto B si ottiene aggiungendo alla quantità costante C la differenza $H - h$.

3.° *Caso.* Essendo ancora

$$\varphi < 100, \quad \text{ma} \quad h > H$$

si ha:

$$Z_1 = Z_s + I - (h - H)$$

ossia

$$Z_1 = C - (h - H)$$

ma siccome il punto B trovasi inferiormente e sottostante al piano di traccia, la z (od altezza parziale) pel convenuto è negativa, così volendosi che la differenza $h - H$ oltre del valore numerico

dia ancora quello algebrico potremo dire che z in questo caso speciale è eguale a

$$-(H-h)$$

ossia la *quota altimetrica del punto B si otterrà aggiungendo algebricamente alla costante C la solita differenza* $H-h$ *ma col segno proprio di tale differenza.*

5° *Caso.* Essendo

$$\varphi > 100^g$$

abbiamo

$$z = H + h.$$

Per cui:

$$Z_1 = Z_0 + I - (H+h) = C - (H+h)$$

ma z è sempre negativo e quindi anche la somma $H+h$, conseguentemente possiamo dire che in questo caso la *quota altimetrica del punto B si ha, aggiungendo algebricamente alla costante C la quantità negativa*

$$H+h.$$

Riepilogando, per ottenere la *quota altimetrica* di un punto qualsivoglia B rilevato dalla stazione A, bisogna distinguere innanzi tutto se

$$\varphi \text{ è } <0> \text{ di } 100^g.$$

Se $\varphi < 100^g$ *alla costante C basta aggiungere algebricamente la quantità* $H-h$ *col segno proprio di tale differenza.*

Se $\varphi > 100^g$ *alla costante C si aggiungerà algebricamente la quantità* $H+h$ *sempre negativa.*

CAPITOLO VII.

DETERMINAZIONE DELLA MERIDIANA. ORIENTAMENTO DEI RILIEVI TOPOGRAFICI

204. Nella moderna Topografia tutti i singoli punti del terreno di cui occorre eseguire il rilevamento topografico, dovrebbero essere riferiti alla *meridiana* ed alla *perpendicolare* passanti per un punto scelto ad arbitrio sul terreno stesso, come origine delle coordinate ortogonali dei medesimi. Da ciò la necessità di determinare innanzi tutto la *meridiana*.

Un dato rilevamento topografico dicesi poi *orientato* quando risulta disposto rispetto alla linea meridiana od il che vale lo stesso rispetto ai quattro punti cardinali nella stessa ed identica guisa in cui lo è il terreno di cui esso è la rappresentazione grafica o numerica.

Gl'istrumenti proprii della moderna Topografia sono tutti muniti di un *declinatore magnetico*, e si misurano appunto gli angoli orizzontali riferendoli a quella linea fissa determinata dalla direzione dell'ago magnetico anzidetto. Se questo nelle successive stazioni in cui viene collocato l'istrumento si mantenesse (come sin' ora abbiam sempre supposto) costantemente e rigorosamente parallelo a sè stesso, si avrebbe senz'altro *orientato* il rilevamento topografico quante volte si conoscesse il relativo *angolo di declinazione* n.° 174 e 175.

Anzi se l'ago calamitato fosse addirittura *declinato* ossia corretto dall'angolo di declinazione il rilevamento riuscirebbe senza altro orientato giacchè la linea fissa a cui riferire gli angoli dei diversi lati del rilevamento sarebbe direttamente il meridiano geografico.

È vero che nelle ordinarie operazioni topografiche non è necessario un orientamento rigorosamente esatto, ma ciò non ostante

quello dato da un ago magnetico anche corretto dell'angolo di declinazione è troppo approssimato perchè lo si possa adottare in operazioni topografiche di qualche importanza.

E da sapersi infatti che per ciascun luogo è diversa la declinazione dell'ago magnetico, ossia la direzione che esso ha rispetto al meridiano geografico passante pel suo punto di sospensione, come risulta dal seguente specchietto pubblicato dall'Ufficio centrale di Meteorologia e Geodinamica al Collegio Romano.

DIREZIONE DELL'AGO MAGNETICO

per l'epoca 1888.0

LOCALITÀ	Declinazione occidentale	Inclinazione	Nota
Aosta	13° 25′	62° 16′	Le località sono disposte secondo la longitudine da ovest a est.
Cuneo	13 5	61 11	
Domodossola	12 58	62 36	
Genova	13 18	60 49	
Milano	12 37	62 0	
Montespluga	12 31	62 42	
Piacenza	12 18	61 27	
Spezia	12 12	60 34	
Livorno	11 50	59 59	
Parma	11 55	61 12	
Stelvio	11 57	62 39	
Modena	11 45	60 53	
Verona	11 43	61 38	
Firenze	11 30	60 7	
Civitavecchia	11 15	58 28	
Agordo	11 17	62 12	
Venezia	10 56	61 22	
Udine	10 50	61 49	
Palermo	10 8	54 0	
Ancona	10 20	59 45	
Napoli	10 6	56 51	
Foggia	9 40	57 16	
Reggio di Calabria	9 38	53 47	
Bari	9 12	56 52	
Capo Leuca	8 38	55 18	

Ma non solo varia l'angolo di declinazione da un luogo all'altro, ma anche per uno stesso luogo osservansi variazioni *secolari, annue* ed anche *diurne.*

Le variazioni diurne, che vuolsi dipendano dall'azione solare, sono in media generale di circa 12′ (sessagesimali), e la declinazione cresce dal levar del sole sino ad un ora circa dopo mezzogiorno ossia l'estremità Nord dell'ago (pel nostro emisfero) cammina da levante verso ponente, e diminuisce in seguito fino a sera ossia ritorna la detta estremità verso levante.

Le variazioni diurne anzidette variano poi da una stagione all'altra, essendo maggiori in estate che in inverno.

Dal suesposto si arguirà facilmente come sia oltremodo approssimata la determinazione della *meridiana* mercè un declinatore magnetico, e quindi l'orientamento di un dato rilevamento in tal modo ottenuto debba ritenersi soddisfacente soltanto per le più comuni operazioni topografiche.

Per ciò, e come del resto lo vedremo meglio in seguito, il declinatore magnetico che suolsi sempre unire ai nuovi istrumenti topografici è un apparecchio non essenzialmente importante, come a tutta prima potrebbe sembrare e ritenersi, ma tutto affatto accessorio.

È quindi con criterio che il Salmoiraghi soppresse dagli istrumenti tacheometrici gli apparecchi magnetici delicatissimi di cui andavano forniti i primi ideati dal Porro, giacchè per quanta finezza si potesse fissare coi detti apparecchi la direzione dell'ago magnetico, tale finezza veniva resa superflua dalle variazioni diurne a cui l'ago stesso andava soggetto.

Il Salmoiraghi conservò bensì il declinatore magnetico a suoi istrumenti, perchè richiesto dai pratici negli istrumenti topografici, sostituendolo con altro di minor sensibilità, più pratico e quindi meno soggetto a guastarsi.

Si potrà chiedere allora da taluno, perchè non servendo il declinatore magnetico per determinare la meridiana, nè per conservare il parallelismo fra gli assi istrumentali a cui riferire i punti di un dato rilevamento, perchè ripeto, si continui e per così dire si pretenda un tale apparecchio nei nuovi istrumenti topografici.

Le ragioni principali sono le seguenti:

a) Quantunque la direzione dell'ago magnetico non si conservi sempre esattamente parallela nelle diverse stazioni sia

per le variazioni diurne che si verificano nella declinazione sia per altre cause, tuttavia vi ha modo di correggere le differenze e ristabilire il parallelismo degli assi istrumentali come meglio vedremo in seguito;

b) Il declinatore può servire in taluni casi ad indicare uno spostamento del circolo azimutale;

c) In un rilievo di più stazioni evita che il diametro 0^g-200^g del circolo anzidetto possa essere invertito.

Ma ad onta di questi vantaggi si potrebbe benissimo sopprimere l'apparecchio magnetico da tutti gl'istrumenti proprii della moderna Topografia, tanto più che il parallelismo del diametro 0^g — 200^g del cerchio azimutale nelle successive stazioni che occorresse fare in un dato rilievo, si può ottenere ed esattamente, indipendentemente dal declinatore magnetico e nel modo che ora indicheremo.

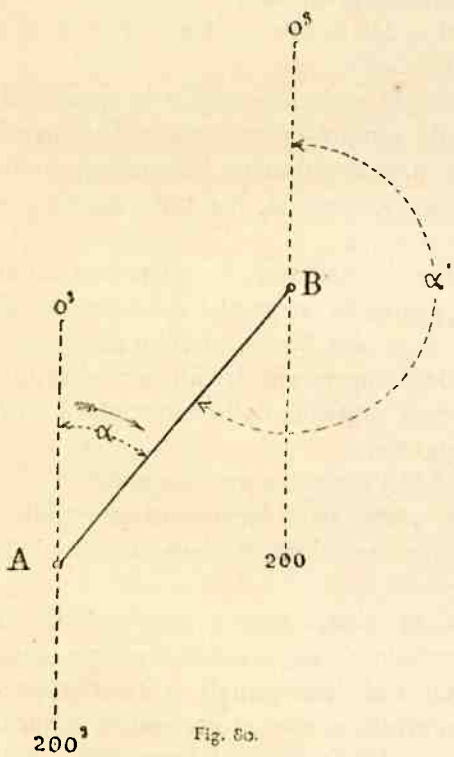


Fig. 80.

In base ai nuovi procedimenti topografici, quello che interessa maggiormente si è di poter trasportare parallelamente a sè stesso il sistema istrumentale di assi coordinati, e questo dopo quanto abbiamo esposto al n.° 178 si comprenderà di leggieri come lo si possa ottenere facendo in guisa che l'azimut θ' (fig. 53) del lato AB rilevato nella seconda stazione in B sia eguale a quello θ dello stesso lato AB rilevato stando in A, aumentato o diminuito di 200^g (o 180°) qualunque poi si fosse la direzione originaria del diametro 0^g — 200^g.

Per ottenere questo risultato ecco come si opera. Collocato in stazione il goniometro sul punto A (fig. 80) si faccia coincidere l'indice normale collo zero della graduazione del cerchio azimutale, ed assegnato alla linea di collimazione una qualsivoglia direzione,

supponiamo che il diametro $0^{\circ} - 200^{g}$ abbia la posizione indicata dalla fig. 80. Fissato allora il cerchio azimutale anzidetto si collimi al punto B e si rilevi l'angolo orizzontale $\alpha = 45^{g}$.

Si trasporti ora l'istrumento in B e collocato in stazione, si fissi l'alidada al circolo azimutale in modo che all'indice normale si legga l'angolo

$$\alpha' = \alpha + 200^{g} - 245^{g}$$

indi servendosi del movimento generale dello intiero istrumento, si collimi con tutta precisione al punto A, ed in questa posizione si fissi l'istrumento. Ora egli è evidente che onde nella seconda stazione B collimando ad A si legga all'indice normale l'angolo

$$\alpha' = \alpha + 200^{g}$$

è mestieri che la direzione d'origine delle misure $0^{g} - 200^{g}$ si sia trasportata parallelamente a sè stessa.

Se in luogo di fare stazione in A si fosse dapprima collocato l'istrumento in B, è facile intuire che il processo per ottenere il parallelismo dei due diametri $0^{g} - 200^{g}$ sarebbe in tutto analogo al precedente. Infatti, in B avrei letto collimando ad A l'angolo

$$\alpha' = 245^{g}$$

trasportato poscia l'istrumento in A farei segnare all'indice normale l'angolo

$$\alpha = \alpha' - 200^{g} = 45^{g}$$

indi, servendomi del movimento generale dell'istrumento collimerei al punto B. Perchè nella seconda stazione A all'indice normale, collimando a B, si legga l'angolo

$$\alpha = \alpha' - 200^{g} = 45^{g}$$

è condizione geometrica imprescindibile che il diametro $0^{g} - 200^{g}$, nella seconda posizione sia parallela a quella che aveva nella prima.

Il processo è altrettanto semplice quanto geometricamente esatto, per cui, assolutamente parlando, non è necessario l'applicazione del declinatore magnetico agli istrumenti topografici allo scopo anzidetto.

205. Siccome poi da quanto abbiamo esposto il declinatore anzidetto non si può ritenere nemmeno atto a correggere l'orientamento del diametro $0^g - 200^g$ fissato arbitrariamente nel modo suindicato, ne segue che qualora si debba determinare la *meridiana* per orientare un dato rilevamento topografico è mestieri ricorrere ai metodi insegnati dalla Geometria pratica, e che ora sommariamente indicheremo riserbandosi di concretare maggiormente questa parte speciale della Topografia, quando avremo conosciuto un po' più da vicino gli istrumenti proprii della medesima.

I metodi da seguirsi per tracciare la direzione della meridiana passante per un punto di stazione qualsivoglia di un dato rilevamento topografico e col mezzo di essa correggere l'orientamento degli assi coordinati dato dal declinatore annesso al goniometro o fissato arbitrariamente nel modo anzidetto, sono principalmente i seguenti da ritenersi sufficientemente esatti per le operazioni topografiche.

a) Determinazione della meridiana mercè la stella polare.

Tutti conoscono la stella polare, così denominata per trovarsi essa in vicinanza del polo Nord della sfera celeste, ossia assai prossima al punto in cui l'asse terrestre prolungato incontrerebbe la sfera anzidetta.

Seguendo il metodo insegnato al n.° 178 si sia rilevato la poligonale $A\,B\,C$ (fig. 81), si voglia correggere l'*orientamento* approssimato della medesima tracciando la meridiana per mezzo della stella polare.

Si collochi perciò nel punto A il teodolite e coll'incrocicchio dei fili che si trova sempre nel campo del cannocchiale si collimi alla stella polare e si legga l'angolo 0, che il piano meridiano determinato dall'asse ottico dal cannocchiale fa con quello verticale determinato dalla visuale diretta al punto B. Tale angolo sarà l'*azimut* vero del lato $A\,B$, e nella differenza fra i due azimut del lato $A\,B$, approssimato 0 e vero 0_1, avremo la correzione da apportare a tutti gli azimut della poligonale $A\,B\,C$ per averla esattamente orientata.

E da riflettersi che la stella polare non coincide esattamente col polo celeste, per cui la *meridiana* così ottenuta non sarebbe la vera.

Per ciò necessita, onde avere l'azimut vero del lato $A\,B$, e la vera meridiana, di collimare alla stella polare in uno dei passaggi di essa, superiore od inferiore, al meridiano del punto A.

Una stella raggiunge la sua massima altezza sull' orizzonte ovvero la sua *culminazione*, nell' istante in cui passa pel piano meridiano. Le stelle *circumpolari*, cioè a dire vicino al polo passano due volte pel meridiano. Uno è il passaggio *superiore*, l'altro l'*inferiore*.

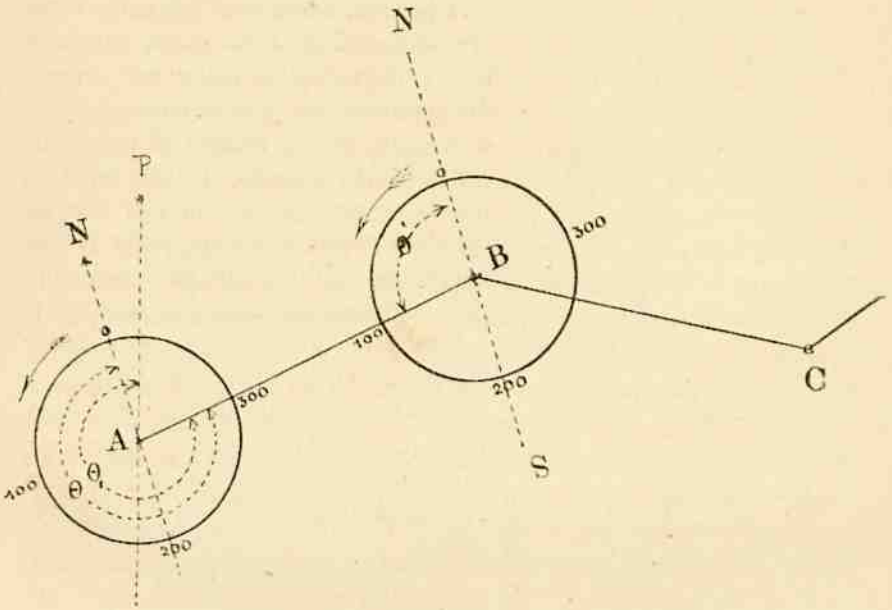


Fig. 81.

La stella polare scostandosi di circa 1 grado e mezzo dal polo segue anch' essa il movimento apparente della sfera celeste per cui passa due volte pel meridiano di un dato luogo, e l' ora dei passaggi è data da apposite tavole, dette Effemeridi astronomiche.

Questo metodo ha il difetto di dovere osservare di notte, e necessita illuminare l' interno del cannocchiale onde rendere visibile l' incrocicchio dei fili coi quali si deve collimare alla stella polare, e disporre un segnale a fuoco sul punto materiale *B*, sul quale in seguito si deve pure collimare.

È mestieri infine usare in tale osservazione un teodolite eccentrico, giacchè impiegandone uno a cannocchiale concentrico e dovendo questo essere molto inclinato, potrebbe il cerchio azimutale ad esso sottostante ostacolare la collimazione.

b) *Determinazione della meridiana colle altezze corrispondenti delle stelle.* Disposto il teodolite sul punto *A*, si porti lo zero del

verniero in coincidenza con quello della graduazione del cerchio azimutale, indi si collimi ad una stella brillante facilmente riconoscibile a levante del meridiano del punto di stazione. Si fissi il cerchio azimutale, non che il cannocchiale al cerchio zenitale. La stella continuerà ad alzarsi, passerà pel meridiano, indi discenderà dal lato opposto. Si faccia girare l'alidada fino a che torni la stella nel campo del cannocchiale, e precisamente l'incrocicchio dei fili ricopra di nuovo la stella, il che avverrà quando nel suo declinare sarà giunta ad una altezza eguale a quella che avea nella prima collimazione; dividendo per metà l'angolo determinato dalle due successive collimazioni all'astro, si avrà nella bissettrice la *meridiana* richiesta.

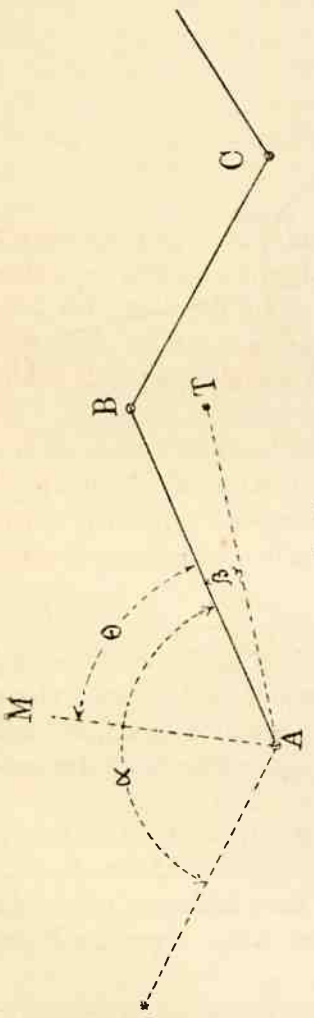


Fig. 81

Dovrassi poi ripetere le osservazioni delle *altezze corrispondenti* sia sulla medesima stella, sia sopra altre e prendere la media dei diversi risultati.

Facendo poi segnare all'indice del cerchio azimutale la metà dell'angolo anzidetto, si può stabilire una *mira meridiana* (di cui son dotati tutti gli osservatorii astronomici). Collimando poi dal punto *A* successivamente alla mira meridiana ed al punto *B* si avrà l'azimut vero del lato *A B*, e quindi la correzione da apportarsi a tutti gli azimut della poligonale *A B C*, (fig. 81) orientata precedentemente sia mercè il declinatore magnetico sia arbitrariamente.

c) Determinazione della meridiana col levare e col tramontare del sole. Abbiasi al solito la poligonale *A B C* e vogliasi determinare la meridiana passante per il punto *A* e l'azimut vero del lato *A B*. *L* e *T* rappresentino rispettivamente la posizione del sole al suo nascere ed al suo tramontare dall'orizzonte apparente passante per il punto *A* (fig. 82).

Si misurino gli angoli

$$BAL = \alpha \text{ e } BAT = \beta.$$

Se la AM indica la direzione della meridiana, e indichiamo con θ l'azimut vero del lato AB avremo

$$\theta = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

infatti si ha

$$BAM = BAL - MAL = \alpha - \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

Per conseguenza misurati gli angoli α e β allo spuntare e tramontare del sole, dalla loro semi differenza avremo senz'altro la direzione della meridiana e l'azimut vero del lato AB della poligonale anzidetto. Processo semplicissimo e che ha il grande vantaggio di potersi applicare di giorno essendo sempre di giorno che si lavora in campagna.

Ma su tale metodo di determinare l'azimut vero di un lato di un dato rilevamento topografico allo scopo di orientarlo, il migliore fra tutti i suesposti, torneremo in seguito per chi amerà avere sul medesimo più dettagliate istruzioni, ed avere nei risultati una maggiore precisione.

PARTE QUARTA

ISTRUMENTI DI TOPOGRAFIA MODERNA.

CAPITOLO I.

GENERALITÀ SUGLI ISTRUMENTI PROPRII DELLA MODERNA TOPOGRAFIA.

206. Come sintesi di tutto quanto abbiamo precedentemente esposto in ordine ai mezzi per risolvere praticamente il vasto problema, scopo e base della moderna scuola topografica, risulta che i soli istrumenti che assolutamente abbisognano al moderno Geometra si riducono ai seguenti:

a) Un goniometro (munito di cannocchiale anallatico) atto a misurare le coordinate angolari dei punti materiali riferite ad un sistema di coordinate polari e che quindi presenti la costruzione tipica del *teodolite*, schematicamente rappresentato nella fig. 40 e descritto al n.° 153.

b) una *stadia* del tipo descritto al n.° 196, onde determinare la terza coordinata polare ossia il raggio vettore.

Infatti se noi ricordiamo quanto abbiamo esposto al n.° 156 circa agli assi proprii di un teodolite, ed ai mezzi (Cap.° IV. Parte III.ª) e procedimenti per assegnare ai medesimi la posizione o direzione loro propria, noi avremo nell'asse generale dello istrumento quello a cui riferire le anomalie φ. Soltanto è qui da osservarsi che siccome tale anomalia è data dalla inclinazione dell'asse di collimazione del cannocchiale alla verticale, così dovrà verificarsi che all'indice normale del circolo verticale si legga $\varphi = 0^g$ quando il detto asse è parallelo a quello dello istrumento ossia rivolto e diretto allo *zenit*.

Se poi disponiamo l'asse di collimazione del cannocchiale in guisa da leggere al detto indice $\varphi = 100^g = 90°$, ossia orizzontale e facciamo percorrere all'asse anzidetto un intiero giro di oriz-

zonte, esso determinerà il piano orizzontale di proiezione sul quale prendere e fissare quella tale *direzione* che assumeremo come *asse principale* a cui riferire le anomalie θ. Tale asse sarà poi quella determinata direzione passante pel centro del circolo verticale assunto come *polo* ed alla quale corrisponde l'anomalia $\theta = 0^g$, direzione che in generale si fa coincidere col *meridiano magnetico* o colla *meridiana* mercè il declinatore magnetico annesso sempre ai goniometri proprii della moderna topografia.

Avute le anomalie φ e θ di un dato punto di rilievo, non manca per completamente fissarlo di posizione che la misura della terza coordinata polare ossia il raggio vettore r che si ottiene mercè la *stadia* ed il cannocchiale anallatico munito di micrometro.

Il Porro chiamò gli elementi θ, φ ed r *numeri generatori* giacchè determinate cogli istrumenti anzidetti le tre coordinate polari sopraindicate per un punto di rilievo, possiamo mercè le note formole determinare le corrispondenti x, y, z riferite ad un sistema di assi coordinati ortogonali aventi l'origine nel centro stesso del circolo verticale.

Infatti, l'asse dello istrumento sarà quello delle anomalie angolari φ. Posto poi come si disse più sopra $\varphi = 100^g - 90^\circ$ l'asse di collimazione del cannocchiale sarà orizzontale, e ruotando intorno all'asse anzidetto genererà quell'orizzonte apparente sul quale giacciono gli altri due assi ortogonali delle x e delle y. In vero si avrà quello delle x quante volte all'indice normale del cerchio azimutale si leggerà $\theta = O^g = O^\circ$, si avrà invece quello delle y, quando al detto indice si leggerà l'anomalia $\theta = 100^g = 90^\circ$. Siccome poi qualunque problema di geometria pratica si risolve sempre in base ai nuovi procedimenti determinando per ciascun punto di rilievo gli elementi θ, φ ed r e per taluni si può anche sopprimere la *stadia* purchè si misuri direttamente o si conosca la lunghezza di una data direzione assunta come *base* dell'operazione, così possiamo dire che il *Teodolite* (detto anche *Alt-Azimut*) è l'unico istrumento che veramente abbisogni al moderno Geometra. Per le suesposte ragioni il teodolite chiamasi anche *istrumento universale* o semplicemente *universale.*

Quantunque un qualsivoglia goniometro che presenti la costruzione tipica del *Teodolite* topografico ed il cui cannocchiale sia anallatico e munito di micrometro — possa acconciamente servire nella moderna Topografia, ciò nonostante si sogliono distin-

guere due varietà del tipo anzidetto che a preferenza si usano e che costituiscono per così dire gli *istrumenti proprii* della medesima.

207. Questi speciali teodoliti chiamansi *Tacheometri* nome anche questo introdotto dal Porro e che significa *misuratore celere* per indicare con tale denominazione una delle caratteristiche più saglienti dei nuovi istrumenti.

I tacheometri poi si suddividono alla lor volta in

Tacheometri propriamente detti ed in

Tacheometri-Cleps o semplicemente *Cleps.*

Differenze di costruzione fra i Tacheometri ed i Cleps.

Quantunque teoricamente parlando tutti gli anzidetti istrumenti non diversifichino affatto dal tipo teodolite, ma siano, come si disse, semplicemente varietà della stessa specie tuttavia nell'uso comune, nella pratica è già invalsa e radicata una tale divisione basata del resto su taluni accessorii o particolarità così caratteristiche che giustificano abbastanza una tale distinzione, per cui li esamineremo partitamente, accennando innanzi tutto alle particolarità che differenziano queste due varietà di teodoliti topografici.

Caratteristiche proprie dei Tacheometri.

a) I Tacheometri appartengono al tipo dei *Teodoliti concentrici*, ossia il piano verticale descritto dall'asse di collimazione del cannocchiale passa per l'asse generale dello istrumento;

b) Hanno i due circoli *azimutale* e *verticale* in parte o in tutto scoperti come nei comuni goniometri topografici;

c) Le frazioni delle misure angolari si rilevano col mezzo di *vernieri;*

d) La graduazione (sempre decimale) dei circoli procede sempre da sinistra anteriormente a destra, ossia nel senso secondo cui procede la numerazione nel quadrante di un orologio;

e) L'oculare del cannocchiale è in generale quello comune di Ramsden, o varietà di esso come l'altro del Salmoiraghi, e dei quali faremo a suo tempo parola.

Caratteristiche proprie dei Cleps.

a) I *Cleps* appartengono tutti al tipo dei *teodoliti eccentrici*, ossia il piano verticale descritto dall' asse ottico del cannocchiale non passa per l'asse generale dello istrumento;

b) I due circoli azimutale e zenitale trovansi racchiusi in una scatola cubica di bronzo e quindi nascosti; da ciò infatti il loro nome *Cleps* dalla parola greca *clepo* che significa appunto nascosto;

c) La graduazione (sempre decimale) di entrambi i detti cerchi procede contrariamente a tutti gli altri goniometri da *destra* a *sinistra*, ossia nel senso inverso a quello secondo il quale camminano le sfere di un orologio;

d) Lo sfrazionamento delle misure angolari, anzichè coi vernieri, si effettua mercè appositi *indici micrometrici* di cui faremo parola quando descriveremo questo speciale istrumento;

e) L'oculare del cannocchiale è tutto affatto speciale, ossia risulta composto di parecchi piccoli oculari, tipo Ramsden, per ciò viene designato col nome di *oculare multiplo* od *oculare Argo*.

f) Il reticolo anzichè tre o cinque fili ne ha sedici, dei quali 15 orizzontali ed uno verticale.

208. *Installazione di un tacheometro.*

In generale uno istrumento tacheometrico dicesi *installato, collocato in stazione* sopra un punto, quando l'asse generale del medesimo coincide colla verticale passante pel punto anzidetto. A questo scopo servono, un piombino e le livellette a bolla d'aria annesse allo istrumento. Col primo si porterà il centro del circolo azimutale sulla verticale del punto di stazione, colle seconde si disporrà l'asse generale passante pel detto centro in coincidenza colla detta verticale.

209. *Condizioni a cui devono soddisfare gli assi di un istrumento tacheometrico.*

Installato l'istrumento su di un punto di stazione, onde questo sia atto a determinare la posizione di un punto di rilievo nel modo che abbiamo reiteratamente esposto, è mestieri innanzi tutto che gli assi principali del medesimo, e di cui si è fatto cenno al n.° 156 si trovino, o se non vi sono, vi si possano ridurre, in condizioni di reciproca normalità, condizioni sin'ora in via teorica ammesse sempre come soddisfatte. In altri termini è necessario che disposto l'asse generale dello istrumento verticale, che quello di rotazione del cannocchiale sia orizzontale, e quindi normale al precedente, e che infine l'asse di collimazione del cannocchiale sia a questo normale.

E soltanto dalla esistenza di queste condizioni che l'istrumento ci potrà presentare quella terna di assi o piani ortogonali a cui riferire geometricamente i diversi punti del terreno.

Abbiamo già altrove esposto che tutti i punti rilevati o da rilevarsi da una data stazione, devono essere riferiti ad un orizzonte apparente che è quello passante pel centro del circolo ze-

nitale, da ciò la necessità di *verificare ed all'uopo poter rettificare se l'asse di rotazione del cannocchiale è orizzontale*, giacchè un tale orizzonte viene appunto determinato dalla rotazione dell'asse anzidetto intorno a quello generale dello istrumento reso *a priori* verticale.

Ed è su questo piano orizzontale che si assume l'*asse principale* a cui riferire le anomalie θ di ciascun punto, asse che corrisponde alla anomalia $\theta = O$.

Siccome poi le anomalie angolari θ vengono determinate dalle traccie sul piano anzidetto di due piani verticali l'uno passante per l'origine degli archi e per il *polo* (che è il centro del circolo zenitale) e l'altro passante pel polo anzidetto e pel punto di rilievo, da ciò pure la necessità che l'asse di collimazione del cannocchiale diretto a un punto di rilievo descriva nella rotazione attorno al suo asse un piano verticale, e quindi deve verificarsi l'altra condizione che l'*asse ottico del cannocchiale sia normale all'asse di rotazione del medesimo.*

Ma queste non sono le sole condizioni che inpriscindibilmente si devono riscontrare in un simile istrumento.

Ed in vero, abbiamo detto che l'anomalia φ di un punto qualsivoglia di rilievo, è data dalla inclinazione dell'asse di collimazione del cannocchiale alla verticale passante pel centro dello istrumento. Per cui sarà mestieri verificare ed all'uopo rettificare se all'indice normale del circolo verticale si legge $\varphi = O$ quando l'asse suddetto collima al *zenit* della stazione, od il che vale lo stesso *constatare* ed *occorrendo rettificare se quando il cannocchiale è orizzontale all'indice normale del circolo verticale si legge* $\varphi = 100^g$.

Ed appunto negli istrumenti tacheometrici di cui daremo dettagliata descrizione nei capitoli seguenti, l'origine delle misure angolari φ non è a 0^g ma bensì alla divisione 100^g che rappresenta l'orizzontale; e ciò, onde conoscere tosto dal valore assoluto di φ se il raggio vettore diretto al punto di rilievo trovasi sopra o sotto l'orizzonte anzidetto.

Infine, attesochè il valore o misura del raggio vettore relativo a ciascun punto di rilievo, viene determinata indirettamente mercè il cannocchiale stadia anallatico, così un'ultima verifica si riferisce alla posizione giusta o no della lente anallatica, od il che vale lo stesso a constatare se il *cannocchiale stadia anallatico fornisce la misura delle distanze col necessario grado di approssimazione.*

Queste le condizioni cardinali che debbonsi sempre riscon-

trare negli istrumenti tacheometri, e siccome le norme per accertarsi della loro esistenza, e ristabilirle qualora si fossero alterate sono comuni a tutti indistintamente i detti istrumenti, così le esporremo dopo di avere fatto conoscere i particolari di costruzione dei medesimi.

Treppiedi di sostegno.

210. *Treppiede-Salmoiraghi.* I Tacheometri i Cleps ed in generale tutti gl' istrumenti proprii della moderna topografia si usano installandoli su di una piattaforma sostenuta da un treppiede.

Per i Cleps di maggiore grandezza si usa il treppiede rappresentato nella fig. 83.

Le due gambe a, b di questo treppiede superiormente biforcate abbracciano l'intiera piattaforma di bronzo PP', montata girevole attorno ad un asse formato da due perni a vite di pressione p, p'. Aperti i due galletti G, G' il secondo invisibile nella figura, si possono allargare le due gambe anzidette, e puossi aprire la terza gamba semplice cc', la quale è indipendente dalle altre due, ed è unita con snodatura a ginocchio alla piattaforma nel prolungamento dell'asse dei suoi perni. Aperte le tre gambe e disposta orizzontale la piattaforma PP', onde impedire il movimento di rotazione di cui è dotata al disotto della medesima vi ha una spranga d ed una vite e di cui un estremo, foggiato a capocchia sferica, viene stretto fra una morsetta f e l' altro in un' apposita madrevite g. Questo apparecchio, sebbene impedisca la rotazione della piattaforma, attorno all'asse de' suoi perni, pure permette di fare eseguire alla medesima dei piccoli movimenti attorno all'asse anzidetto, movendo opportunamente l'anzidetta vite e.

Disposte quindi le gambe in modo che il piede di sostegno appoggi per tre punti sul suolo, girata la piattaforma P in guisa da disporla prossimamente orizzontale, abbassata la spranga d, chiusa la vite e nella morsetta f, ed infine chiusi i galetti $G\,G'$, si avrebbe in tal modo il trepiede a posto.

Se non che a disporre la piattaforma il più prossimamente orizzontale, serve la livelletta sferica l fissata alla faccia superiore della piattaforma stessa. Per centrare la bolla ed essere così sicuri della orizzontalità della piattaforma serve l'apparecchio dianzi descritto, mercè il quale si può imprimere dei minimi movimenti di rotazione alla piattaforma stessa intorno all'asse dei suoi perni,

e col mezzo della terza gamba semplice la quale risultando di due pezzi *c* e *c'* incastrati il primo nel secondo è suscettibile di accorciarsi ed allungarsi opportunamente girando la vite *h*, ab-

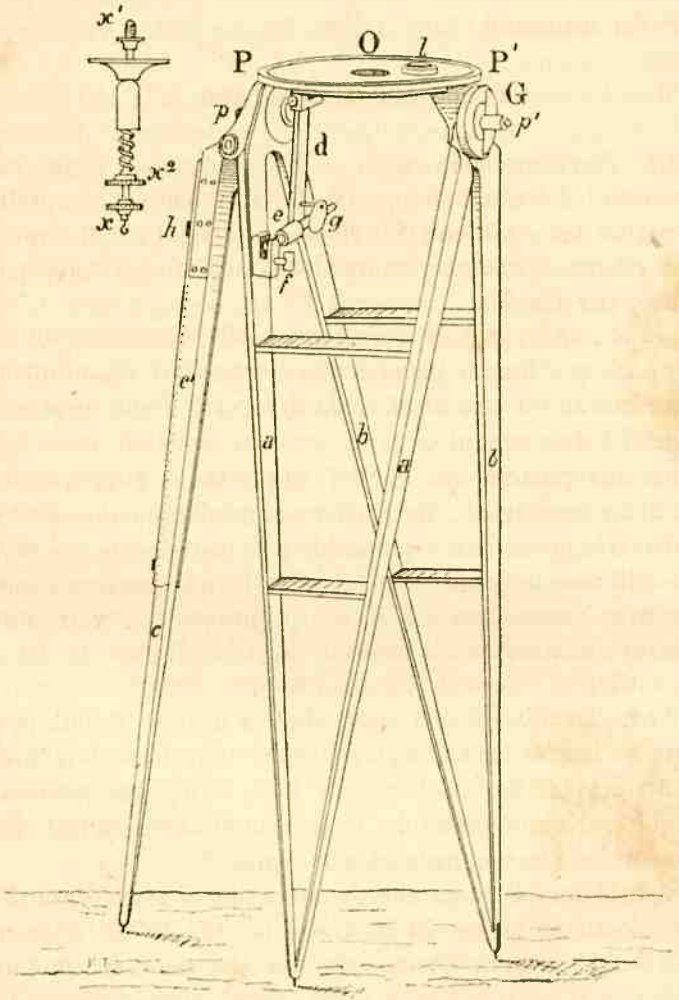


Fig. 83.

bassando per ciò od alzando in corrispondenza uno dei perni di rotazione della piattaforma.

Le tre punte delle viti del triangolo di base dello istrumento tacheometrico non poggiano direttamente sulla piattaforma ma su tre dischetti di metallo amovibili, che per ciò vengono collocati sulla piattaforma e sotto le tre viti al momento della istallazione

del Cleps. Ad aumentare poi l'aderenza fra i dischetti e la piattaforma una volta gravati dello istrumento, questa è ricoperta di una impiallicciatura di legno ed i piattellini sono resi scabrosi nella loro faccia inferiore.

Per assicurare il Cleps al disco del treppiede serve la vite $x x'$ nel modo seguente:

Si lascia prima lenta la molla che attornia la vite abbassando la madrevite, x_2, indi si avita l'estremità superiore x' della vite $x x'$ al mozzo dello istrumento, dopo averla previamente introdotta entro il foro O del disco del treppiede. Ciò fatto si comprime la molla mercè la madrevite x^2. Il pezzo z spinto dalla molla ed arrivato contro il piano inferiore della piattaforma non potendo più salire, per reazione comprime l'istrumento contro la piattaforma stessa. All'estremità inferiore x della vite $x x'$, vi ha un uncinetto al quale si appende il filo a piombo, affine di individuare sul terreno il punto sul quale passa o dovrebbe passare l'asse verticale dello istrumento.

Si comprenderà di leggieri come avvitata la vite $x x'$ al mozzo dello istrumento, ma allentata la molla, quantunque questo non possa rimuoversi dal treppiede, pure sia suscettibile di essere spostato di piccole quantità sulla piattaforma per ogni senso, e portare in tal modo, mercè il filo a piombo, la verticale dello istrumento esattamente sul punto di stazione, il che alle volte può tornare utile.

211. *Treppiede Salmoiraghi, sistema inglese.* Taluni treppiedi di sostegno hanno invece la piattaforma foggiata nel modo indicato dalla fig. 84. Essa si compone di due parti l'una fissa ed inferiore *i i* e l'altra superiore *s s* e mobile sulla prima girando attorno ad un asse normale al suo piano.

Sulla inferiore sono scavate tre ralle o piccole cavità entro le quali si situano le tre viti del triangolo di base dello istrumento le quali in tal caso non terminano a punta ma bensì in forma di capocchia.

Nella piastra superiore *s s* sono praticati tre intagli in parte circolari in parte oblunghi. Mercè il movimento di rotazione di cui essa è dotata, si portano le aperture circolari in corrispondenza delle ralle esistenti nella piastra inferiore *i*, e siccome hanno diametro maggiore delle capocchie, quelle possono passare attraverso alle medesime ed insediarsi perfettamente nelle ralle stesse in guisa da non poter subire che dei movimenti radiali ma in

nessuna maniera laterali. Sovrapposto l'istrumento nel modo anzidetto sulla piastra *i* del treppiede di sostegno si gira opportu-

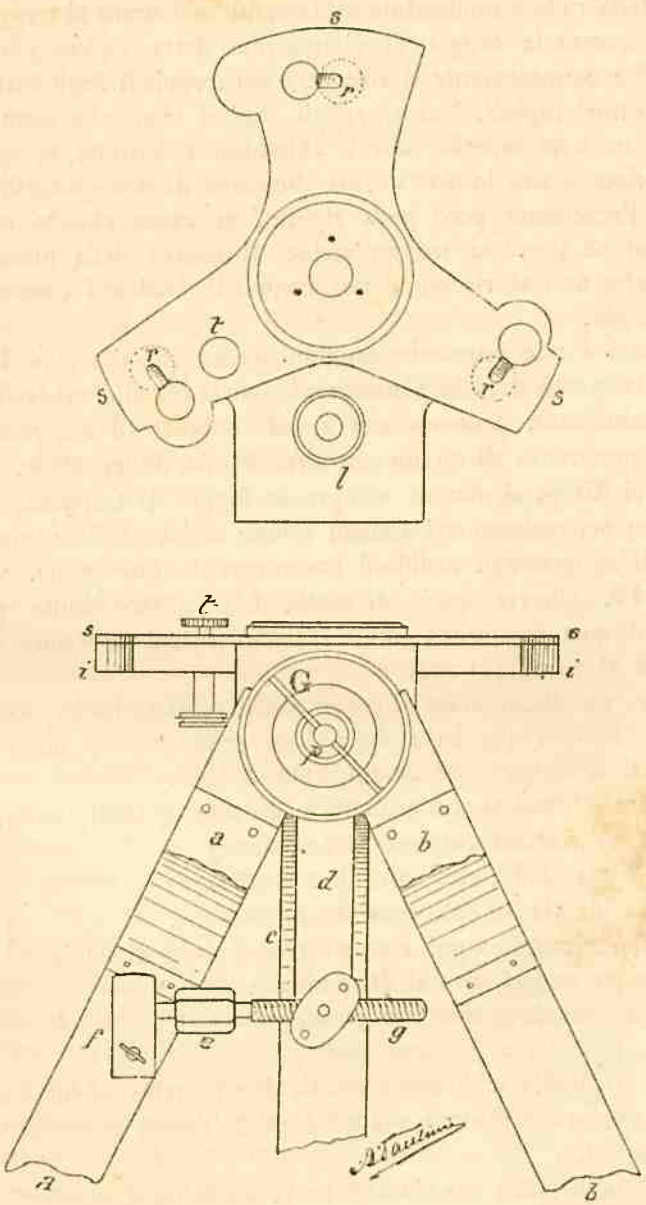


Fig. 84.

namente la piastra superiore sinchè la parte bislunga degli intagli vadi ad abbracciare i gambi delle viti di base dell'istrumento, e

mercè la vite *t* si chiudono fortemente assieme le due piastre *s*, *i* rendendole in tal modo solidali, inpedendo allo istrumento di uscire dalle ralle e rendendolo saldamente assicurato al treppiede.

È questa la foggia di piattaforma detta *inglese* giacchè è quella che comunemente si riscontra nei treppiedi degli istrumenti di costruttori inglesi. Nei treppiedi inglesi le gambe sono costituite di tre aste semplici che si chiudono a bastone, e sopra di esse si fissa a vite la piattaforma che serve di sostegno allo istrumento. Presentano però poca rigidità in causa che le cerniere delle gambe trovansi troppo vicine al centro della piattaforma difetto che non si riscontra nei treppiedi analoghi costruiti dal Salmoiraghi.

Anzi a tale proposito soggiungeremo che il treppiede colle gambe biforcate e colla piattaforma assicurata alle medesime nel modo suindicato, presenta una grande solidità ed è a raccomandarsi a preferenza di qualunque altra foggia di treppiede.

Nei Cleps si hanno sempre le foggie di treppiede dianzi descritte; nei tacheometri italiani invece si ha quella comune dei treppiedi annessi agli ordinarii istrumenti di Topografia.

212. *Diverse specie di stadie.* L'altro istrumento proprio della moderna topografia si è la *stadia* di cui abbiamo esposto la teoria al paragrafo 196.

Se ne distinguono diverse specie caratterizzate dall' unità speciale assunta per base della loro graduazione; unità che è sempre il centimetro od un multiplo di esso.

In pratica si usano tre specie diverse di stadie ossia:

a) la stadia comune *al centimetro;*

b) la stadia coll'unità di 2 *centimetri;*

c) la stadia coll'unità di 4 *centimetri.*

Di quest'ultima poi, conosciuta col nome di stadia del Porro, ve n'ha tre generi diversi denominati:

d) Stadia a *divisione grande;*

e) Stadia a *divisione media*;

f) Stadia a *divisione piccola* detta anche *mirino* a seconda della maggiore o minore suddivisione dell'unità che è sempre di 4 centimetri.

L'importanza grande che ha la stadia nella moderna scuola topografica ci obbliga a dedicarvi intieramente il capitolo seguente onde far conoscere ne' suoi minimi particolare questo semplice quanto utile istrumento.

CAPITOLO II.

STADIE.

213. Coi tacheometri costruiti all'estero, in ispecie con quelli del Richer di Parigi e della Ditta Troughton & Simms di Londra i più generalmente noti, di cui faremo parola nel capitolo seguente, si usa la *Stadia in centimetri* descritta al n.° 196 fig. 71 che è quella più comunemente impiegata nella pratica per le operazioni di Celerimensura.

Un altro tipo di questa specie di stadie è rappresentato nella fig. 85, in cui ciascun spazio bianco e nero, come nella precedente, che è nel vero di un centimetro, rappresenta un metro. È al solito formata di un'asta della lunghezza di 4^m ripieghevole a cerniera; in essa i numeri rappresentano decimetri, e procedono continui per tutta la lunghezza dell'asta. Le letture perciò si fanno in *unità di centimetro,* per cui se la posizione rispettiva dei fili del micrometro fosse quella segnata nella fig. 85 si leggerebbero ai medesimi $39^m,50$; $27^m,00$; e $14^m,50$.

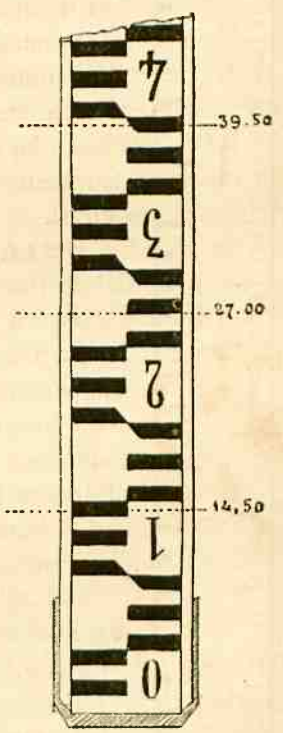


Fig. 85.

L'unità di divisione della stadia comune essendo molto piccola riesce difficile (specialmente a distanze superiori anche di poco a 100^m) all'operatore di frazionarla esattamente, ossia di stimare con precisione la posizione esatta che occupa il filo del micrometro in uno degli spazii o bianchi o neri

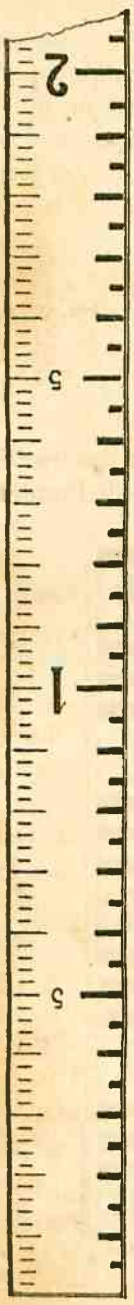


Fig. 86.

dal medesimo attraversato. A facilitare un po' tale stima si usa dipingere le stadie a tratti bianchi e rossi: il filo nero proiettandosi su di un campo rosso anzichè nero, si comprende di leggieri come debba riuscire più agevole individuare la posizione del medesimo e stimare con maggior precisione la frazione del metro. Ma per quanta diligenza vi consacri, e per quanta sia la pratica acquistata dall'operatore, non si può spingere il frazionamento oltre i decimetri.

Il Porro che avea compreso che tutta la base de' suoi procedimenti topografici consisteva per così dire nel potere *indirettamente* rilevare o misurare le distanze con tutta l'approssimazione che è concesso ottenere con le ordinarie misure dirette, abbandonò l'*unità centimetro* riconosciuta troppo piccola, per assumerne un'altra multipla di quella, creando così una nuova stadia di cui ora faremo parola giacchè coi Tacheometri italiani e coi Cleps (istrumenti proprii della moderna Topografia e costruiti nell'officina *La Filotecnica* fondata dal Porro stesso) s'impiega esclusivamente questa nuova stadia avente l'unità di 4 centimetri.

214. *Stadie o mire del Porro.* Le stadie o mire del Porro hanno come si disse l'*unità di 4 centimetri,* e ciascuna di queste viene suddivisa in 2, in 5 od in 10 parti eguali, così che si ha una *divisione grande*, una *media*, ed una *piccola.*

Siccome poi ordinariamente le divisioni *grande* e *media* vengono dipinte sulla stessa faccia di una mira, ed invece le divisioni *piccole* in un mirino speciale, così si hanno le due seguenti specie di stadie, aventi però ambedue l'unità di $0^m,04$.

a) *Stadia* a divisione grande e media e che serve appunto per le medie e grandi distanze, superiori a m. 100.00. Consta questa di un'asta lunga m. 4.00 e ripieghevole a cerniera, v'ha inoltre un pezzo scorrevole pure numerato per cui la lunghezza totale risulta di m. 5.00:

b) La piccola stadia o mirino della lunghezza di soli m. 2.00 che si adopera soltanto per distanze brevi (inferiori

a m. 100) e con cannocchiali potenti, come appunto sono quelli applicati a quasi tutti gl'istrumenti del Porro.

215. *Stadia con divisioni grande* e *media.* La fig. 86 rappresenta appunto nella scala di $^1/_5$ del vero questo genere di mira, nella quale a destra di chi guarda avvi la *divisione grande*, a sinistra la *media.*

Esamineremo entrambe queste divisioni, ma prima è necessario premettere le seguenti avvertenze:

L'unità di divisione è al vero di *quattro centimetri*:

I numeri grossi rappresentano *decine* di unità, ed il numero piccolo 5 segnato fra due di essi, rappresenta le 5 unità intermedie.

Le suddivisioni sono sempre fatte con tratti il cui spessore è in rapporto costante coll'ampiezza dell'ultima suddivisione, ed è precisamente $^1/_5$ *di tale ampiezza*, il che, come vedremo, fornisce un criterio facile per agevolare la stima nelle letture. Lo spazio bianco è quadruplo del tratto nero.

Le letture si fanno sempre *da mezzo a mezzo di tratto.*

Ciò premesso vediamo ora come si possa frazionare a vista l'unità di questa stadia, al quale scopo si è appunto rappresentato nella fig. 87 una di tali unità in grandezza maggiore del vero ($0^m,04$) e precisamente nella scala di due volte e mezzo più del naturale.

Esaminiamo dapprima la *divisione grande* a destra.

L'unità (di 4^{cm}) è divisa come si vede in due parti, l'ultimo intervallo di mira è quindi di 2^{cm}, e rappresenterà m. 0,50 nell'unità di mira, giacchè l'intiera unità corrisponde o rappresenta un metro.

Per cui se un filo del micrometro si vedrà nelle posizioni *a*, *b* e *c*, dovremo leggere alla mira $20^m,00$; $20^m,50$; $21^m,00$.

Sembrerebbe dunque a tutta prima che con questa parte di stadia a divisione grande si dovesse limitare la stima della lettura a mezzo metro, ma effettivamente non è così come ora vedremo. Infatti, abbiamo detto che la grossezza del tratto nero è sempre $^1/_5$ dell'ultimo intervallo e nel caso in ispecie di $2.^{cm}$ ossia $^1/_{10}$ dell'intiera parte (4^{cm}) per cui possiamo dire che lo spessore del tratto nero è $0^m,10$ dell'unità di mira.

Per conseguenza se la posizione del filo si vedrà nelle posizioni *e* ed *f* lambenti il tratto, per la prima avremo $20^m,50$ meno una mezza grossezza di tratto ossia $0^m,05$ quindi $20^m,45$;

nella seconda leggeremo 20^{m},50 più una mezza grossezza di tratto, cioè 20^{m},55.

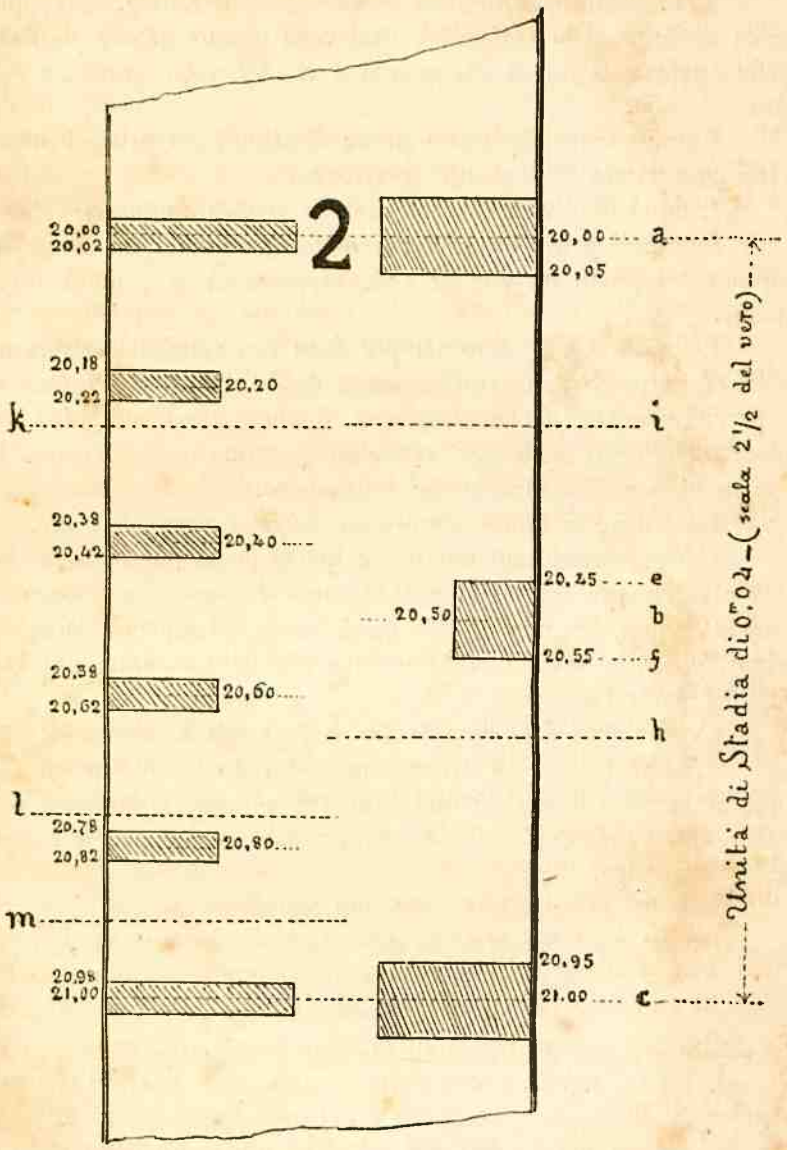


Fig. 87.

Analogamente se il filo si troverà prossimo al lembo degli altri due tratti neri, si leggerà 20^{m},05 e 20^{m},95 com'è indicato nella figura.

Quando poi la posizione del filo è tale che non corrisponde prossimamente nè alla linea assiale nè ai lembi dei tratti neri bisogna prendere per *unità di stima* la grossezza stessa del tratto che sappiamo rappresentare, in tale divisione, $0^m,10$ dell'unità della mira.

Ciò posto se un filo corrisponderà alla posizione *h* in guisa che si stimi distante dal più prossimo tratto nero di quant'è lo spessore dello stesso tratto dovremo leggere $20^m,50 + 0,05$ che è la metà dello spessore del tratto $+ 0^m,10$, ossia $20^m,50$ più una grossezza e mezza $= 0^m,15$ vale a dire $20^m,65$ com'è indicato dalla stessa fig. 87.

Se il filo poi cadesse nella posizione *i* corrispondente prossimamente alla metà dello spazio bianco, siccome questo è quadruplo del nero e quindi equivalente a $0^m,40$ in unità di stadia avremo $20^m,00$ più due grandezze e mezzo di tratto nero ossia $0^m,25$, quindi si leggerebbe $20^m,25$.

Così in corrispondenza della metà dell'altro spazio bianco si leggerebbe evidentemente $20^m,75$.

Dal suesposto ne segue che mercè la *grande divisione* della mira si può questa frazionare in guisa da avere le distanze con l'approssimazione inferiore ad $^1/_{2^c}$ per ciò che dipende dalla stima ad occhio, il che non è certamente possibile in base alle stadie all'unità di centimetro.

Ciò nonostante, lo si è già detto e qui lo si ripete, non si usa che raramente della *grande divisione*, e limitatamente a distanze molto rilevanti, sempre superiori ai 200^m, impiegando invece per distanze inferiori ai 200^m, della *media divisione* mercè la quale si può ottenere un maggior sfrazionamento dell'unità sia direttamente che a stima come ora vedremo.

216. *Divisione media.* Come si vede dalla stessa fig. 86 la divisione media trovasi a sinistra e ciascuna unità (di $4.^{cm}$) è divisa in cinque parti eguali, perciò l'ultimo intervallo di stadia è $\frac{0,04}{5} = 0,008$ il che evidentemente corrisponde a m. 0,20 nell'unità di mira.

In altri termini siccome ciascuna unità corrisponde in generale ad 1^m di distanza, così l'unità essendo divisa in 5 scomparti, ciascuno di questi rappresenta $^1/_5$ di metro ossia $0^m,20$; quindi sembrerebbe anche qui che la stima si limitasse cadere sulle frazioni inferiori ad $^1/_c$ di metro; ma ora vedremo subito

che la cosa non è veramente così e lo sfrazionamento si può spingere ben più oltre. La grossezza di ciascun tratto nero è $^1/_5$ dell'ultimo intervallo ossia $\frac{0{,}008}{5} = 0{,}0016$ e quindi in unità di mira è eguale a $\frac{0{,}20}{5}$, ossia $0^m{,}04$ e la mezza grossezza del tratto stesso $0{,}^m02$. Ciò premesso, atteso cioè al rapporto che passa tra lo spessore dei tratti e l'ampiezza degli intervalli, se noi immaginiamo che il filo scorra l'intiera parte della stadia rappresentata nella fig. 87, in iscala due volte e mezza più del vero, quando il filo si troverà a lambire i tratti neri od in corrispondenza della linea assiale dei tratti stessi, le letture corrispondenti saranno rispettivamente quelle segnate a lato di ciascun tratto nella figura succitata.

Per posizioni del filo intermedie vale la regola data per la divisione grande, ossia si prenderà per unità di stima la grossezza del tratto medio che sappiamo essere eguale a $0^m{,}04$ dell'unità di mira.

Siccome poi nella stadia in esame abbiamo entrambe le divisioni *grande* e *media*, sarebbe indifferente assumere come unità di stima il tratto grosso piuttosto che il piccolo, ma per parte nostra consigliamo a servirsi sempre del piccolo, e non ricorrere al grosso se non in casi speciali come sarebbe se il filo coincidesse colla linea assiale o coi lembi di uno dei tratti neri grossi, oppure cadesse più prossimo ad uno di questi per cui riuscisse più agevole sfrazionare l'unità della mira con questo piuttosto che con uno dei piccoli.

Anzi nella divisione media è forse meglio e più speditivo assumere come unità di stima la mezza grossezza del tratto piccolo come appare manifesto dai seguenti esempi.

Se il filo occupasse la posizione *k* la lettura o distanza sarebbe $20{,}^m20$ più una grossezza e mezzo ossia tre mezze grossezze ognuna di 2 centesimi, pari quindi a 6 centesimi e quindi $20^m{,}26$. Nella posizione *l* si leggerebbe $20^m{,}80$ meno due mezze grossezze ossia 4 centesimi e quindi $20^m{,}76$; infine nella posizione *m* in cui il filo ricade nel mezzo del tratto bianco sarà

$$20^m{,}80 + 0^m{,}10 = 20^m{,}90, \text{ ecc., ecc.}$$

Si vede dunque che da tale unità e da una siffatta divisione si può ottenere uno sfrazionamento di circa $\frac{1}{50}$ dell'unità di mira,

ma col mirino di cui ora faremo parola, si può spingere ancora la stima ad un limite maggiore.

217. *Mirino a divisione piccola.* Questa stadia è rappresentata nella fig. 88, e nell'altra fig. 89 in grandezza naturale. L'unità è sempre di 4 centimetri ma divisa in 10 parti, l'ultimo intervallo è quindi di 4^{mm} che corrisponde a $0^{m},10$ nell'unità di mira. La grossezza del tratto nero è sempre $\frac{1}{5}$ dell'ultimo intervallo ossia $\frac{0.004}{5}$ equi-

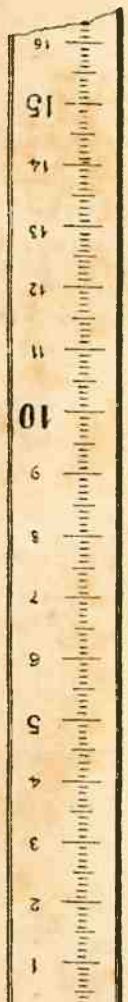


Fig. 88.

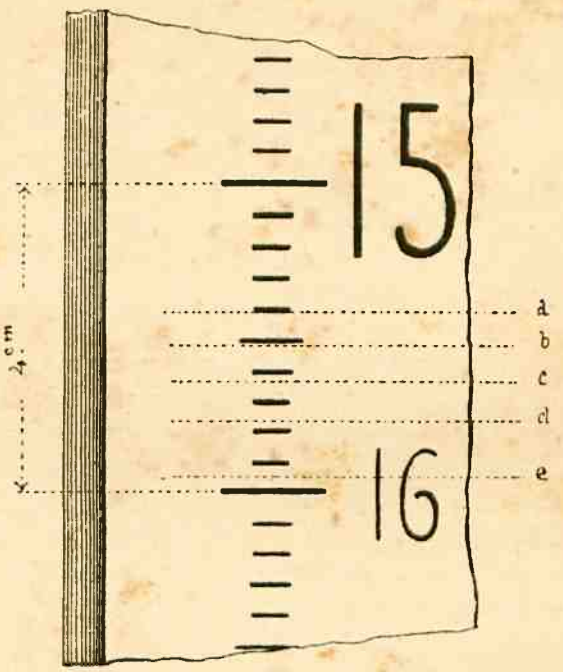


Fig. 89.

valente a 0,02 nell'unità di mira e per conseguenza mezza grossezza corrisponde ad *un centesimo* dell'unità anzidetta.

Le letture facendosi sempre da mezzo a mezzo di tratto, noi avremo direttamente le letture di 10 in 10 centesimi di unità di mira quando il filo corrisponderà al mezzo di ciascun tratto nero; pel rapporto poi costante ($^{1}/_{5}$) che passa tra la grossezza del tratto nero e dello intervallo bianco, prendendo appunto per unità di stima la mezza grossezza del tratto nero potremo apprezzare al centesimo la lettura quando la posi-

zione del filo non lambe i tratti neri o non ricade sui medesimi come negli esempi che seguono.

Nella posizione *a* si leggerà 15,40 più una mezza grossezza di tratto, ossia 15,41. Nella posizione *b* leggeremo 15,50 più una grossezza di tratto ossia più 2 centesimi, e quindi 15,52.

Se invece il filo del micrometro appare nella posizione *c*, si leggerà 15.60 più una grossezza e mezzo ossia tre mezze grossezze di tratto (ognuno di 1 centesimo) e quindi 15,63. Viceversa nella posizione *d* noi leggeremo 15,80 meno tre mezze grossezze di tratto, e perciò 15,77. Infine nella posizione *e* in cui il filo appare nel mezzo dello intervallo bianco, si leggerà evidentemente 15,95, ecc.

218. Da quanto abbiamo esposto in ordine a queste diverse stadie, si rileva come sia stata felice la scelta della nuova unità di mira di 4 centimetri, non che la suddivisione della unità stessa nel modo indicato a seconda delle diverse distanze. Con un po' di pratica ci si abitua al nuovo sistema di graduazione ed in breve tempo si riesce a leggere con una facilità e precisione che a tutta prima non si crederebbero mai.

La scelta di una tale unità ha poi un altro vantaggio di cui ora, ma più in seguito, apprezzeremo tutta l'importanza quando cioè parleremo dei micrometri applicati ai cannocchiali analattici del Porro. Tale vantaggio consiste nel semplificare in modo sensibile i calcoli necessarii per la determinazione del numero generatorio *S* ossia della distanza assoluta fra il punto di rilievo ed il centro dello istrumento.

Dicesi *rapporto diastimometrico* il rapporto fra l'unità di stadia all'unità di distanza e che indicheremo con

$$\frac{1}{r}$$

Ora eseguendo le letture colla stadia avente *l'unità di* $0^m,04$, per ridurre la loro differenza ad *unità di metro*, occorrerà moltiplicare tale differenza prima per $\frac{4}{100}$, indi per r reciproco del rapporto diastimometrico anzidetto, ossia moltiplicarla pel fattore

$$\frac{4 \times r}{100}$$

ora se assumiamo r in guisa che moltiplicato per $\frac{4}{100}$ dia l'u-

nità od un multiplo del 10, il prodotto della suindicata differenza pel fattore

$$\frac{4 \times r}{100}$$

riescirà tanto facile da potersi eseguire anche mentalmente.

Esempio:

Il rapporto diastimometro per un dato micrometro sia $\frac{1}{25}$; ai fili a e b dello stesso micrometro siansi eseguite rispettivamente le seguenti letture

$$a = 97.23$$

$$b = 35.22$$

avremo

$$D = (97.23 - 35.22) \times \frac{4 \times 25}{100} =$$

$$= 97.23 - 35.22 = 62^{m},01,$$

ossia essendo nel caso in ispecie il fattore $\frac{4 \times 25}{100}$ eguale all'unità, la distanza cercata si ha senz'altro dalla differenza delle due letture come nella comune *stadia al centimetro.*

219. *Stadia coll'unità di 2 centimetri.* Con un piccolo tacheometro, di cui faremo parola al capitolo seguente, si suole impiegare una stadia coll'unità di 2 centimetri che è una delle tante mire così dette parlanti di cui si fa uso nelle ordinarie livellazioni, quando si eseguiscano battute a distanze piuttosto grandi in cui la stadia comune al centimetro riuscirebbe un po' confusa in ispecie coi cannocchiali annessi ai comuni livelli.

La fig. 90 rappresenta questa nuova stadia in iscala metà del vero. I numeri rappresentano al solito decine, e le letture si fanno da mezzo a mezzo di ciascun tratto nero.

Nella fig. 91 è invece rappresentata un'unità di detta mira in grandezza naturale.

La grossezza del tratto nero è $^{1}/_{5}$ della intiera parte od unità e quindi prendendo la mezza grossezza di detto tratto come unità di stima, si può sfrazionare la unità della stadia sino a $^{1}/_{5}$. Per cui la detta mezza grossezza equivale a 0,10 in unità di stadia.

Ciò premesso, e dopo quanto si è esposto in ordine alle stadie del Porro, sarà facile comprendere che qualora le posizioni di un filo del micrometro siano quelle segnate



Fig. 90.

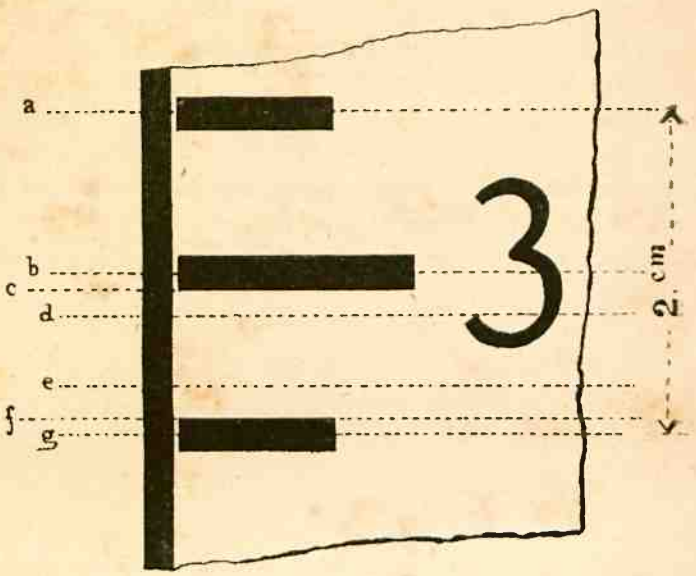


Fig. 91.

nella fig. 91 si leggerà rispettivamente

al filo *a*, 34.00
» » *b*, 35.00
» » *c*, 35.10 (35 + $^1/_2$ grossezza)
» » *d*, 35.30 (35 + $^3/_2$ »)
» » *e*, 35.45 (35 — $^3/_2$ »)
» » *f*, 35.95 (35 — $^1/_2$ »)
» » *g*, 36. —

Parlando dei speciali micrometri annessi ai cannocchiali analattici dei goniometri proprii della moderna Topografia torneremo e più diffusamente su tale argomento, ed allora vedremo meglio tutto il vantaggio che si può ricavare dalle stadie del Porro.

Termineremo questo capitolo con un avvertimento.

Nel misurare le distanze con questo mezzo, ossia indirettamente mercè l'uso delle stadie, necessita più che mai che la mira sia sempre tenuta ben ferma sul punto di rilievo ed in direzione costantemente verticale; condizione quest'ultima che si ottiene mercè un piombino di cui dev'essere sempre munito il porta mira e che dovrà pure sempre tenere convenientemente applicato ad uno dei lati della mira stessa, finchè questa rimane sul punto.

Per l'esattezza delle misure sono queste due condizioni imprescendibili e la disparità dei risultati in due letture successive, non dipende che da leggiere inclinazioni fatte subire dal portamira alla stadia nello intervallo che corre fra l'una e l'altra lettura.

CAPITOLO III.

TACHEOMETRI

220. In seguito alle pubblicazioni del Porro sui nuovi procedimenti topografici, i migliori costruttori d'istrumenti di precisione, sia in Francia che in Inghilterra ed in Germania posero mano alla costruzione di *Tacheometri*. Fra i primi va segnalato il signor *Richer* di Parigi, in seguito alla pubblicazione fatta dal signor *I. Moinot* del suo lavoro *Levés de Plans à la stadia*[1] col quale dimostrava tutta la utilità che si poteva ricavare dalla applicazione dei procedimenti del Porro allo studio di progetti stradali.

La ditta *Troughton e Simms* di Londra mise poscia in commercio un altro tipo di tacheometro preferibile a quello del Richer.

Il Salmoiraghi distinto discepolo e successore del Porro, visto il favore che incontrava presso i Geometri il tacheometro in confronto del Cleps, pur mantenendo alta colla sua competenza e colle sue pubblicazioni la importanza di questa ultima forma di istrumento topografico, come la più pratica e perfetta, comprese che era mestieri tornare ancora al tipo tacheometro come quello che praticamente veniva maggiormente richiesto.

Siccome poi gl'istrumenti costruiti da questo distinto ingegnere ed abile meccanico, hanno la grande prerogativa di essere italiani e di potere competere favorevolmente cogli analoghi delle migliori fabbriche francesi, inglesi e germaniche, così è a questi che noi daremo la preferenza, e di questi con qualche dettaglio ci occuperemo non accennando agli stranieri che in linea affatto sommaria.

221. *Tacheometro Italiano di Salmoiraghi.* Nello Istituto ottico matematico *La filotecnica*, fondata dal Porro sino dal 1864 in Mi-

---

[1] Paris. *Dunoud Editeur* 3ª édition, 1877.

lano, ora di proprietà dello ing. A. Salmoiraghi e dal medesimo diretta, si costruiscono tre specie di tacheometri distinti colle seguenti denominazioni:

A) *Tacheometro normale*, detto anche tacheometro *grande modello* o di *prima grandezza;*

B) *Tacheometro medio* o di *seconda grandezza;*

C) *Tacheometro piccolo modello* o di *terza grandezza*, ma più comunemente conosciuto col nome di *Tacheometro Soldati*, perchè ideato e proposto dallo ing. cav. Vincenzo Soldati, uno dei più zelanti cultori della nuova scuola topografica.

Diremo partitamente di ciascuna di queste tre specie di Tacheometri.

222. *A*) *Tacheometro a verniero grande modello.*

Questo speciale istrumento è rappresentato nella fig. 92, e si riconosce alla semplice ispezione della medesima come nel suo

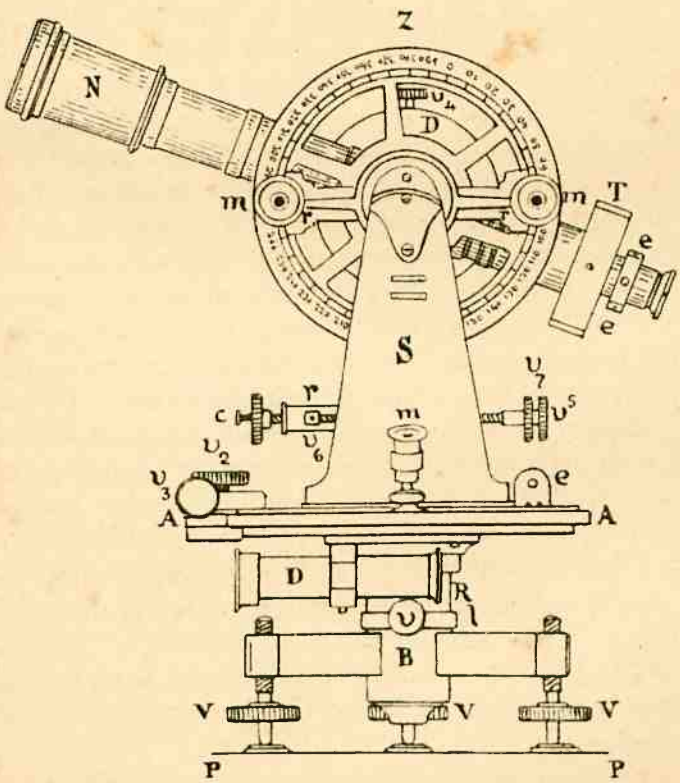


Fig. 92.

insieme sia foggiato sullo schema del goniometro di cui si è fatto cenno al n.° 153.

Tale istrumento, come allora si disse, può quindi considerarsi composto di due parti principali e distinte; della *base* o *parte fissa* (fig. 93) e che è quella poi che viene direttamente collegata col treppiede di sostegno *P P*, e della parte girevole od *alidada* (fig. 92) che insiste sulla prima e viene costituita di un disco sul quale sorgono due montanti o sostegni *S* sui quali poggiano i perni del cannocchiale coll'annesso circolo verticale *Z*.

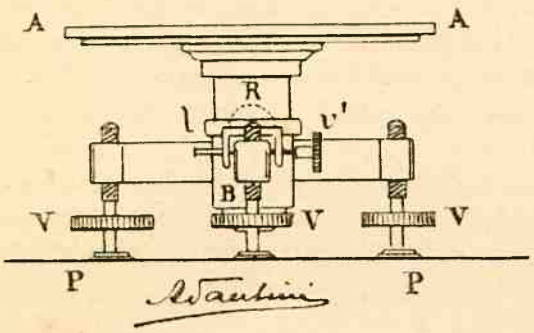


Fig. 93.

Vediamone ora i particolari, limitandoci a quelli soltanto che lo studioso deve necessariamente conoscere prima di avere sotto mano uno di questi istrumenti e che persona pratica gli additi il maneggio del medesimo, convinti che un tale maneggio sia ben difficile apprenderlo da una semplice descrizione di ogni singolo dettaglio per quanto precisa e minuziosa.

a) *Base o parte fissa.* Come si scorge dalle apposite fig. 92, 93 è essa costituita da un *mozzo B*, dal quale si dipartono tre razze o braccia portanti alle loro estremità le tre viti *V*. Le punte delle viti poggiano su tre dischetti metallici amovibili situati sulla piattaforma del treppiede, sul quale sempre viene installato l'istrumento quando si opera in campagna. Questa parte del tacheometro è quella propriamente che costituisce la *base* dello istrumento. Superiormente al mozzo *B* ed inperniato entro il medesimo sorge un breve albero cilindrico *R* detto propriamente *bronzina*, la quale può girare a sfregamento dolce entro il mozzo anzidetto. Alla parte superiore della bronzina è assicurato il *cerchio orizzontale A*, formato da un disco col bordo rialzato e nel quale è incastonata la zona graduata.

Alla bronzina è raccomandata una leva *l* portante alle sue estremità due viti *v, v* . La vite *v*, e disposta nel senso della lun-

ghezza della leva, serve a fissare la bronzina (e l'annesso cerchio azimutale) alla base *B*; l'altra estremità della leva *l* termina, come si vede, (fig. 93) a guisa di forcella abbracciante una delle razze del mozzo, e la vite v', disposta normalmente alla leva stessa, detta *vite di richiamo*, o *vite micrometrica* serve (una volta vitata la prima) ad imprimere fini movimenti al cerchio orizzontale.

b) *Alidada.* Entro la bronzina è infilato il pernio proprio dell'alidada, che può quindi girare a dolce sfregamento entro la medesima. A questo perno è assicurato un disco che può girare a filo del lembo graduato del sottostante cerchio azimutale. Sul disco anzidetto sorgono i due sostegni *S* sui quali, come si disse, poggiano i perni dell'asse di rotazione del cannocchiale *N* e dello annesso circolo verticale *Z*.

L'assieme di questi pezzi costituisce appunto quella parte dello istrumento che si distingue col nome di *alidada*.

Al disco che forma la base della alidada è assicurata una appendice a foggia di piccola morsa abbracciante il circolo azimutale, e munita di due viti v_2 e v_3. La prima di queste vite detta *vite di pressione* serve a fissare l'alidada al cerchio orizzontale, e l'altra detta *vite di richiamo* o *micrometrica*, ha per iscopo, fissata la prima, di imprimere all'alidada dei piccolissimi movimenti.

Alle estremità dei due sostegni *S* poggiano i perni dell'albero di rotazione del cannocchiale al quale da una parte è fissato il cerchio zenitale *Z*, e che quindi ruota al girare dell'albero stesso. Dalla parte opposta e fissato al relativo montante vi è un disco *D* ed un peso destinati ad equilibrare l'istrumento ed a ricevere sia la vite di pressione v_1, che serve ad arrestare il movimento di rotazione del cannocchiale quanto la *vite micrometrica* v_5 *r c* destinata ad imprimere fini movimenti al cannocchiale, e quindi al circolo zenitale, al medesimo connesso previo avere fissata l'anzidetta vite di pressione v_4.

c) *Cerchi azimutale e zenitale.* La graduazione è in ambedue centesimale, e procede da sinistra a destra come negli ordinarii goniometri. Ciascun grado è diviso in quattro parti eguali. In entrambi gli anzidetti cerchi sonvi due *vernieri* disposti alla estremità di un diametro dei medesimi, ciascuno abbraccia 24 parti della graduazione ed è diviso in 25, per cui dietro quanto si è detto al n.° 159 essi dànno l'approssimazione di un minuto primo ossia di un centesimo di grado ($0^g,01$ pari a $32'',4$ sessagesimali).

I vernieri del cerchio azimutale sono applicati al disco che serve di base all'alidada e che seguendo i movimenti della stessa alidada scorre, come abbiam detto, a filo della graduazione del lembo del cerchio azimutale sottostante.

L'inversa ha luogo relativamente al cerchio verticale, i due vernieri sono fissi ed è il cerchio zenitale anzidetto che girando col cannocchiale scorre a filo dei medesimi.

I vernieri si leggono mercè i microscopi composti *m*, i cui oculari sono scorrevoli in guisa da poterli adattare alla vista di ogni singolo osservatore.

Quantunque ciascun verniero sia tutto compreso nel campo del microscopio, tuttavia è questo girevole in modo da poterlo guidare nella parte del verniero che più interessa di esaminare.

Per rendere orizzontale il cerchio azimutale vi sono sul disco non graduato dell'alidada due *livellette* cilindriche *e*, disposte in direzioni fra di loro normali. Una sola è visibile nella fig. 92, l'altra rimanendo coperta dai sostegni *S*.

Si rettificano nel modo indicato al n.° 184 dopo di che si rende orizzontale il cerchio orizzontale come si è detto al n.° 183.

d) *Declinatore magnetico.* L'apparecchio magnetico *D* è fissato alla superficie inferiore del cerchio azimutale, e l'ago è sospeso in un piccolo tubo orizzontale munito di oculare scorrevole, e di un diaframma al posto dell'obiettivo sul quale è inciso una graduazione che si estende in parti eguali tanto a destra che a sinistra dello zero delle divisioni.

Le fig. 94 e 95 rappresentano due sezioni del declinatore, una nel senso dell'asse dell'ago, e l'altra normalmente al medesimo.

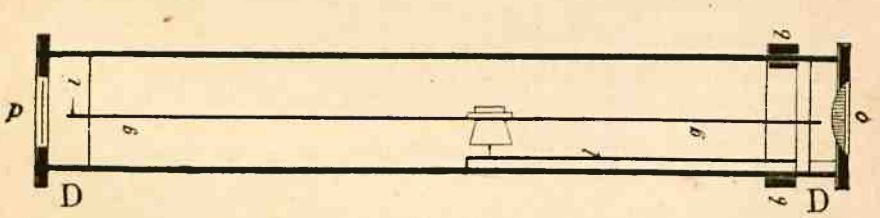


Fig. 94.

Il magnete (fig. 94) è sospeso in bilico su di una punta nello interno del tubo *D* ad un estremo del quale vi ha l'oculare *O* ed all'altro una piastrina *p* sottile d'avorio sulla quale è incisa una divisione (fig. 95).

All'estremo nord dell'ago calamitato sorge una punta *i*, che

osservata all'oculare *o* appare ingrandita e si proietta sulla scala della piastrina *p* come appare dalla fig. 95.

Girato l'istrumento in guisa che il declinatore sia disposto prossimamente nella direzione del meridiano magnetico del luogo, col diafragma rivolto al nord si vedrà l'ago oscillare intorno alla linea mediana della scala. Appena l'ago è in riposo mercè la vite di richiamo *v'*, (fig. 92) si porterà l'ago a coincidere esattamente colla linea mediana anzidetta. Il piccolo pernio che sostiene l'ago è fissato allo estremo di una leva *l*, per cui premendo o girando un bottone annesso all'annello *b*, si arrestano i movimenti dell'ago anzidetto.



Fig. 95.

La figura schematica 96 rappresenti l'istrumento. In *A A'* è proiettato il circolo azimutale, in *B B'* la parte inferiore o base dell'alidada portante i due nonii *r*, *r'* diametralmente opposti e scorrenti a filo colla zona graduata del detto circolo azimutale. La punteggiata *S N* rappresenti l'asse dell'ago magnetico del declinatore *D* fissato, come si disse, alla faccia inferiore del detto circolo. *L L*, sia la traccia del piano di collimazione con quello del circolo orizzontale. I zeri dei vernieri siano stati collocati in corrispondenza del diametro 0^g—200^g del cerchio anzidetto.

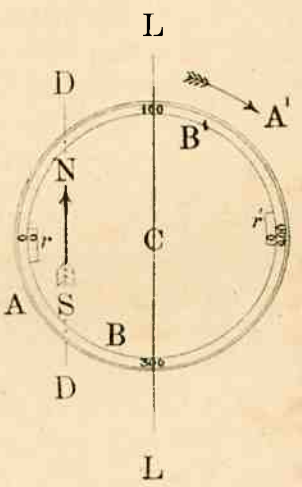


Fig. 96.

Il costruttore può sempre disporre le cose in modo che le due rette *S N* ed *L L* riescano parallele. Ammesso dunque per costruzione questa condizione di cose, egli è evidente che posto l'istrumento in stazione, e girandolo opportunamente attorno al suo asse generale, finchè l'ago si disponga nella direzione *S N*, e ciò ottenuto, lo si fissi mercè la vite *v*, non avremo che a far girare l'alidada sinchè ai due indici si legge 0^g e 200^g perchè il piano di collimazione del cannocchiale coincida col meridiano magnetico del punto di stazione.

Se dunque per un momento supponiamo che la direzione dell'ago magnetico, per luoghi non molto distanti, si mantenga costante, si vede di leggieri come si possa mercè un tale appa-

recchio, trasportare la *direzione d'origine* delle misure angolari θ, sempre paralellamente a sè stessa, e con essa tutto il sistema di assi coordinati, giacchè basterà condurre in tutte le stazioni lo zero della scala in coincidenza colla punta *i* dell'ago in riposo.

Tale operazione è ciò che comunemente dicesi *orientare l'istrumento.*

L'*orientazione* adunque del tacheometro la si ottiene, portando lo zero dell'indice normale in coincidenza collo zero del circolo azimutale, indi sciolta la vite *v*, girare a mano il cerchio anzidetto sino a diporlo in guisa, mercè il senso pratico che abbiamo della direzione sud-nord, che il declinatore *D*, o la linea di collimazione del cannocchiale, siano rivolti verso il nord, e poscia fissata la vite *v*, ricondurre la punta *i* dell'ago magnetico, mercè la vite di richiamo *v'*, a coincidere esattamente collo zero della scala tracciata sul diaframma del tubetto del magnete. Per costruzione la linea di collimazione del cannocchiale essendo parallela all'asse dell'ago magnetico, tale linea ed il piano da esso determinato coinciderà colla direzione del meridiano magnetico passante pel punto di stazione.

Si può poi mercè le opportune viti rettificare la posizione del declinatore rispetto alla graduazione del circolo, in modo di avere sempre soddisfatta la superiore condizione ed anche, volendolo, di far sì che la linea di collimazione del cannocchiale faccia coll'asse del declinatore un angolo eguale e contrario a quello della *declinazione* del luogo, con che le misure angolari θ avrebbero la loro origine sul *meridiano vero* anzichè sul meridiano magnetico.

Non deve fare impressione allo studioso che non sia il diametro 0^g—200^g che corrisponde colla direzione fissa a cui riferire le anomali θ, e come per lo addietro abbiamo sempre, per facilità di esposizione, teoricamente supposto. Quello che interessa si è che la *direzione d'origine* delle misure angolari θ, si mantenga sempre paralella a sè stessa in tutte le successive stazioni, e che ad essa corrisponda l'anomalia speciale $\theta = 0^g$.

Ma lo avere l'istrumento corretto della declinazione magnetica di un dato luogo non ha nessuna importanza, come pure si potrebbe benissimo sopprimere dai tacheometri il *declinatore,* giacchè dopo tutto quanto venne precedentemente esposto sappiamo già come si possa trasportare, da una stazione *A* all'altra *B* e paralellamente a sè stesso il sistema istrumentale di assi coordinati, facendo

in guisa che l'azimut 0′ del lato AB rilevato nella seconda stazione in B sia eguale a quello 0 dello stesso lato AB rilevato stando in A, aumentato o diminuito di 200^g qualunque poi si fosse la direzione originaria del diametro 0^g—200^g.

Ma siccome v'ha mezzo di correggere il non paralellismo della direzione dell'ago magnetico in stazioni successive come vedremo in seguito, così in pratica si pretende che i goniometri siano muniti di declinatori, presentando dei vantaggi, che quantunque secondarii, non occorre alle volte trascurare.

e) *Cannocchiale.* La fig. 97 lo rappresenta nella scala metà del vero. Presenta la forma del cannocchiale comune descritto al n.° 147. Esso consta di un tubo principale t che è quello che porta l'*obiettivo* O. Nello interno di questo tubo, e fissato bene al medesimo, trovasi un altro tubo t_1, di diametro molto più piccolo, e portante la *lente anallatica* α.

Entro all'inviluppo esterno e concentrico al medesimo può scorrere, mercè un ingranaggio mosso dalla vite X un altro tubo t_2 che è quello che porta l'oculare o e la piastrina dei fili m, che si vede anteriormente alla lente anallatica. L'oculare è poi assicurato ad un breve tubetto t_3 infilato a dolce sfregamento in quello t_2 onde poterlo far scorrere a mano in questo ed addattarlo alla vista. Con questi due movimenti di cui è suscettibile il cannocchiale, si evita il diffetto che abbiam chiamato *paralasse dei fili* di cui al n.° 147 suddetto.

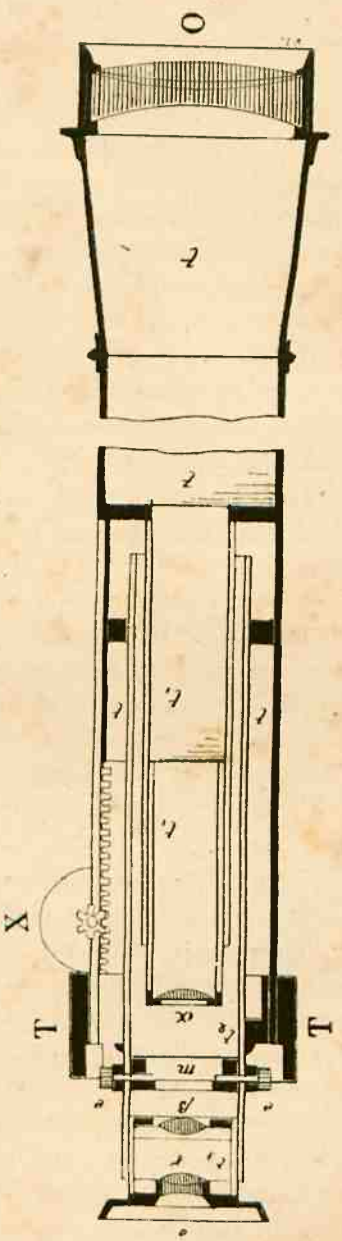


Fig. 97.

Ed ora diremo di taluni particolari di questa parte tanto importante del tacheometro.

L'*obiettivo* è *aplanetico* (n.° 145), cioè costituito di due lenti accoppiate (l'una di Crown, l'altra di Flint) onde avere immagini scevre dai difetti accennati al n.° 145 succitato.

L'*oculare* è del tipo detto comunemente di Ramsden, dal nome dell'inventore inglese, che per primo lo propose. L'oculare Ramsden è formato di due lenti piano convesse disposte in guisa da rivolgersi la convessità. Nel cannocchiale in esame l'oculare risulta invece di un gruppo di tre lenti com'è indicato nella figura 97, ossia di una lente biconvessa β prossima al reticolo, e di due altre accoppiate in prossimità del foro dell'armatura dell'oculare stesso, di queste ultime, una è biconvessa, e l'altra è biconcava. Questo speciale oculare dicesi *ortoscopico* ed ha il vantaggio su quello comune di Ramsden, di presentare, a parità d'ingrandimento, una maggior porzione d'immagine perfettamente definita, ossia un *campo* maggiore.

L'ingrandimento è di circa 30 volte. Nel *campo* focale è disposto il reticolo di cui ora faremo parola.

f) *Micrometro.* È questo rappresentato nella fig. 98, e consta di una piastrina di cristallo *m* sulla quale sono state incise sei finissime lineette, due fra di loro normali e determinanti col loro incrocicchio l'asse di collimazione principale del cannocchiale, e gli altri quattro *a*, *a'*, *b*, *b'*, simetrici a quello orizzontale *c*. Sono questi i fili che servono alla misura delle distanze.

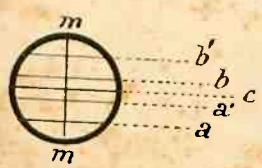


Fig. 98.

Come ora vedremo la molteplicità dei fili fu introdotta dal Porro per i seguenti motivi: primo, per avere il valore della distanza dalla media di due risultati e quindi con un'approssimazione molto maggiore al vero; secondo per stabilire due angoli diastimometrici differenti e servirsi dello stesso micrometro per distanze molto variabili, le coppie dei fili *a b* ed *a' b'* comprendono un angolo diastimometrico $\omega = 2062''6 = 0{,}01$, mentre l'angolo ω corrispondente ai fili centrali *a' b* è eguale a $825'' = 0{,}004$, ossia $^2/_5$ soltanto del primo: terzo per avere un controllo della esattezza delle letture eseguite.

g) *Misura delle distanze e della mediana.* La stadia che si usa comunemente con questo tacheometro è quella del Porro coll'unità di 4 centimetri.

Indichiamo al solito colle stesse lettere a, a', b, b i fili e le letture rispettivamente ai medesimi eseguite: con

S il *numero* delle parti eguali od unità di stadia e frazione di esse comprese nel tratto di mira intercetto dall'angolo diastimometrico ω; con

D la *distanza* compresa fra il punto a cui si collima ed il piede dello istrumento (supposta orizzontale la linea di collimazione del cannocchiale); con

h la *mediana*, ossia l'*altezza verticale* compresa tra il piede della stadia ed il punto di essa in cui viene incontrata dalla linea di collimazione del cannocchiale (supposta questa sempre orizzontale) e che serve, come si sa, per la determinazione delle quote altimetriche.

Le letture alla stadia si possono eseguire sia coi soli fili a e b, oppure a' b', quanto coi soli centrali a', b, ma è necessario usarli tutti e quattro, giacchè in tal guisa si ha un controllo della esattezza delle letture, si rende più spedita la valutazione di h, e l'errore probabile che si commette nella determinazione delle distanze si rende molto minore, come ora vedremo.

Facendo uso dei soli fili a e b avremo:

$$S = a - b$$

che esprime il numero delle unità di stadia intercette dall'angolo micrometrico.

Rammentando che ogni unità di stadia è di 4 centimetri, e che per la coppia dei fili a, b si ha $\omega = 0{,}01$ avremo evidentemente la distanza D dalla formola

$$D = 100\, S \frac{4}{100} = 4\,(a - b). \qquad (1)$$

Analogamente facendo uso della sola copia di fili a', b' avremo

$$D = 4\,(a' - b') \qquad (2)$$

Facendo la lettura con tutti quattro i fili avremo evidentemente

$$D = 2\,\{(a - b) + (a' - b').\} \qquad (3)$$

Come controllo poi della esattezza delle eseguite letture dovrà verificarsi, almeno molto prossimamente, l'eguaglianza

$$a - b = a' - b'$$

Per la mediana si avrà:

$$\frac{\frac{a+b}{2}+\frac{a'+b'}{2}}{2}\times\frac{4}{100}=\frac{a+b+a'+b'}{100}. \qquad (4)$$

Chi volesse poi fare uso dei soli fili centrali a', b, siccome per questa coppia di fili è $\omega = 0{,}004$, ossia il rapporto diastimometrico è $\frac{1}{250}$, si avrebbe

$$S = a' - b$$

$$D = 250\, S \times \frac{4}{100} = 10\, S = 10\,(a' - b) \qquad (5)$$

ed h: sarà dato evidentemente da

$$h = \frac{a' - b}{2} \times \frac{4}{100} = 0{,}04\, c. \qquad (6)$$

In quanto poi all'errore probabile ε (194) che si può commettere nel valutare le distanze con questo distanziometro, nel caso in cui si impiegassero i due fili centrali pei quali è $\omega = 825''$ si avrebbe

$$\varepsilon = + \frac{180}{M.\,\omega} D = 0{,}0072\, D.$$

Facendo uso invece della coppia di fili a, b oppure dell'altra a', b' separatamente, siccome per ciascuna di esse è $\omega = 2062'',6$, si avrebbe in tal caso

$$\varepsilon = \pm \frac{180}{M.\,\omega} D = 0{,}0029\, D.$$

Invece impiegando tutti quattro i fili $a, a' b, b'$, nel qual caso $\omega = 2062'',6$ ed $M = 30$ come in quello precedente, e dovendo tener calcolo della media aritmetica, dovremo aggiungere il divisore $\sqrt{2}$ (n.° 167), la formola generica si cambia nell'altra

$$\varepsilon = \pm \frac{180}{\omega\, M \sqrt{2}} D.$$

e sostituendo ad M e ω i valori relativi avremo

$$\varepsilon = + 0{,}002\, D$$

ossia usando dei quattro fili si riduce l'errore probabile a meno della metà di quello che si avrebbe collo impiego di due soltanto.

Qualora poi si volesse impiegare la stadia comune in centimetri, in tal caso le formole che dànno la distanza e la mediana vanno modificate nel seguente modo.

Rappresentando al solito con a, a', b, b' le letture fatte alla stadia (in centimetri) ai fili omonomi si avrebbe

$$D = \frac{(a-b)+(a'-b')}{2}. \qquad (7)$$

e per controllo

$$a - b = a' - b'.$$

Eseguendo poi le letture coi fili a', b, si avrebbe invece:

$$D = 2{,}5\,(a' - b). \qquad (8)$$

In quanto all'altezza mediana h, questa può ottenersi in diversi modi.

Con quattro fili

$$h = \frac{a + a' + b + b'}{4} \times 0{,}01 \qquad (9)$$

coi due centrali:

$$h = \frac{a' + b}{2}\,0{,}01 \qquad (10)$$

coi due estremi:

$$h = \frac{a + b'}{2}\,0{,}01 \qquad (11)$$

col solo centrale

$$h = 0{,}01.\,c. \qquad (12)$$

Ma sia perchè si agevola maggiormente lo sfrazionamento dell'unità di graduazione sia ancora per il modo più semplice di trattamento delle letture, consiglieremo di fare uso costantemente della stadia del Porro anzichè della mira comune in centimetri.

A complemento di quando si riferisce al cannocchiale aggiungeremo ancora, che le viti *e* (fig. 92) servono per correggere un eventuale errore nella posizione dell'asse di collimazione del cannocchiale. Questo poi è collocato dissimmetricamente rispetto all'asse di rotazione onde permetterne il capovolgimento, ed il

Per la mediana si avrà:

$$\frac{\frac{a+b}{2}+\frac{a'+b'}{2}}{2}\times\frac{4}{100}=\frac{a+b+a'+b'}{100}. \qquad (4)$$

Chi volesse poi fare uso dei soli fili centrali a', b, siccome per questa coppia di fili è $\omega = 0{,}004$, ossia il rapporto diastimometrico è $\frac{1}{250}$, si avrebbe

$$S = a' - b$$

$$D = 250\, S \times \frac{4}{100} = 10\, S = 10\,(a' - b) \qquad (5)$$

ed h: sarà dato evidentemente da

$$h = \frac{a' - b}{2} \times \frac{4}{100} = 0{,}04\, c. \qquad (6)$$

In quanto poi all'errore probabile ε (194) che si può commettere nel valutare le distanze con questo distanziometro, nel caso in cui si impiegassero i due fili centrali pei quali è $\omega = 825''$ si avrebbe

$$\varepsilon = \pm \frac{180}{M.\,\omega} D = 0{,}0072\, D.$$

Facendo uso invece della coppia di fili a, b oppure dell'altra a', b' separatamente, siccome per ciascuna di esse è $\omega = 2062'',6$, si avrebbe in tal caso

$$\varepsilon = \pm \frac{180}{M.\,\omega} D = 0{,}0029\, D.$$

Invece impiegando tutti quattro i fili $a, a' b, b'$, nel qual caso $\omega = 2062'',6$ ed $M = 30$ come in quello precedente, e dovendo tener calcolo della media aritmetica, dovremo aggiungere il divisore $\sqrt{2}$ (n.° 167), la formola generica si cambia nell'altra

$$\varepsilon = \pm \frac{180}{\omega\, M \sqrt{2}} D.$$

e sostituendo ad M e ω i valori relativi avremo

$$\varepsilon = \pm\, 0{,}002\, D$$

ossia usando dei quattro fili si riduce l'errore probabile a meno della metà di quello che si avrebbe collo impiego di due soltanto.

Qualora poi si volesse impiegare la stadia comune in centimetri, in tal caso le formole che dànno la distanza e la mediana vanno modificate nel seguente modo.

Rappresentando al solito con a, a', b, b' le letture fatte alla stadia (in centimetri) ai fili omonomi si avrebbe

$$D = \frac{(a - b) + (a' - b')}{2}. \qquad (7)$$

e per controllo

$$a - b = a' - b'.$$

Eseguendo poi le letture coi fili a', b, si avrebbe invece:

$$D = 2{,}5\,(a' - b). \qquad (8)$$

In quanto all'altezza mediana h, questa può ottenersi in diversi modi.

Con quattro fili

$$h = \frac{a + a' + b + b'}{4} \times 0{,}01 \qquad (9)$$

coi due centrali:

$$h = \frac{a' + b}{2}\,0{,}01 \qquad (10)$$

coi due estremi:

$$h = \frac{a + b'}{2}\,0{,}01 \qquad (11)$$

col solo centrale

$$h = 0{,}01.\ c. \qquad (12)$$

Ma sia perchè si agevola maggiormente lo sfrazionamento dell'unità di graduazione sia ancora per il modo più semplice di trattamento delle letture, consiglieremo di fare uso costantemente della stadia del Porro anzichè della mira comune in centimetri.

A complemento di quando si riferisce al cannocchiale aggiungeremo ancora, che le viti *e* (fig. 92) servono per correggere un eventuale errore nella posizione dell'asse di collimazione del cannocchiale. Questo poi è collocato dissimmetricamente rispetto all'asse di rotazione onde permetterne il capovolgimento, ed il

pezzo T che abbraccia il tubo in prossimità dell'oculare è destinato semplicemente a controbilanciare il maggior peso del tratto di cannocchiale alla parte opposta.

A corredo dello strumento v'ha una livelletta cilindrica amovibile, che ha il suo piano di appoggio foggiato nel modo indicato al n.° 185, e che quindi si applica al cannocchiale per renderlo orizzontale e servirsi di questo, occorrendo, come di un comune livello.

223. *B) Tacheometro medio modello.* È in massima quello precedentemente descritto, per cui riteniamo superfluo presentarne il tipo, ci limiteremo soltanto ad accennare alle principali particolarità che lo differenziano dal grande modello.

Ai circoli verticale ed orizzontale vi si trova applicato un verniero solo, e questo dà soltanto l'approssimazione di un cinquantesimo di grado (circa un minuto primo sessagesimale); trovansi ambedue dalla stessa parte il che ne agevola la lettura che si effettua mercè un unico microscopio, girevole in guisa da rivolgerlo a volontà su l'uno o sull'altro dei due vernieri anzidetti.

Il cannocchiale anallatico ha l'ingrandimento limitato a 20 volte.

Il micrometro ha due fili soltanto ed è quello stesso descritto al n.° 196. Il valore dell'angolo diastimometrico è

$$\omega = 2062'',6 = 0.01.$$

Per conseguenza la determinazione della distanza D si ha dalla formola

$$D = a - b. \qquad (13)$$

indicando al solito con le stesse lettere a e b i fili e le letture corrispondenti.

Il controllo si ha se risulta

$$\frac{a + b}{2} = c$$

oppure

$$a - c = c - b.$$

In quanto alla mediana, la si ha da

$$h = 0{,}01\, c. \qquad (14)$$

L'errore ε è quello stesso accennato al n.° 196 suddetto ossia eguale a

$$\pm\ 0{,}0043\ D.$$

Manca in questo istrumento la disposizione della leva *l* per i fini movimenti del circolo azimutale, per cui allentata la vite *v* (fig. 92) l'orientamento del medesimo lo si deve eseguire e completare a mano.

La presenza di un solo verniero in ogni circolo, ed il micrometro semplice, limita l'uso di questo tacheometro a quelle sole misure in cui non si richiede una grande precisione, ma anche tale qual'è, può ancora ottimamente servire in un gran numero di osservazioni topografiche.

224. *C) Tacheometro Soldati.* Questo piccolo ma prezioso istrumento scostandosi un po' nella forma dai due precedenti, crediamo utile presentarne il tipo nella fig. 99, redatto nella scala $^1/_3$ del vero. Accenneremo brevemente a talune particolarità del medesimo tralasciando quanto ha di comune cogli altri tacheometri, e che nella figura trovasi indicato colle stesse lettere apposte nella fig. 92.

La divisione è centesimale in entrambi i circoli, e procede al solito da sinistra verso destra. Quella relativa al cerchio azimutale è completa, non così quella del zenitale, giacchè come si scorge dalla stessa figura, risulta questo di un semplice settore circolare. Inoltre atteso alla piccolezza della periferia le cifre indicanti i gradi non sono complete, per cui i numeri 5, 6, 7, ecc. del settore verticale si deve intendere rappresentino 50, 60, 70 gradi. Così pure i numeri 1 e 39 che sono rispettivamente a destra ed a sinistra dello 0^g del circolo azimutale indicano 10^g e 390^g.

Allentata la vite *v* il cerchio azimutale è girevole intorno all'asse generale dello istrumento, e si può disporre a volontà in una determinata direzione, per esempio il meridiano magnetico del luogo quando l'istrumento è munito di un declinatore.

I vernieri (uno soltanto per ogni circolo) non dànno che il ventesimo di grado (0^g,05), ossia poco più di 2 primi e $^1/_2$ sessagesimali.

Il *cannocchiale è anallatico* e con *ingrandimento* di 15 volte.

Il *micrometro* è quello comune a tre fili. L'angolo diastimometrico ω è stato assunto di 4125″,2 = 0,02 ed il *rapporto diastimometrico* è quindi di $^1/_{50}$.

Con questo cannocchiale si usa di preferenza la *stadia* col-

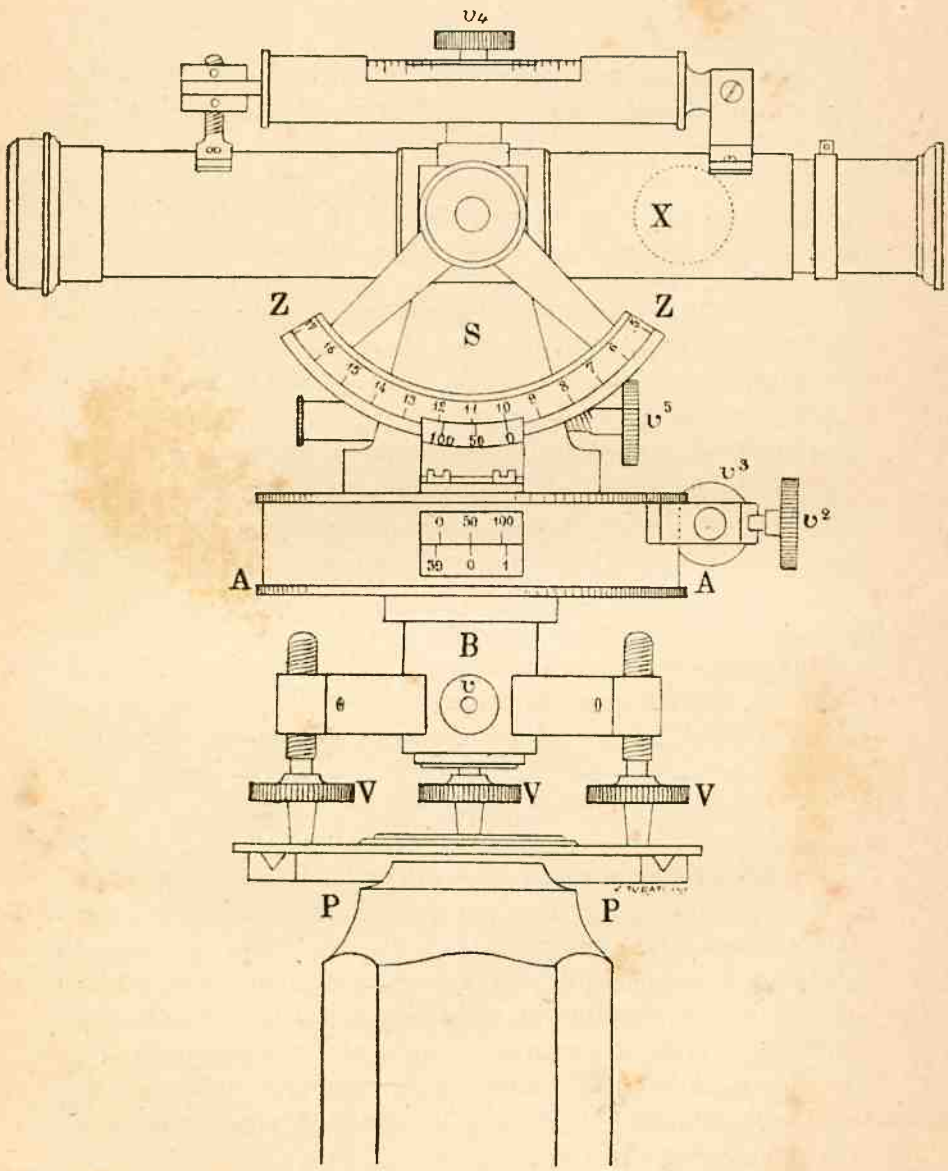


Fig. 99.

l'unità di 2 centimetri di cui al n.° 219. Indicando quindi con le stesse lettere *a* e *b* i fili e le letture fatte ai medesimi, si ha la

distanza e la *mediana* dalla semplicissima formola

$$D = 50\,S\,\frac{2}{100} = a - b \qquad (15)$$

$$h = \frac{a+b}{2} \times \frac{2}{100} = \frac{a+b}{100} = 0{,}01\,(a+b)\,. \qquad (16)$$

Ed applicando la nota formola (n.° 194) si avrebbe nel caso in ispecie

$$\varepsilon = \pm\, 0{,}003\,D.$$

Vale a dire che atteso allo ingrandimento del cannocchiale, al scelto rapporto diastimometrico, ed al genere della stadia, si possono eseguire le letture sino a distanze infra i 200 metri e con errori non maggiori di $\pm$ 0,3 p. %.

Impiegando poi la stadia al centimetro si avrebbe per D ed h le seguenti formole:

$$D = \frac{1}{2}\,(a - b) \qquad (17)$$

$$h = 0{,}005\,(a+b). \qquad (18)$$

Infine con una delle stadie del Porro che ha l'unità doppia della prima, si avrebbe evidentemente

$$D = 2\,(a - b) \qquad (19)$$

$$h = 0{,}02\,(a+b). \qquad (20)$$

Le due prime formole (15) e (16) sono le più semplici, da ciò la convenienza di adottare per questo cannocchiale la nuova stadia coll'unità di 2 centimetri.

Avuto quindi riguardo alle speciali operazioni topografiche a cui questo piccolo tacheometro è destinato, si può asserire che è invero un prezioso istrumento, di cui tutti i periti-agrimensori, gli assistenti, i cottimisti, i capo-maestri dovrebbero esser forniti, giacchè possederebbero in un solo tre specie d'istrumenti, cioè:

un goniometro,
un livello,
un distanziometro,

e potremo aggiungere anche un *declinatore*.

Siccome poi un tale istrumento lo si può avere in com-

mercio anche con graduazione sessagesimale, preferita specialmente da coloro che tengono ai vecchi procedimenti topografici, così per costoro ancora sarebbe esso utilissimo potendo acconciamente sostituire gli squadri *agrimensori graduati con cannocchiale, i piccoli livelli, la tavoletta protoriana, gli eclimetri, la bussola topografica,* in una parola quasi tutta la serie degli istrumenti proprii della antica topografia e che nella nuova sono tutti rimpiazzati da un unico istrumento, il *tacheometro.*

225. *Tacheometro Inglese di Troughton e Simms.* È un teodolite topografico a cannocchiale anallatico diastimometrico e con declinatore, in gran parte analogo al tacheometro italiano.

Diremo brevemente dei particolari che lo differenziano da quelli precedenti.

a) Circoli azimutale e verticale.

La *graduazione* è in ambidue centesimale, completa e procede da sinistra a destra.

Quella del circolo zenitale (e dei due vernieri relativi) è segnata sopra una superficie conica, che rimane coperta da una sporgenza pure conica fissa all'alidada e che lascia scoperto soltanto la parte che ricade sotto i vernieri.

Questo circolo è dotato degli stessi movimenti che abbiamo riscontrato nel tacheometro italiano grande modello, ossia l'istrumento è *reiteratore* e *ripetitore.*

I *vernieri* dànno l'approssimazione di un primo (0',01).

Il *declinatore magnetico* è situato sulla base circolare dell'alidada, ed ha la forma di una comune bossola topografica.

Due livellette cilindriche disposte in direzione fra di loro normali, servono a rendere orizzontale il cerchio azimutale e quindi verticale l'asse dello istrumento senza bisogno di muovere questo.

Una di queste è fissata alla piattaforma dell'alidada, l'altra ad uno dei montanti, siccome poi è necessario, come si è già detto, e come in seguito spiegheremo meglio che quando il cannocchiale è orizzontale, ciascun nonio del circolo verticale segni un angolo retto od un multiplo di un retto così la seconda livelletta suaccennata può pure servire ad ottenere questo scopo.

b) Cannocchiale. E questo *anallatico,* è munito di un *obiettivo aplanetico,* e di un *oculare acromatico* tipo Ramsden. Al cannocchiale è fissata una *livelletta* cilindrica, per cui si può usare come di un comune livello. Con opportuno congegno annesso ad uno dei montanti di sostegno si può alzare od abbassare uno degli

estremi dell'asse di rotazione del cannocchiale ed opportunamente rettificarlo di posizione.

Il *reticolo* ha 5 fili, e mediante apposite viti si può rettificare la linea di collimazione del cannocchiale.

Ai fili estremi corrisponde il *rapporto diastimometro* $^1/_{50}$, a quelli centrali l'altro $^1/_{250}$.

I due primi servono per distanze fino a 200 metri, i secondi per distanze a quella superiore.

Indicando al solito colle lettere (fig. 100) s, s'; n, n'; e c tanto i fili, quanto le letture fatte ai medesimi, usando la stadia comune in centimetri (supposto l'asse di collimazione del cannocchiale orizzontale) la *distanza D* è data, coi fili estremi, da:

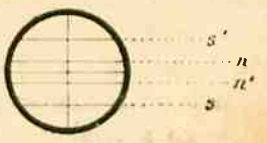


Fig. 100.

$$D = 0{,}50\,(s - s') \tag{21}$$

coi fili centrali, da:

$$D = 2{,}50\,(n - n') \tag{22}$$

e l'una può servire di controllo all'altra.

In quanto all'altezza mediana h, quantunque la si possa ottenere direttamente al filo mediano m, ciò non ostante la si ottiene nel primo caso da

$$h = \frac{s + s'}{2} \tag{23}$$

e nel secondo da

$$h = \frac{n + n'}{2} \tag{24}$$

Per la determinazione della distanza si potrebbe anche impiegare uno dei fili estremi s od s' e quello mediano c, nel qual caso la differenza delle due letture essendo metà della prima, dovrà moltiplicarsi per 100, e quindi si avrà

$$D = s - c \tag{25}$$

oppure

$$D = c - s' \tag{26}$$

226. *Tacheometro francese di Richer.* Il distinto ingegnere signor I. Moinot fu il primo in Francia a seguire con amore la nuova scuola topografica indetta colà dal Porro ed a servirsi dei

nuovi istrumenti da questo proposti, facendone una vasta applicazione negli studi di una estesa rete di linee ferroviarie.

Avendo però il nominato ingegnere riscontrato taluni difetti nei primi istrumenti del Porro, difetti che si rendevano sensibili usandoli a lungo, ideò sulle orme del Porro stesso, un nuovo modello di *tacheometro* e ne affidò la costruzione al Richer di Parigi da cui poi prese il nome, avendolo per primo costruito e messo in commercio unitamente agli altri istrumenti proprii della Celerimensura come, stadie, regoli logaritmici, rapportatori, ecc. Il tacheometro del Richer, munito di tutti gli accessorii proprii di un buon teodolite topografico presto si diffuse in Francia ed all'estero specialmente dopo le pubblicazioni del Moinot sui risultati avuti applicando il nuovo istrumento ed i nuovi procedimenti topografici.

Il tacheometro in parola è pressochè in tutto conforme a quello italiano; la divisione dei cerchi, il senso della graduazione, il cannocchiale anallatico, il declinatore racchiuso in un tubo, ed altri particolari di questo istrumento, sono in gran parte analoghi a quello del Salmoiraghi grande modello.

I pochi dettagli che differenziano l'uno dall'altro sono i seguenti.

Sull'asse di rotazione del cannocchiale, all'estremo opposto a quello dove è fissato il cerchio zenitale, vi ha un altro cerchio non graduato, destinato ad equilibrare l'istrumento.

A questo cerchio che è raccomandato al prossimo montante trovansi applicate la vite micrometrica e quella di pressione del cannocchiale ed annesso circolo zenitale, non che una livelletta cilindrica che viene principalmente usata quando occorra di determinare talune altezze con una grande precisione.

All'asta fissa che porta i due vernieri del cerchio zenitale, è pure applicata, analogamente al tacheometro inglese, una seconda livelletta cilindrica, il cui ufficio principale si è quello di indicare la orizzontalità del cannocchiale quando all'indice normale si legge 100^g. Serve inoltre a rendere orizzontale il cerchio azimutale e quindi verticale l'asse dello istrumento.

Il *micrometro* è quello semplice, a due fili orizzontali soltanto per la misura delle distanze; ad essi corrisponde il *rapporto diastimometro* $^1/_{250}$.

La *stadia* usata con questo micrometro è quella comune in *unità di centimetro.*

Il tacheometro Richer, come quello del Troughton, e quello del Salmoiraghi grande modello, è rettificabile in tutte le sue parti.

Ma sia per la potenza del cannocchiale, quanto per il micrometro speciale, e per altri dettagli, il tacheometro italiano è sempre preferibile a quelli stranieri.

227. *Verifiche e rettifiche dei tacheometri.* Abbiamo esposto al n.° 209 che per la perfetta installazione di un istrumento tacheometro, occorre siano tutte soddisfatte le seguenti condizioni:

a) che l'asse generale dello istrumento sia verticale;

b) che l'asse di rotazione del cannocchiale sia orizzontale;

c) che l'asse di collimazione del cannocchiale sia normale al suo asse di rotazione;

d) che disposto il cannocchiale orizzontale all'indice normale del circolo verticale si legga 100^g;

e) che il cannocchiale-stadia-anallatico dia la misura delle distanze colla necessaria approssimazione.

Ora che conosciamo i particolari di costruzione dei tacheometri, daremo le norme necessarie per eseguire esattamente le verifiche, ed occorrendo le opportune rettifiche, riferendoci a tale scopo al tacheometro grande modello, come quello rettificabile in ogni sua parte, ed essendo d'altronde comuni, come si disse già a tutti gli istrumenti congeneri.

a) *Per disporre verticalmente l'asse dell'alidada di uno istrumento,* collocato questo sul punto di stazione, si procede nel modo seguente.

Fissato il punto, in generale con un picchetto, sul quale si deve far stazione, s'impianta il treppiede di sostegno solidamente nel terreno ed in guisa che il foro della piattaforma si trovi prossimamente sulla verticale passante per l'asse del picchetto, e ciò mercè un filo a piombo calato entro il foro anzidetto. Fatto ciò si situa l'istrumento sulla piattaforma del treppiede, poggiando le punte delle tre viti note V sui rispettivi dischetti, se il treppiede è foggiato sul tipo della fig. 83, indi si applica al mozzo del tacheometro la vite di ritegno $x\ x$, lasciando allentata la molla, e poscia si fa scorrere leggermente il tacheometro sulla piattaforma sino a che il piombino sia calato a filo col picchetto. Stringendo ora la madrevite x^2 in guisa da assicurare convenientemente l'istrumento al treppiede, avremo così ottenuto di far coincidere il centro dello istrumento colla verticale passante pel picchetto di stazione. Rimane ora soltanto di far coincidere l'asse

generale dello istrumento colla detta verticale per avere in tal guisa soddisfatto alla prima condizione. A questo scopo servono le due livellette *l* poste su disco dell'alidada.

Ma occorre innanzi tutto rettificarle col processo indicato al n.° 184. Una volta sicuri che ambedue sono in rettifica, una volta centrate mercè le tre viti *V* del tacheometro, comunque si giri l'alidada le bolle rimarranno immobili, il che indicherà che gli assi delle medesime sono normali all'asse di rotazione della alidada anzidetta, ma quelli essendo *orizzontali*, ne segue evidentemente che l'asse generale dello istrumento sarà *verticale*.

Se invece di due livelle se ne avesse una sola come nel caso del tacheometro medio modello, il processo per determinare la verticalità dell'asse dell'alidada è in tutto analoga. Se non che rettificata al solito ed *a priori* la detta livella, occorrerà centrarla in due posizioni fra loro normali come fu indicato al succitato paragrafo, e ripetere l'operazione sino a che in un giro completo dell'alidada, la bolla si conservi costantemente centrata, ottenuta tale condizione, l'asse dello istrumento è necessariamente verticale per la ragione dianzi esposta.

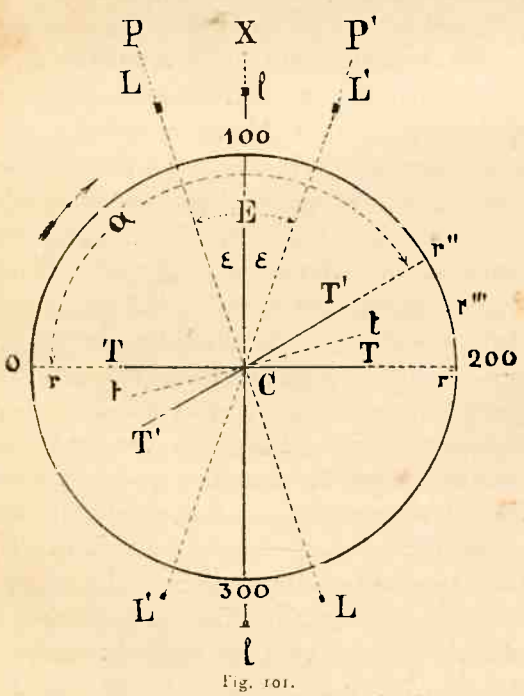


Fig. 101.

b) Ciò fatto, si procede a verificare se la *linea di collimazione del cannocchiale è normale al suo asse di rotazione.*

La retta *T T* della fig. 101 rappresenti l'asse di rotazione del cannocchiale; la *l l* l'asse di collimazione del medesimo e che supporemo disposto prossimamente orizzontale e normale all'asse di rotazione del cannocchiale. Stando così le cose si collimi ad un punto *X*. Si faccia ora girare l'alidada di 200^g e poscia si capovolga il cannocchiale in guisa da riportare l'oculare al posto di prima.

La linea di collimazione $l\,l$ essendo normale all'asse $T\,T$ si sarà di nuovo ottenuto la perfetta collimazione al punto X.

Supponiamo ora che la linea di collimazione del cannocchiale sia la retta $L\,L$ inclinata alla $l\,l$ di un angolo ε la cui misura è ciò appunto che chiamasi *errore di collimazione*, e che in questa posizione si collimi ad un punto P qualsivoglia. Facendo ora girare l'alidada di 200^g e capovolgendo il cannocchiale, per portare l'oculare dalla parte dell'osservatore, l'asse di collimazione del cannocchiale assumerà la posizione $L'\,L'$ simmetrica a quella che occupava prima per rispetto alla normale $l\,l$ ed il cannocchiale nella nuova posizione collimerà ad un altro punto P', di guisa che sarà $P'CX = \varepsilon$, e l'angolo $PCP' = E$ sarà precisamente doppio dell'errore ε di collimazione che dobbiamo correggere. Ossia sarà $E = 2\,\varepsilon$.

Per correggere questo errore, bisogna mercè le viti e (fig. 92 e 97) laterali al micrometro, spostare l'incrocicchio dei fili di una quantità metà dell'intervallo angolare E che stimasi ad occhio fra la prima e la seconda collimazione.

Infatti spostando il centro del reticolo fino a che esso collimi ad un punto il quale si valuti metà dello intervallo E, è evidente che si verrà ad inclinare l'asse di collimazione del cannocchiale dell'angolo ε, portandolo a coincidere colla retta $l\,l$, e quindi normale all'asse di rotazione $T\,T$.

Dovendosi valutare a stima l'angolo ε ossia la metà dello intervallo compreso fra i due punti P e P' individuati colle due successive puntate, la rettifica non riesce sempre subito, ed occorrerà ripeterla. Ad ovviare le successive prove, si può tenere un altro processo che è quello che ora indicheremo.

Il cerchio di centro C (fig. 102) rappresenti il cerchio azimutale, $T\,T$ ed $l\,l$ rispettivamente le proiezioni dell'asse di rotazione del cannocchiale e dell'asse di collimazione disposto questo normale al primo. Si portino i zeri del verniero in coincidenza del diametro $0^g,200^g$ del cerchio anzidetto, e si fissi questo all'istrumento mercè la vite v_2 (fig. 92). Poscia disposto il cannocchiale prossimamente orizzontale (onde eliminare l'influenza che potrebbe esercitare su tale verifica, la non orizzontalità del suo asse di rotazione) servendosi del movimento generale dello istrumento si collimini ad un punto P.

Resa libera l'alidada, sciogliendo la vite di pressione v_2, si faccia eseguire a questa una mezza rotazione, di guisa che l'in-

dice normale r si sarà portato in r' sulla divisione 200^g e quello sussidiario sulla divisione 0^g.

Si capovolga ora il cannocchiale in modo da riportare l'oculare al posto di prima, e ricollocato prossimamente orizzontale si traguardi se in questa nuova posizione si collima ancora al punto P, il che dovrà evidentemente verificarsi se l'asse di collimazione $l\,l$ è normale all'asse di rotazione $T\,T$.

Ma se $l\,l$ trovavasi in $L\,L$ inclinato a $C\,X$ di un angolo ε, l'asse di collimazione verrà nella seconda posizione a disporsi secondo la $L'\,L'$ inclinata alla $C\,X$ dello stesso angolo ε ma dalla parte opposta di prima, individuando la nuova direzione $L'\,C\,P'$ inclinata alla prima $L\,C\,P$ dell'angolo E doppio evidentemente dell'*errore di collimazione* ε che si deve correggere, ossia dell'angolo

$$E = 2\,\varepsilon\,.$$

Per determinare il valore dell'angolo E, si collimi di nuovo al punto P, allora l'indice normale dalla posizione r' si trasporterà in r'' e si leggerà al medesimo l'angolo

$$\alpha = 200^g - E,$$

e quindi avremo;

$$E = 2\,\varepsilon = 200^g - \alpha\,.$$

In seguito poi a questo movimento l'asse di rotazione $T\,T$ si sarà alla sua volta trasportato in $T'\,T'$. Noto ora l'angolo E, lo si divida per metà, e mercè la vite micrometrica dell'alidada v_3 (fig. 92) (dopo avere fermata la vite di pressione v_4) si porti il verniero normale in r''' ossia a segnare l'angolo

$$\alpha + \frac{1}{2}\,E = \alpha + \varepsilon\,.$$

Allora la $T'\,T'$ si porterà nella posizione $t\,t$ e la linea di collimazione $L'\,L'$ in $l\,l$ ma l'angolo $l\,C\,t$, è ancora affetto dello errore di collimazione, come si scorge anche dalla semplice ispezione della fig. 102. Ora onde rendere l'asse di collimazione $L\,L$ normale alla $t\,t$ occorrerà aumentare l'angolo $X\,C\,t$ di ε. Quindi se ora si sposta mercè le opportune viti (quelle laterali) del micrometro l'incrocicchio dei fili sino a collimare di nuovo al punto P, avremo ottenuto di variare la direzione dell'asse di collimazione appunto dell'angolo ε rendendolo in tal maniera normale all'asse di rotazione $t\,t$.

Supponiamo ora che l'asse di collimazione (fig. 102) $l_1^{\prime}l$ sia in origine inclinato a destra di CX anzichè a sinistra come nel caso precedente; fatto ruotare l'alidada di 200^g, e capovolto il cannocchiale, l'asse anzidetto si disporrà al solito secondo la $L'L'$ simmetrica alla LL rispetto alla CX, ed inclinata alla prima direzione LL dell'angolo $E = 2\varepsilon$, doppio cioè dell'*errore di collimazione* ε. Si collimi ora di nuovo a P, il nonio r' si sarà trasportato in r'' e l'asse di rotazione TT in $T'T'$. Al verniero r'' leggeremo un angolo α che sarà dato da 200^g + 2ε e quindi avremo

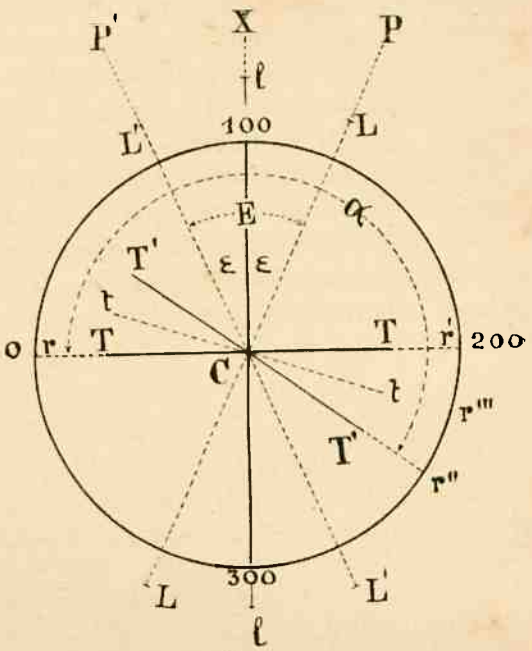


Fig. 102.

$$E = 2\varepsilon = \alpha - 200.$$

Noto E, lo si divida per metà (onde avere l'*errore* ε *di collimazione*) e coll'opportuno movimento della alidada si porti l'indice r'' a segnare appunto l'angolo

$$\alpha - \frac{1}{2}E \quad \text{ossia} \quad \alpha - \varepsilon.$$

Allora l'asse $T'T'$ si porterà in tt e la linea di collimazione LL in CX, evidentemente sempre inclinata alla tt dell'angolo ε.

Se ora spostiamo il centro di collimazione sino a collimare a P, varieremo la direzione dell'asse di collimazione (LL) appunto dell'angolo ε rendendolo in tal guisa perpendicolare all'asse di rotazione tt.

Come si vede il processo è in tutto analogo al primo, con questa sola differenza che determinato il valore di ε nel modo suindicato, all'indice normale (col quale si sarà sempre letto) si

dovrà far segnare l'angolo $\alpha + \varepsilon$ nel primo caso, e nel secondo invece $\alpha - \varepsilon$ mercè il movimento dell'alidada, e poscia in entrambi i casi spostare il centro del reticolo sino a collimare di nuovo al punto qualsivoglia P di mira.

Se ora si ricorderà quanto è stato esposto al n. 151 circa agli assi proprii di un cannocchiale collimatore, si scorgerà di leggieri come la rettificazione della normalità dell'asse di collimazione del cannocchiale al suo asse di rotazione col suindicato processo, possa alle volte portare con sè il grave inconveniente di spostare il detto *asse di collimazione* rispetto all'*asse meccanico* del tubo, eliminando un errore per introdurne uno più grave, quello cioè della variabilità dell'errore stesso di collimazione.

Per ciò nei *Cleps* di cui fra breve faremo parola, si è, con intelligenza, dal costruttore provveduto perchè tale rettifica si eseguisca senza por mano al micrometro, ma spostando invece tutto il cannocchiale per rispetto al suo asse di rotazione.

c) Assicurata la verticalità dall'asse dell'alidada, ed eliminato qualunque errore di collimazione nell'asse ottico del cannocchiale, occorre verificare se l'*asse di rotazione del cannocchiale è orizzontale*, od il che vale lo stesso se l'asse di collimazione reso già normale all'asse di rotazione girando attorno a questo descrive un piano verticale.

Col cannocchiale in posizione normale (n.° 176) si collimi coll'incrocicchio dei fili del micrometro un punto possibilmente molto elevato sull'orizzonte, per es., il centro della croce di un campanile, l'estremità di un parafulmine, il vertice della torretta di un camino di una casa, ecc., indi girando il cannocchiale attorno al suo asse di rotazione lo si inclini verso il suolo, e col centro del reticolo si fissi di posizione un altro punto (al di sotto dell'orizzonte) pel quale passerà il piano descritto dalla linea di collimazione del cannocchiale, piano che, per la operazione di verifica o rettifica eseguita precedentemente, sappiamo già essere normale all'asse di rotazione del cannocchiale ma non si sa se sia verticale non avendo ancora verificato se l'asse di rotazione anzidetto è orizzontale.

Eseguite le due puntate suddette, si faccia eseguire una mezza rotazione all'alidada, si capovolga poi il cannocchiale onde riportare l'oculare dalla parte dell'osservatore, e coll'incrocicchio dei fili si collimi di nuovo ed esattamente al punto elevato servendosi all'uopo delle relative viti di richiamo. Se ora abbassando

il cannocchiale, colla linea di collimazione si passerà di nuovo per l'altro punto individuato precedentemente sotto l'orizzonte apparente passante pel centro del circolo zenitale, si conchiuderà che i due piani descritti dall'asse di collimazione del cannocchiale nelle due posizioni simmetriche dell'asse di rotazione coincidano in un solo necessariamente verticale e che quindi il detto *asse di rotazione è orizzontale.*

Se invece nella seconda operazione (col cerchio e cannocchiale invertiti) la linea di collimazione del cannocchiale non passerà nuovamente pel secondo punto individuato nella prima sotto l'orizzonte apparente anzidetto, dovremo in tal caso conchiudere che l'asse di rotazione del cannocchiale non è orizzontale.

Se non passa pel detto punto, il centro del reticolo si proietterà sopra un'altro a destra od a sinistra di quello, e la distanza fra il nuovo punto individuato e quello precedente, sarà doppia di quella che misura l'inclinazione dell'asse di rotazione del cannocchiale all'orizzontale, analogamente a quanto abbiamo veduto verificarsi quando l'asse di collimazione non è normale all'asse di rotazione suddetto.

Allora per correggere l'errore si fisserà ad occhio un punto che divida per metà l'accennata distanza, ossia lo scarto del centro del reticolo dal punto più basso, e colle viti (che servono, come si disse al n.° 225, ad abbassare od innalzare uno dei cuscinetti dei perni dell'albero del cannocchiale) si abbasserà appunto o si innalzerà opportunamente l'estremità mobile dell'asse di rotazione, sino a che la linea di collimazione passando pel punto elevato sull'orizzonte, vadi pure a passare al nuovo punto fittizio al basso scelto a metà della distanza a cui passava prima rendendo in tal modo *orizzontale l'asse di rotazione del cannocchiale.*

In altri termini lo scarto osservato nel collimare di nuovo al punto basso è evidentemente doppio di quello esistente fra l'asse di rotazione e la orizzontale, passante per uno degli estremi del detto asse di rotazione, per cui abbassando od innalzando a seconda dei casi l'estremo mobile del medesimo della metà di detto scarto, si porterà l'asse stesso a coincidere colla orizzontale. Si potrebbe raggiungere lo stesso scopo servendoci di un filo a piombo, di uno spigolo di uno edificio, ma usando del primo, dovendo esso essere piuttosto lungo basterà che l'aria sia un po' mossa per alterarne la verticalità; impiegando il secondo

non si è poi sempre certi che lo spigolo sia propriamente verticale, per cui il processo indicato più sopra è quello che all'atto pratico presenta maggior sicurezza.

d) L'origine delle anomalie angolari φ si assume sulla verticale passante pel centro del circolo azimutale. Siccome poi istrumentalmente si misurano dall'inclinazione dell'asse di collimazione del cannocchiale dal diametro 0^g—200^g, così sarà necessario che lo *zero* del circolo zenitale coincida colla verticale anzidetta.

Da ciò l'opportunità di verificare ed occorrendo rettificare se: *disposto l'asse di collimazione verticale all'indice normale si legge* 0^g, od il che vale lo stesso, *se la linea* 0 0 *dei vernieri coincide esattamente col diametro* 100^g—300^g *del cerchio zenitale*, quando la linea di fede del cannocchiale è disposta orizzontalmente.

Coll'istrumento in posizione normale ossia col cerchio verticale collocato a sinistra dell'osservatore posto all'oculare (n.° 176), si collimi ad un punto qualsivoglia P (fig. 103) ed al nonio r si

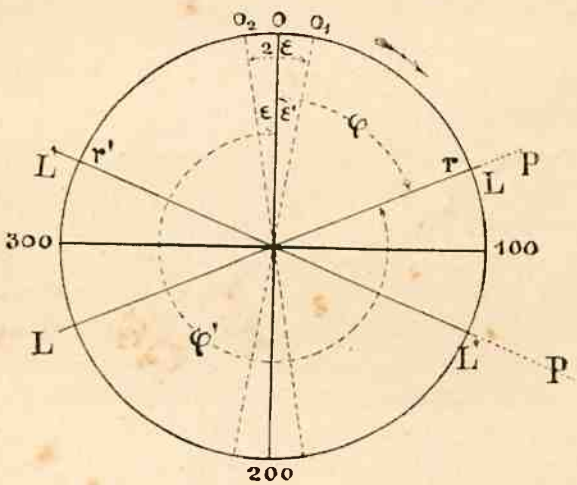


Fig. 103.

legga l'angolo corrispondente φ. Si faccia eseguire all'alidada una mezza rotazione, e poscia si capovolga il cannocchiale onde collimare di nuovo al punto P per cui il detto asse si disporrà nella posizione $L'\,L'$ simmetrica alla prima $L\,L$ per rispetto al diametro 0^g — 200^g verticale. Allora l'indice normale r passerà in r', e se da tutto principio il diametro 100^g—300^g era disposto

orizzontalmente, al verniero r' dovremo leggere un angolo φ' tale per cui risulti:

$$\varphi + \varphi' = 400^g,$$

e quindi sarà soddisfatta la superiore condizione, giacchè se disporremo l'asse di collimazione orizzontale dovrà essere $\varphi = 100^g$ e $\varphi' = 300^g$.

Se invece non si verifica

$$\varphi + \varphi' = 400^g,$$

ciò vorrà dire che il diametro 100^g—300^g non sarà orizzontale e che per conseguenza non verticale, l'altro 0^g—200^g.

Supponiamo che lo 0^g sia in 0_1^g su di un diametro inclinato alla verticale di un angolo ε' che dicesi appunto *errore di spostamento dello zero del circolo verticale.*

Allora egli è evidente che collimando al punto P col cannocchiale in posizione normale, si leggerà un angolo L che sarà espresso da

$$L = \varphi - \varepsilon' \qquad (27)$$

e nella posizione invertita del circolo e del cannocchiale, l'altro angolo L' dato da

$$L' = \varphi' - \varepsilon' \qquad (28)$$

e poichè lo zero dalla posizione 0_1^g si sarà trasportato in 0_2^g simmetrica ad 0_1^g per rispetto ad 0^g ossia al diametro verticale, evidentemente la somma delle due letture angolari

$$L + L',$$

non sarà più supplementare a 4 retti, ma diversificherà della quantità $2\varepsilon'$ ossia sarà

$$L + L' = 400 \pm 2\varepsilon' \qquad (29)$$

da cui

$$+ E = \pm 2\varepsilon' = 400 - (L + L') \qquad (30)$$

che ci darà il valore di E e quindi anche dell'errore ε' di spostamento dello zero del circolo zenitale. Noto $E = 2\varepsilon'$ se ne effettua la correzione metà colla vite micrometrica del circolo zenitale portando il verniero, con cui si sono fatte le letture, a segnare l'angolo

$$L'' = L' \pm \varepsilon',$$

BIBLIOTECA

e metà colla apposita vite v_6 portando con questa il cannocchiale a collimare di nuovo al punto P.

Esempio: Nella doppia collimazione al punto P coll'istrumento in posizione normale ed in quella invertita ossia col cerchio verticale a destra, operazione che dicesi appunto di *sinistro-inverso* si siano letti gli angoli:

$$L = 78^g,96$$

$$L' = 320^g,96$$

siccome

$$L + L' = 399^g,92,$$

sarà

$$E = 2\varepsilon' = 400^g,00 - 399^g,92 = 0^g,08.$$

Quindi lo 0^g sarà spostato dalla verticale passante sul centro del circolo zenitale di 4 minuti primi, per ciò onde eseguirne la rettifica, faremo segnare al verniero, con cui si son fatte le letture, l'angolo

$$L'' = L' + \varepsilon' = 302^g,96 + 0,04 = 321^g,00,$$

e poscia, mercè la vite v^c si sposterà convenientemente il cannocchiale sino a collimare di nuovo al punto P.

Se ora per verifica si ripeterà la operazione, invece dell'angolo L di prima si leggerà l'angolo

$$L''' = L + \varepsilon' = 78,96 + 0,04 = 79,00,$$

e sarà evidente

$$L'' + L''' = 400^g,00.$$

Nello esempio suesposto abbiamo supposto lo 0^g del circolo zenitale spostato nel senso positivo, ossia a destra dell'osservatore.

Supponiamolo invece spostato a sinistra, e nella doppia collimazione al punto P si siano letti invece gli angoli

$$L_1 = 79^g,04$$

$$L_1' = 321^g,04$$

ed

$$L_1 + L_1' = 400^g,08,$$

e quindi:

$$E = 2\varepsilon = 400^g,00 - 400^g,08 = -0^g,08.$$

Per la rettifica si dovrà fare segnare, mercè la vite micrometrica dell'alidada al verniero, con cui si son fatte eseguire le letture, l'angolo

$$L_1'' = L_1' - \varepsilon' = 321^g,04 - 0^g,04 = 321^g 00,$$

indi, girando opportunamente la vite v_6 spostare il cannocchiale sino a collimare al punto P. Ripetendo l'operazione, in luogo dell'angolo L_1 di prima si leggerà l'altra

$$L_1''' = L_1 - \varepsilon' = 79^g,04 - 0^g,04 = 79^g,00,$$

e quindi

$$L_1'' + L_1''' = 400^g,00.$$

Riprendiamo le due espressioni (27) e (28):

$$L = \varphi - \varepsilon'$$

$$L' = \varphi' - \varepsilon',$$

colle quali abbiamo rappresentato le due letture eseguite collimando al punto P (fig. 103) nelle due posizioni invertite dell'alidada e del cannocchiale, operazione che abbiamo chiamato di *sinistro-inverso*.

Sia che lo 0^g della graduazione del circolo zenitale si trovi spostato a destra od a sinistra sussiste che

$$L + L' = 400 \pm 2\varepsilon',$$

dalla quale eguaglianza si ricava

$$+ 2\varepsilon' = 400^g,00 - (L + L'),$$

e dividendo per 2 entrambi i membri, si ha:

$$\pm \varepsilon' = 200^g,00 - \frac{L + L'}{2} \qquad (31)$$

formola semplicissima colla quale possiamo determinare la misura di ε' ossia dell'errore di collocamento dello zero del circolo zenitale, e portare allo istrumento la corrispondente correzione.

Ma praticamente non si usa effettuare tale rettifica, ossia ridurre meccanicamente $\varepsilon' = 0$, giacchè tale operazione non oc-

corre affatto di fare, sia perchè agli istrumenti di questo genere meno ci si va attorno, specialmente da mani inesperte, meglio è, quanto perchè una volta determinato, collimando ad un dato punto e per un dato tacheometro mercè l'artifizio del *sinistro inverso,* il valore di ε', basterà aggiungere la *costante* ε' col segno che gli compete alle singole letture fatte collimando ai punti col cannocchiale sempre diritto ossia in posizione normale, per avere le relative anomalie φ purgate dall'errore ε' di cui è affetto l'istrumento ossia le vere distanze zenitali di ogni singolo punto. La condizione meccanica indispensabile si è che ε' si mantenga costante, ed a questo si provvede fissando ad uno dei montanti dello istrumento l'asta che porta i vernieri e questa bene spesso la si munisce di una livella sensibile per assicurarsi della costanza della posizione assegnata alla medesima (come nei tacheometri francesi ed inglesi).

Ho detto poi che basta ad ogni singola lettura *aggiungere* ε' *col segno algebrico che gli compete,* avendo supposto che la graduazione del circolo proceda da sinistra a destra come lo indica la freccia e, come del resto si verifica nei circoli dei tacheometri, giacchè qualora la graduazione procedesse in senso contrario, come appunto ha luogo nei *Cleps,* si dovrebbe aggiungere ε' a ciascuna lettura ma sempre col segno cambiato, per cui se ε' risultasse positivo sarebbe da dedursi, se negativo si dovrebbe aggiungere.

Richiamo ancora le note espressioni

$$L = \varphi - \varepsilon'$$

$$L' = \varphi' - \varepsilon'.$$

Esprimendo φ' in funzione di φ, noi vediamo, anche dalla semplice ispezione della figura, che

$$\varphi' = 400 - \varphi,$$

e quindi

$$L' = 400 - \varphi - \varepsilon'.$$

Prendendo la semidifferenza delle due letture L' ed L avremo

$$\frac{L' - L}{2} = \frac{400{,}00 - \varphi - \varepsilon' - \varphi + \varepsilon'}{2} = 200^{g}{,}00 - \varphi,$$

da cui

$$\varphi = 200^{g},00 - \frac{L' - L}{2} . \qquad (32)$$

Formola molto importante, in quanto che ci indica anche essa che non v' ha bisogno alcuno di rettificare l' istrumento per ciò che riguarda l'errore ε', giacchè qualora l'asse generale o dell'alidada dello istrumento sia verticale qualunque sia la posizione dello *zero* della graduazione del circolo zenitale collimando ad un punto col metodo del *sinistro inverso*, ossia della doppia puntata si potrà sempre avere l'esatta misura di φ, ossia la *distanza zenitale* od *apozenit* φ del punto osservato.

Riepilogando;

Se l' istrumento è affetto dallo errore ε' che abbiam detto di collocamento dello zero del circolo verticale, od anche errore sistematico, il medesimo si può completamente eliminare usando dell'artifizio del *sinistro inverso*; se poi non vuolsi eseguire il *rovesciamento* per ogni punto, allora si valuta la misura di ε' mercè la formola (31) e poscia si eseguiscono le singole puntate col cannocchiale sempre in posizione normale, aggiungendo a cadauna lettura il valore di ε' col segno algebrico che gli compete.

Avvertiamo infine che nella fig. 103 non si sono riprodotte le posizioni dei diametri e dei vernieri quali si riscontrano istrumentalmente, ma i principii reggono egualmente, si sono assunte tali onde rendere più semplice la dimostrazione dei medesimi.

Quanto abbiamo sin'ora esposto circa allo errore sistematico ε', vale pei tacheometri Salmoiraghi grande modello e per analoghi inglesi e francesi. Quando però gli istrumenti congeneri sono muniti al circolo zenitale di un solo verniero, allora le regole date non valgono più e per determinare l'errore anzidetto è mestieri seguire invece la seguente semplicissima regola.

Si rettifica innanzi tutto la livelletta cilindrica fissa od amovibile sempre annessa a questi istrumenti, e poi la si applica sul cannocchiale previo avere collocato in stazione lo istrumento colle regole date al n.° 208.

Centrata la bolla, noi saremo sicuri che il cannocchiale è orizzontale, ma ciò non basta, occorre anche accertarsi che l'asse di collimazione del medesimo è del pari centrato. A tale scopo si faccia situare una stadia sopra un punto del terreno alla di-

stanza, per es., di cinquanta metri, e si diriga sulla medesima il cannocchiale livellato il più perfettamente possibile mercè la detta livella, e si legga una altezza che indicheremo con h. Indi si faccia eseguire all'alidada una mezza rotazione, si capovolga il cannocchiale onde portare di nuovo l'oculare dalla parte dell'osservatore, si livelli questo un'altra volta colla massima precisione, e si collimi di nuovo alla stadia. Se l'asse di collimazione del cannocchiale è orizzontale ossia parallelo alla tangente all'arco direttore della livelletta, si dovrà leggere alla stadia la stessa altezza h di prima. Se non si ha l'identità fra le due letture, vuol dire che necessariamente l'asse anzidetto non è paralello alla detta tangente e quindi non orizzontale. In tal caso, leggeremo alla stadia un'altra altezza h' diversa dalla prima, e la media aritmetica delle due letture ossia

$$\frac{h + h'}{2} = h'',$$

darà l'altezza che si leggerà alla stadia quando l'asse ottico sarà orizzontale.

Si ritorni quindi alla primitiva posizione, si capovolga il cannocchiale e si centri esattamente la livelletta, poscia girando opportunamente le viti annesse al micrometro si sposti l'incrocicchio dei fili sino a collimare esattamente all'altezza h''. Si ripeta l'operazione sino a che nelle due successive posizioni del cannocchiale coll'incrocicchio dei fili si legga alla stadia la stessa altezza h'', si sarà in tal guisa reso *veramente* orizzontale l'asse di collimazione del cannocchiale.

Se in questa posizione si leggerà l'angolo al circolo verticale, e se $\varepsilon' = 0$ ossia non v'ha errore di spostamento nello zero del circolo anzidetto cioè cade sulla verticale passante pel cerchio anzidetto e che quindi l'altro $100^g - 300^g$ sia orizzontale, dovremo avere

$$L_0 = 100^g,$$

indicando con L_0 tale lettura. Ma se invece esiste istrumentalmente un tale errore questo sarà dato da

$$\varepsilon' = L_0 - 100^g,$$

ed in questa differenza si avrà evidentemente il valore o la mi-

sura di ε', ossia dell'*errore di posizione del circolo zenitale* e che abbiam chiamato *errore sistematico.*

Determinato in tal guisa l'errore ε', nel caso del tacheometro, ad ogni lettura occorrerà aggiungere la costante ε' col segno algebrico che risulta eseguendo quella differenza. Nel caso del *Cleps*, in cui la graduazione procede in senso inverso occorrerebbe, ripetiamo, aggiungere la costante ε' ad ogni puntata, ma col segno cambiato.

Questo procedimento ce ne suggerisce uno analogo, ma indiretto per arrivare allo stesso scopo.

Col mezzo di due picchetti infissi nel terreno si determinino due punti di stazione alla distanza l'uno dall'altro di un centinaio di metri, e presso a poco allo stesso livello. Si situi l'istrumento su di uno di essi punti e la stadia sull'altro. Centrata perfettamente la bolla della livelletta cilindrica, e posto lo zero del verniero normale in coincidenza colla graduazione 100^g si punti la mira coll'incrocicchio dei fili del micrometro e si legga l'altezza che indicheremo con a, poscia si misuri l'altezza s dello istrumento, ossia la distanza verticale fra l'asse di rotazione del cannocchiale ed il punto di stazione, e si scrivano l'una di seguito all'altra così $a \quad s$.

Ciò fatto, si porti l'istrumento sul punto dov'era la mira, e questa nel primo punto di stazione, e si ripeti l'operazione, sia a' la lettura fatta alla stadia ed s' l'altezza dello istrumento.

Se il diametro $100^g - 300^g$ era orizzontale, ossia paralello alla tangente all'arco direttore della livella dovrà essere

$$a + a' = s + s'.$$

Se questa eguaglianza non si verifica, vorrà dire necessariamente che il diametro $100^g - 300^g$ non è orizzontale e quindi l'altro $0^g - 200^g$ non verticale e per conseguenza che lo 0^g del circolo zenitale trovasi spostato e l'istrumento affetto dallo *errore sistematico.*

Siccome poi lo scarto dato dalla differenza delle due letture alla stadia è doppio di quello che ha luogo in ogni singola puntata, così la metà soltanto di detto scarto o differenza darà la vera misura del diffetto esistente nello istrumento, ossia dello errore istrumentale ε'.

Esempio: Nella prima stazione siasi trovato $a = 0^m,90$, $s = 1,20$,

e nella seconda $a' = 1{,}65$, $s' = 1{,}35$, scrivendo queste quantità nel modo suindicato e facendo le somme avremo:

$$\begin{array}{rr} a = 0{,}90 & 1{,}20 = s \\ a' = 1{,}65 & 1{,}35 = s' \\ \hline 2{,}55 = & 2{,}55 \end{array}$$

e l'identità dei due risultati c'indicherà che il diametro 100^g-300^g era orizzontale quindi verticale l'altro 0^g — 200^g, vale a dire che trovasi soddisfatta la condizione *d*, cioè *che disposto l'asse di collimazione orizzontale all'indice o verniero normale si legga* 100^g, *oppure disposto verticalmente allo stesso verniero si legga* 0^g.

Se invece disposta orizzontale la linea di collimazione del cannocchiale, il diametro $100° - 300°$ del circolo zenitale non è orizzontale e quindi spostato lo 0^s dello stesso circolo, puntando nelle due posizioni dello istrumento alla mira, leggeremo necessariamente due altezze a_1 ed a_1' diverse dalle prime *a* ed *a'* in più od in meno secondo che il detto diametro sarà elevato o depresso sull'orizzontale passante pel centro del cerchio zenitale.

Supponiamo che esso si trovi depresso all'orizzonte, e le letture eseguite siano rispettivamente $a_1 = 0^m{,}86$ ed $a_1' = 1{,}61$ avremo

$$\begin{array}{rr} a_1 = 0{,}86 & s = 1{,}20 \\ a_1' = 1{,}61 & s' = 1{,}35 \\ \hline 2{,}47 & 2{,}55. \end{array}$$

Prelevando dalla seconda somma la prima, nella metà della differenza $\Delta = 0{,}08$ ossia in $0^m{,}04$ avremo se non la misura almeno un indizio che l'istrumento è affetto da uno errore di collocamento dello *zero* del circolo verticale, giacchè non da altro se si è ben osservato, deve dipendere lo scarto o differenza che si verifica nelle due somme anzidette.

Per dedurre dalla metà della differenza anzidetta, ossia dalla quantità lineare 0,04 la misura del valore angolare ε' da cui dipende, il processo è tanto facile quanto esatto.

È noto che il rapporto della circonferenza al diametro (questo essendo eguale ad 1) viene espresso da

$$\pi = 3{,}14159265 \ldots\ldots$$

e che quindi π rappresenta la semicirconferenza che ha per raggio l'unità.

Avremo dunque secondo la divisione antica o sessagesimale

$$90^\circ = 1{,}5707963 \ldots\ldots$$
$$1^\circ = 0{,}01745329 \ldots\ldots$$
$$1' = 0{,}000290887 \ldots\ldots$$
$$1'' = 0{,}0000048481 \ldots\ldots$$

ed in base alla graduazione centesimale come al nostro caso si conviene, essendo $360^\circ = 400^g$, si avrà:

$$100^g = 1{,}5707963 \ldots\ldots\ldots$$
$$1^g = 0{,}015707963 \ldots\ldots\ldots$$
$$1' = 0{,}00015707963 \ldots\ldots$$
$$1'' = 0{,}0000015707963 \ldots\ldots$$

Si sa pure che la tangente di un arco minore di un quadrante è sempre maggiore dell'arco ed il seno minore dell'arco stesso, e che per archi molto piccoli il seno e la tangente si possono considerare confondentisi coll'arco stesso, ossia si può prendere per valore del seno e della tangente quello dell'arco o dell'angolo a cui esse funzioni appartengono.

L'errore di collocamento dello *zero* del circolo zenitale è sempre quantità molto piccola, qualche minuto primo centesimale dai 2 ai 4' al massimo, e per conseguenza entro questi limiti possiamo benissimo prendere per misura dell'arco quella della tangente che gli corrisponde.

Ora lo scarto che si osserva nell'altezza letta alla stadia, e che nel caso in ispecie abbiamo determinato in m. 0,04, non rappresenta che il valore della tangente dell'angolo d'inclinazione del diametro 100^g—300^g alla orizzontale o del diametro 0^g—200^g alla verticale passanti pel centro del circolo zenitale, e possiamo per ciò che si è detto assumerla come misura dell'angolo anzidetto. Dalle cifre più sopra espresse, si rileva che la tangente dell'angolo di 1' ($0^g{,}01$) nel raggio eguale ad 1^m, è $0^m{,}000157$ e per un raggio di 64^m si avrebbe 0,01 prossimamente ossia un centimetro.

Se adunque nello esempio edotto i due punti di stazione fossero stati assunti alla distanza di m. 64, lo scarto osservato di $0^m{,}04$ ci farebbe consci che l'istrumento sarebbe affetto da un errore sistematico di 4' centesimali ($0^g{,}04$).

Se invece la distanza fosse stata doppia ossia 128^m, e si fosse ottenuto lo stesso scarto di 0,04; si sarebbe conchiuso che l'errore ε'' era soltanto di 2′ (0^s,02).

E superfluo dire che la regola vale qualunque sia la distanza che corre fra i due punti di stazione, si son scelte quelle per facilitarne la dimostrazione.

Il metodo ora esposto per scoprire se un dato istrumento è affetto da errore sistematico, e di valutarne la misura, ha il vantaggio che si può eseguire durante le operazioni relative ad un dato rilevamento topografico.

Su due stazioni qualsivoglia, ma possibilmente allo stesso livello, e che tutto, aria, e luce sieno propizii a buone osservazioni, queste potranno servire a determinare il valore di ε', che si registra sul libretto di campagna, e servirà per correggere le distanze zenitali determinate precedentemente e quelle che in prosieguo potrà occorrere di rilevare.

Sembrerà a taluni che abbia insistito troppo su tale argomento, ma ci permettiamo essere di parere contrario, perchè dipende appunto dal non conoscere questi istrumenti in tutti i suoi minimi dettagli, se presso molti ingegneri il tacheometro è tenuto in nessun conto come istrumento livellatore.

e) In quanto alla verifica della esattezza del distanziometro, e quindi che le distanze lette sieno *veramente* le vere, si misura sopra un terreno possibilmente piano e colla massima cura e diligenza una determinata lunghezza non maggiore di 100^m, compresa fra due picchetti, in uno si collochi l'istrumento, e sull'altro si ponga la stadia in direzione perfettamente verticale e tenuta ben fissa. Disposto il cannocchiale prossimamente orizzontale, si punti alla stadia e si osservi, a seconda del genere di stadia che si ha in esame, se il numero delle divisioni intercette dai fili micrometrici è precisamente quello che esprime la lunghezza direttamente misurata.

Se si trova l'identità, il distanziometro è naturalmente esatto, se invece v'ha divario fra la lunghezza calcolata e quella direttamente misurata, dividendo questa per la prima si avrà il *coefficiente di correzione*.

Nei tacheometri inglesi v'ha una vite ad ingranaggio speciale per correggere la posizione della lente anallatica, avendo quindi sotto mano uno di questi istrumenti, si sposta la detta lente verso l'obiettivo, se la stadia dà una distanza maggiore di

quella misurata colle canne, si deve invece allontanare nel caso opposto, finchè si sia ottenuta l'eguaglianza fra le due misure.

Nei tacheometri del Richer necessita smontare il cannocchiale ed a mano e per successivi tentativi avvicinare od allontanare il tubo anallatico all'obiettivo sino ad ottenere le due anzidette eguaglianze. Ma ognuno comprenderà quanto difettoso sia un tal procedimento di rettifica, per cui val meglio, come nei tacheometri italiani avere la lente anallatica fissa al tubo porta obiettivo e sottratta ad ogni rettifica per parte dell'operatore, ed apportare le correzioni alle distanze mercè il relativo coefficiente di riduzione delle medesime quante volte non si verifichino le anzidette eguaglianze.

A complemento della parte che si riferisce alle *verifiche* e *rettifiche* dei *tacheometri* ed in generale a tutti gli istrumenti proprii della moderna topografia, oltre alle condizioni generali relative alla posizione dei loro assi principali, vogliamo accennare sommariamente a talune altre che pure dovrebbero essere soddisfatte e riguardanti, cioè il modo di costruzione di talune parti speciali dei medesimi, onde l'operatore possa a seconda dei casi tenerne il debito conto.

Le ulteriori condizioni alle quali dovrebbe soddisfare uno istrumento onde ottenere delle buone osservazioni e dei risultati soddisfacenti sarebbero le seguenti:

f) Il diametro dei perni e dei cuscinetti d'appoggio dell'albero di sostegno del cannocchiale dovrebbero essere a tutto rigore perfettamente cilindrici o di egual diametro.

In generale dobbiamo ritenerli tali affidandoci alla rispettabilità ed abilità del costruttore, d'altronde una tenue differenza nei diametri anzidetti ci porterebbe nel più dei casi a correzioni al disotto dell'approssimazione dello istrumento, e quindi trascurabili, dippiù mercè opportuni metodi di osservazione come fra breve vedremo, si può eliminare anche l'errore causato da una ineguaglianza dei diametri dei perni anzidetti.

g) Le divisioni dei cerchi dovrebbero essere perfettamente eguali, in modo cioè che ogni tratto occupi il suo giusto posto. Infatti affinchè gli archi percorsi dai vernieri in due successive posizioni diano la vera misura dell'angolo, è indispensabile che le divisioni siano perfettamente eguali, ma per quanta cura ed attenzione vi s'impieghino dal costruttore col sussidio dei più perfetti meccanismi, qualche ineguaglianza sussisterà sempre. È bene però

sapere che si può, ciò non ostante, tracciare una graduazione sul lembo di un cerchio, in guisa che ciascun tratto occupi il suo posto con un errore medio probabile non maggiore di 1″ sessagesimale.

Su tale proposito abbiamo già accennato al n.° 164-165 come si possono quasi totalmente eliminare gli errori di graduazione, impiegando nelle misure degli angoli il *metodo della ripetizione* giacchè così operando, lo stesso angolo misurato successivamente in diverse regioni del lembo graduato, se una volta verrà misurata colle divisioni troppo grandi, nelle successive lo sarà colle troppo piccole, e vi sarà compensazione almeno parziale.

Inoltre l'applicazione di parecchi vernieri ad uno stesso cerchio, ha pure per iscopo di eliminare o grandemente attenuare un tale difetto e per la stessa ragione addotta pel metodo della ripetizione.

b) Il centro della graduazione del cerchio azimutale dovrebbe coincidere o cadere sull'asse di rotazione dell'alidada, onde eliminare l'altro errore che chiamasi appunto l'*eccentricità dell'asse di rotazione dell' alidada* o l'*eccentricità della graduazione.*

Si comprenderà di leggieri come tale condizione dovrebbe essere sempre soddisfatta, giacchè diversamente il vertice dell'angolo a misurarsi non cadendo sul centro del cerchio graduato, in talune posizioni di questo si avrà per l'angolo una misura troppo grande, e per altre una misura troppo piccola.

Come le due precedenti una tale condizione di cose, per quanta sia l'abilità dell'artefice, non è mai rigorosamente soddisfatta, e poi ammesso anche che originariamente non esistesse un tale difetto, nasce egualmente ed inevitabilmente dal logorarsi degli assi pel lungo uso di un istrumento.

Ciò che abbiam detto pel cerchio azimutale va da sè che dovrà intendersi applicato anche al cerchio verticale, per cui le distanze zenitali saranno pure affette da un errore dipendente da quello di *eccentricità della graduazione* relativa.

Anche qui la moltiplicità dei vernieri applicati ai cerchi del tacheometro, ha appunto per iscopo oltre di attenuare gli errori dipendenti da una graduazione imperfetta anche un tale difetto, ossia l'errore nella misura dell'angolo dovuto alla discentratura della stessa graduazione. Infatti s'intuisce facilmente che i due vernieri situati agli estremi di un diametro del cerchio azimutale, ci forniscono mercè due opposte letture gli archi intercetti fra i

lati opposti che comprendono l'angolo, e la semisomma rappresenterà la misura esatta dell'angolo.

La teoria ci viene in sussidio e ci addimostra appunto e ci insegna *che per gli angoli che differiscono di una mezza circonferenza, l'errore angolare che si commette nelle letture, e dovuto alla eccentricità, è eguale e di segno contrario.*

Avendo quindi come nel tacheometro grande modello due vernieri a mezza circonferenza di distanza l'uno dall'altro tanto nel circolo azimutale che in quello zenitale, se indichiamo al solito con L ed L' le letture fatte ai medesimi affette dallo errore di eccentricità, (e nel far quella al nonio sussidiario si sottrae mentalmente 200^g) dalle medie aritmetiche

$$\frac{L+L'}{2} = \theta$$

$$\frac{L+L'}{2} = \psi,$$

avremo senz'altro gli *azimut* θ, e le *distanze zenitali* ψ, scevre affatto da errori causati dalla discentratura delle graduazioni.

Qui cade in acconcio di far rilevare allo studioso che non è punto necessario che gli *zeri dei vernieri* siano esattamente alla distanza di una mezza circonferenza tanto, che una differenza anche di qualche grado non potrebbe influire, che in modo affatto trascurabile nella pratica, sulla media delle letture anzidette. D'altronde devesi avere presente che anche ridotti gl'indici esattamente sugli estremi di uno stesso diametro, non potrebbero dare letture la cui differenza fosse esattamente di 180° o 200^g (a secondo della graduazione) se non nel caso che fosse nulla, od inapprezzabile allo istrumento, la *eccentricità della graduazione.*

Per eliminare dunque un tale errore inevitabile in qualsiasi goniometro, basta prendere la media delle due letture fatte con due indici opposti *a circa* mezza circonferenza di distanza sulla graduazione dei circoli.

A questo punto noi conosciamo oramai tutti gli artifizii opportuni per *verificare* (ed all'uopo rettificare) se coesistono tutte quelle condizioni indispensabili perchè un tacheometro sia atto a darci colla voluta esattezza i valori di θ, ψ ed r necessarii per ogni punto materiale di un dato rilevamento topografico.

Nel capitolo seguente brevemente riepilogheremo le norme pratiche per eseguire le anzidette rettifiche, facendo nel contempo

parola della regola generale nota comunemente sotto il nome del celebre geometra Bessel, onde eliminare *tutti gli errori* che possono influire sulla esattezza della determinazione di ϑ e ψ di ciascun punto senza ricorrere troppo spesso alla rettifica materiale o meccanica di tutte le singole parti dello istrumento.

Avvertiamo però lo studioso che della *regola del Bessel* ne dovrà fare tesoro per eliminare i residuali errori istrumentali, premettendo di quando in quando una accurata e diligente verifica e rettifica delle singole parti del proprio istrumento giacchè una tale operazione si riduce infine ad una perdita insignificante di tempo, mentre il trascurare di farla si risolverà indubbiamente a detrimento della esattezza dei risultati.

CAPITOLO IV.

AVVERTENZE E NORME PRATICHE CIRCA ALLO IMPIEGO DEI TACHEOMETRI. REGOLA DI BESSEL.

228. *Stato dello strumento.* Il tacheometro essendo l'unico istrumento propriamente detto che s'impieghi nei rilevamenti topografici in base alla nuova scuola è importantissimo che sia sempre conservato in perfetto stato di funzionamento.

Perciò:

I. Necessita che tutti i movimenti si effettuino agevolmente e continui non bruschi ed intermittenti, prima operazione sarà dunque quella di girarlo attorno al proprio asse onde assicurarsi che i movimenti generali e particolari del medesimo si eseguiscono con facilità e continuità.

II. Tutte le viti di pressione e di richiamo devono funzionar bene, non converrà forzar troppo le prime; le seconde vanno sempre tenute in modo che agiscano entro la relative madrevite colla parte centrale della loro spina.

III. Le divisioni dei cerchi devono essere ben nitide; ed essendo questi scoperti occorre di quando in quando pulirli con un pannolino avvertendo però di fregarli sempre in senso normale alle divisioni per evitare di produrre incisioni o righe nel senso dei tratti delle divisioni anzidette.

IV. Gli oculari dei microscopi devono farsi scorrere nei relativi tubetti sino a portare le graduazioni alla distanza della visione distinta dell'osservatore.

V. Qualora il tacheometro non appartenga ad alcuna delle categorie precedentemente descritte, necessita indagare l'esattezza e l'approssimazione data dai vernieri al medesimo applicati.

VI. È necessario pure assicurarsi della bontà od esattezza della graduazione dei circoli, osservando se percorrendo la divi-

sione tratto per tratto con un verniero si riscontra sempre la simultanea coincidenza del primo e dell'ultimo tratto. Avvertiamo però che tale prova non è rigorosamente esatta, potrà ritenersi come un primo criterio della bontà della graduazione, e più che dalla medesima dovremo affidarci per questa parte alla onorabilità della Ditta costruttrice, d'altronde sappiamo già che coll'applicazione di due vernieri si eliminano gli errori dipendenti da una graduazione imperfetta, come pure quelli causati dalla discentratura della stessa graduazione.

229. *Collocamento del tacheometro in stazione.*

I. Si deve situare il treppiede di sostegno in guisa che la piattaforma essendo prossimamente orizzontale, la verticale passante sul suo centro cada prossimamente sul punto di stazione.

II. Si rende poi la detta piattaforma orizzontale mercè la livelletta sferica bene spesso annessa alla medesima.

III. Le gambe del treppiede devono essere opportunamente allargate e le punte delle medesime conflitte sino a rifiuto nel terreno, dopo di che si stringeranno fortemente le viti che collegano le gambe alla piattaforma, sicuri in tal modo di ottenere una base solida e ferma allo istrumento; condizione questa essenziale atteso al numero grande di punti che devonsi alle volte rilevare da una stessa stazione.

IV. Collocato l'istrumento sulla piattaforma, se il treppiede è della foggia descritta al n.° 210 dovrà farsi scorrere l'istrumento stesso sulla piattaforma anzidetta sinchè il filo a piombo coincida colla direzione della verticale passante sul punto di stazione.

V. Le tre viti di sostegno dello istrumento devono sporgere di quantità pressochè eguali dalle corrispondenti madreviti.

VI. Si procede poscia alla rettifica delle livellette a bolla d'aria annesse all'alidada dello istrumento.

VII. Indi si disporrà nel modo già detto l'asse dell'istromento verticale, centrando cioè in due direzioni fra loro normali se unica è la livelletta, o se son due centrandole entrambe senza bisogno allora di far girare l'istrumento.

VIII. Si adatta inoltre il cannocchiale alla vista col far scorrere a mano l'oculare, finchè si vedano distintamente i fili del micrometro, operazione che non bisogna mai trascurare onde evitare la *parallasse dei fili.*

IX. Si procede poscia alla rettifica della livelletta amo-

vibile situandola sul cannocchiale disposto prossimamente orizzontale. Tale rettifica si esegue nel modo seguente:

a) Si centra esattamente la bolla mercè la vite micrometica del cerchio zenitale;

b) Indi si capovolge la livella, e se la bolla rimane centrata, è indizio sicuro che quella è in rettifica;

c) Se invece la bolla si sposta, si corregge l'errore di discentramento metà colla vite annessa alla livella stessa e metà colla vite micrometrica anzidetta.

X. Ciò fatto occorre assicurarsi che la linea di collimazione del cannocchiale è parallela alla tangente all'arco direttore della livella, ossia che tale linea è *orizzontale*, perciò:

a) Si collimi col centro del reticolo ad un punto ben determinato;

b) Si levi la livella dal canocchiale, si faccia eseguire una mezza rotazione all'alidada, indi si capovolga il cannocchiale sul quale poi si applicherà di nuovo la livella, questa centrata si osservi se l'incrocchio dei fili del micrometro collima ancora esattamente al punto di prima nel caso affermativo la superiore condizione è soddisfatta;

c) In caso contrario fa d'uopo spostare convenientemente il reticolo mercè le apposite viti di metà della differenza, e ripetere l'operazione finchè nelle due successive posizioni del cannocchiale si verifichi di collimare sempre collo incrocicchio dei fili allo stesso punto.

230. *Verificazione e rettificazione della posizione reciproca degli assi principali di un tacheometro.* Collocato l'istrumento in stazione ed eseguite le operazioni di cui ai numeri precedenti occorre verificare, ed occorrendo correggere:

A) La perpendicolarità della linea di collimazione del cannocchiale al suo asse di rotazione;

B) L'orizzontalità dell'asse di rotazione anzidetto;

C) La posizione dello zero del verniero normale del circolo zenitale il quale deve coincidere collo zero del diametro $0^g - 200^g$ quando la linea di fede del cannocchiale è rivolta allo *zenit* del punto di stazione; o colla divisione 100^g del diametro $100^g - 300^g$ dello stesso circolo quando la linea di collimazione del cannocchiale è orizzontale.

A) Si verifica la esistenza della prima condizione operando nel seguente modo:

a) Disposto il cannocchiale prossimamente orizzontale si collima ad un punto ben determinato;

b) Si legge al verniero normale l'angolo dal medesimo segnato sul circolo orizzontale;

c) Fissato questo cerchio, si gira l'alidada di mezza circonferenza, e capovolto il cannocchiale si collima di nuovo al punto di prima;

d) Si legge mercè lo stesso verniero l'angolo sul circolo azimutale.

Se i due angoli differiscono esattamente di 200^g (o di 180° se la graduazione è sessagesimale) tale condizione è soddisfatta, diversamente nella differenza in più od in meno a 200^g si ha il doppio dell'errore ossia della inclinazione dell'asse di collimazione del cannocchiale all'asse di rotazione dèl medesimo, e se ne eseguisce la rettifica colle operazioni seguenti:

a') Si determina la metà della differenza fra i due angoli suindicati, diminuita precedentemente di 200^g o di 180° a seconda della graduazione dei circoli;

b') Colla vite di richiamo dell'alidada si fa variare l'angolo segnato dal nonio normale nella seconda posizione della metà anzidetta, in più od in meno a seconda dei casi;

c') Spostando poscia il micrometro del cannocchiale sino a portare l'incrocicchio dei fili a collimare al punto di prima.

Occorrendo si ripeterà l'operazione sinchè nelle due posizioni del cannocchiale si collimi sempre ed esattamente al punto considerato.

B) Per assicurarci che l'asse di rotazione del cannocchiale è orizzontale, si opera come segue:

a) Col cannocchiale in posizione normale ossia col circolo verticale *alla sinistra* dell'osservatore posto all'oculare del cannocchiale, si collima ad un punto molto elevato sull'orizzonte e poscia girando opportunamente il cannocchiale attorno al suo asse di rotazione si individui un altro punto posto al disotto dell'orizzonte passante pel centro dello istrumento;

b) Fissato il cerchio azimutale, si faccia eseguire una mezza rotazione all'alidada, e capovolto il cannocchiale si collimi, sempre coll'incrocicchio dei fili, al punto elevato;

c) Si abbassi ora la linea di collimazione verso il suolo e si osservi se essa individua ancora esattamente al punto depresso.

Se tale identità di collimazione si verifica, vuol dire che l'asse di rotazione del cannocchiale è orizzontale.

Se invece il centro del reticolo (nella posizione invertita del cerchio e del cannocchiale) non coincide col punto più basso, l'asse di rotazione anzidetto non è orizzontale, e se ne rettifica la posizione nel modo seguente:

a) Si fissa un punto che si valuti trovarsi a metà della distanza che intercede fra quella in cui si proietta il centro del micrometro ed il punto depresso a cui si era collimato nella prima operazione;

b') Indi colle viti opportune si abbassi o s'innalzi uno dei cuscinetti di sostegno dei perni dell'albero di rotazione del cannocchiale, sino a che il centro del micrometro coincida col punto fittizio anzidetto, ed alzando il cannocchiale la linea di collimazione individui il punto elevato prima considerato.

Anche in questo caso occorrerà ripetere l'operazione sinchè nelle due posizioni invertite dell'alidada e del cannocchiale, si collimi successivamente ed esattamente ai due punti l'uno elevato l'altro depresso all'orizzonte passante pel centro dell'istrumento.

Si potrebbe anche collimare ad un filo a piombo, ad uno spigolo di casa, e vedere se nelle due posizioni inverse dell'alidada e del cannocchiale, ed abbassando ed alzando questo, il centro del micrometro si mantiene costantemente sulla direzione del filo a piombo o dello spigolo della casa.

Per la verifica e rettifica di cui alla lettera *B* si può procedere anche nel modo seguente:

a) Si collima ad un punto solo e molto elevato oppure molto depresso dall'orizzonte passante pel centro dell'istrumento tanto nella posizione diretta che in quella invertita dell'alidada e del cannocchiale nel modo identico dianzi spiegato.

b) Si legge l'angolo sul circolo zenitale collo stesso nonio tanto nella prima che nella seconda posizione dal medesimo assunta.

Se la differenza fra i due angoli è di 200^g oppure 180°, si è certi dell'orizzontalità dell'asse di rotazione del cannocchiale, in caso contrario l'asse anzidetto non è orizzontale e se ne rettifica la posizione colle seguenti operazioni.

a') Fatta la detta differenza e da questa prelevati 200^g o 180° a seconda dei casi, il residuo lo si divide per metà;

b') Si gira la vite micrometrica dell'alidada in guisa da leggere al nonio normale l'ultimo angolo aumentato o diminuito a seconda dei casi della metà anzidetta;

c') Indi si abbassa o s'innalza uno dei cuscinetti di appoggio dell'asse di rotazione del cannocchiale sino a collimare col centro del reticolo al punto prima considerato.

C) Si verifica ed occorrendo si rettifica l'errore di collocamento dello *zero* del circolo zenitale colle seguenti operazioni:

a) Si collima ad un punto qualunque sull'orizzonte, ed all'indice normale si legge l'angolo φ;

b) S'inverte l'istrumento, si capovolge il cannocchiale e si collima di nuovo al punto di prima ed allo stesso indice si legge il nuovo angolo φ'.

Se $\varphi + \varphi'$ uguaglia 400^g o $360°$, vorrà dire che lo zero del verniero normale coincide colla divisione 100^g del circolo zenitale quando la linea di collimazione del cannocchiale è orizzontale o collo zero dello stesso circolo quando la detta linea è verticale.

Se quella somma non è esattamente eguale a 400^g, si ha nella differenza a 400^g il doppio dello errore di spostamento dello zero del circolo verticale anzidetto, e si corregge operando come segue:

a') Si divide per metà la differenza fra la somma anzidetta e 400^g;

b') Mercè la vite micrometrica del circolo zenitale si fa variare in più o in meno l'angolo φ' (segnato dallo stesso nonio, nella seconda posizione) della semi-differenza anzidetta;

c') Indi colla vite che collega l'asta portante i vernieri ad uno dei montanti di sostegno del cannocchiale, si conduce la linea di collimazione sul punto di prima.

Sarà opportuno ripetere l'operazione di verificazione per avere un controllo dell'esattezza della rettifica. Quando al circolo zenitale si ha un solo verniero allora per determinare l'errore di spostamento dello zero del circolo anzidetto, si deve invece eseguire le sottoindicate operazioni:

a) Ridotta la livelletta cilindrica amovibile in perfetta rettifica, si collochi sul cannocchiale e la si centri colla massima diligenza onde disporre il cannocchiale orizzontale;

b) Col cannocchiale così livellato si collimi alla stadia, e si noti l'altezza letta h;

c) S'inverta l'istrumento, si capovolga il cannocchiale e si livelli un'altra volta con tutta esattezza;

d) Si collimi di nuovo coll'incrocicchio dei fili alla stadia, e si noti l'altezza h'. Se $h = h'$ allora la linea di collimazione è

veramente orizzontale: se invece $h \gtrless h'$ allora la media $\frac{h+h'}{2}$ darà l'altezza che dovrà leggersi alla stadia perchè il detto asse sia orizzontale. Perciò necessitano ancora le ulteriori operazioni;

e) Si ritorna coll'istrumento alla posizione di prima e si livella di nuovo ed esattamente il cannocchiale.

f) Indi colle viti annesse al micrometro si sposta il centro di questo sino a collimare esattamente sulla stadia all'altezza $\frac{h+h'}{2}$.

Se il diametro $100^g - 300^g$ è pure orizzontale e quindi l'altro $0^g - 200^g$ è verticale all'indice normale dovremo leggere $\varphi = 100^g$ Se invece l'angolo letto è $>$ o $<$ di 100^g nella differenza a 100^g avremo appunto la misura dell'*errore di spostamento* ε' dello zero del circolo verticale.

Avvertenza. — Non occorre rettificare l'istrumento, basta registrare il valore di ε', ed aggiungerlo ad ogni distanza zenitale col segno algebrico che risulta facendo quella differenza.

In taluni tacheometri il cerchio zenitale non è completo, è sostituito cioè da un settore circolare, e l'indice del medesimo deve segnare *zero* quando la linea di collimazione è orizzontale. La graduazione poi procede tanto a destra che a sinistra soltanto da 0_0 a 30°, o poco più, per cui bisogna apporre alle distanze zenitali (ψ) lette, il segno $+$ o $-$ a seconda che la visuale è elevata o depressa all'orizzonte passante pel centro dell'istrumento. Tale avvertenza è della massima importanza, per evitare risultati erronei nella determinazione delle quote altimetriche. Quando il cerchio zenitale è completo non occorre il segno $+$ o $-$ alle anomalie angolari ψ, stantechè quando $\varphi < 100^g$ si sa già che la visuale è elevata sull'orizzontale, quando invece $\varphi > 100^g$ la linea di collimazione è per converso depressa all'orizzontale anzidetta.

231. *Regola pratica da seguirsi nelle osservazioni degli angoli per eliminare gli errori di posizione degli assi istrumentali, non che quelli di graduazione e di eccentricità della graduazione stessa.* Il metodo da seguirsi nella misurazione degli angoli onde compensare tutti indistintamente gli eventuali e residuali errori istrumentali, noto ancora col nome di *regola di Bessel*, è tanto semplice quanto analiticamente esatto.

Il metodo in parola è il seguente:

a) Collocato l'istrumento in stazione si dispone l'asse ge-

nerale del medesimo *esattamente* verticale colle norme date al n.° 227, comma *a*);

b) Si eseguisce la misura dell'angolo prima collo istrumento in posizione normale ossia col cerchio zenitale a *sinistra* dell'osservatore posto all'oculare del cannocchiale;

c) Indi si ripete l'osservazione o la misura dell'angolo coll'istrumento invertito, cioè capovolgendo il cannocchiale e facendo eseguire all'alidada una mezza rotazione intorno al suo asse verticale, con che si porterà il cerchio zenitale alla destra dell'osservatore posto all'oculare anzidetto.

È dimostrato analiticamente, e dopo quanto è stato esposto in proposito è facile intuirlo, che coll'operazione del *sinistro-inverso* su cui si basa il metodo in esame, si eliminano dall'istrumento le seguenti residuali ed eventuali imperfezioni:

1.° Imperfetta normalità della linea di collimazione all'asse di rotazione del cannocchiale (*A*);

2.° Imperfetta orizzontalità di questo asse (*B*), (qualunque poi ne sia la causa, anche se dipendente da disugualianza nel diametro dei perni);

3.° Eccentricità della linea di collimazione.

Siccome poi quando si aspira a conseguire nelle misure angolari una grande esattezza, si adoperano istrumenti i cui cerchi sono muniti di due indici, ed avendo già veduto che colla moltiplicità dei vernieri si può ovviare ad una imperfetta graduazione, non che eliminare gli errori dipendenti dall'eccentricità dell'alidada (n.° 165), e ricordando che appunto coll'artifizio del *sinistro inverso* si elimina l'errore di spostamento dello zero del circolo verticale, così potremo evidentemente conchiudere che seguendo nelle osservazioni il metodo del *Bessel*, si compensano indistintamente tutti gli errori dipendenti da residuali ed eventuali imperfezioni delle diverse parti di un istrumento tacheometrico.

232. *Diastimometro.* Si verifica poi, se il cannocchiale-stadia-anallatico dà le vere misure delle distanze ossia della terza coordinata polare *r*, osservando nel modo seguente:

a) Si misura su di un terreno piano e con tutta la precisione possibile, una distanza di 50 metri, ripetendo la misura sino a che la differenza fra le medesime sia quantità trascurabile.

b) Si situa l'istrumento in uno degli estremi di detta lunghezza, ed all'altro vi si colloca la stadia in direzione verti-

cale e possibilmente poggiata contro un muro od altro oggetto fisso;

c) Si collima infine alla stadia col cannocchiale in posizione prossimamente orizzontale.

Se la distanza letta è eguale o molto prossimamente eguale a quella misurata, il diastimometro è esatto, diversamente bisognerà correggere la posizione della lente anallatica (se l'istrumento permette la rettifica) approssimandola all'obiettivo se la distanza letta è maggiore di quella misurata, e viceversa allontanandola se la stadia dà una distanza minore di quella rilevata colla misura diretta.

Qualora poi l'istrumento non sia in questa parte rettificabile nel rapporto della distanza effettivamente misurata a quella dedotta alla stadia si avrà il *coefficiente di riduzione* col quale correggere tutte le distanze dedotte col mezzo della stadia.

In generale è utile che il cannocchiale stadia-anallatico dia distanza di pochi centimetri inferiore a quella dedotta colla misurazione diretta, giacchè usando le canne, per quanta attenzione e diligenza vi s'impiega, abbiam già detto, si hanno sempre misure maggiori del vero.

E superfluo l'aggiungere che nella misura diretta che dovrà servire per controllare il diastimometro, si dovranno impiegare canne diligentemente campionate.

233. *Micrometro.* Rimane ora a verificare la posizione dei fili determinanti il centro del reticolo, dei quali uno dev'essere orizzontale e l'altro verticale quando l'asse di rotazione del cannocchiale è disposto orizzontalmente. Per tale verifica e rettifica relativa, le operazioni a farsi sono le seguenti:

a) Reso orizzontale l'asse di rotazione del cannocchiale colle norme indicate al n.° 227, comma *c*) si conduce il filo verticale del reticolo sullo spigolo di una casa, ed alzando od abbassando il cannocchiale si osserva se il detto filo coincide sempre collo spigolo anzidetto, in tal caso esso è verticale e l'altro ad esso normale è orizzontale. In luogo dello spigolo di una casa, si può far uso di un filo a piombo, o di uno degli spigoli della stadia disposta verticalmente su di un punto del terreno;

b) Se il filo verticale non coincide sempre col filo a piombo o collo spigolo di una casa, o altra linea di cui sia sicura la sua verticalità, movendo opportunamente le viti laterali al tubo dov'è assicurato il micrometro, si sposta in guisa da far

coincidere il detto filo colla verticale determinata in uno dei modi anzidetti, e sia conservata tale coincidenza finchè questa è visibile nel campo del cannocchiale.

234. *Declinatore.* L'ago calamitato serve, come si sa, ad orientare approssimativamente l'istrumento. La verifica del declinatore consisterebbe quindi nel portare lo zero del verniero normale in coincidenza collo zero del circolo azimutale, nel rivolgere l'asse di collimazione al polo nord, e vedere se in tali condizioni di cose l'indice dell'ago calamitato coincide colla linea mediana della scala relativa, per eseguire quindi una tale verifica occorrerebbe conoscere il meridiano passante per il punto di stazione.

Ma tale verifica non si fa mai non avendo il declinatore annesso agli istrumenti tacheometrici che una importanza tutt'affatto secondaria, e si potrebbe a tutto rigore sopprimere dai medesimi.

Teniamo a ripeterlo allo studioso, l'apparecchio magnetico è utile in quanto che in una data stazione può farci conoscere un leggiero spostamento del circolo azimutale che senza di esso non sarebbe forse stato avvertito; a far si che il diametro 0^g—200^g non venga invertito, ed in fine a rendere più piccoli gli errori che si debbono tener presenti per correggere gli orientamenti, come meglio vedremo nella parte che tratta delle operazioni di campagna. Le norme pratiche relative all'uso del declinatore si riducono alle seguenti:

a) Col senso pratico che si ha dei punti cardinali si dispone il tubetto del magnete prossimamente in direzione del nord servendosi del movimento generale dello istrumento;

b) Si traguarda all'oculare e si continua a muovere a mano l'istrumento sinchè l'indice appaia oscillare di quantità eguali intorno alla linea mediana della scala;

c) Si chiude indi la vite di pressione, e quando l'ago è immobile, mercè la vite di richiamo si conduce l'ago stesso a coincidere esattamente colla linea mediana della scala.

d) Terminata la stazione, prima di togliere il tacheometro dal treppiede si gira il bottone che serve ad arrestare l'ago.

CAPITOLO V.

TACHEOMETRO-CLEPS-CICLO.

235. La radicale riforma introdotta dal Porro nei procedimenti topografici, semplificandoli in modo ammirabile su base unica e veramente geometrica, portava di necessaria conseguenza un'analoga riforma degli istrumenti topografici, sostituendo alla serie svariata e molteplice di questi possibilmente un unico istrumento che fosse consentaneo ed in armonia alla nuova scuola topografica.

E fu quanto appunto praticò il Porro. Mettendo da un canto tutti gli istrumenti grafici, non che gli altri a visuale obbligata, prese a base del nuovo istrumento l'antico teodolite (riserbato in addietro quasi esclusivamente per lavori geodetici) come il solo che si prestasse a rendere praticamente attuabili i procedimenti geometrici della nuova scuola.

Ideava quindi il *Teodolite-Cleps-Ciclo*, detto anche *Tacheometro-Cleps* o semplicemente *Cleps* istrumento che, se sostanzialmente non diferisce da un ordinario teodolite topografico a cannocchiale eccentrico, pure per talune innovazioni di dettaglio, per talune particolarità caratteristiche e proprie dell'autore, si può quasi considerare come un istrumento speciale e nuovo.

Il Porro costruì 4 tipi di Cleps a seconda della importanza dei lavori a cui ciascun tipo doveva servire. Il più grande, e che ora è stato totalmente abbandonato, era destinato alle operazioni trigonometriche di primo ordine, il 2.° e 3.° tipo servivano ad uso degli ingegneri, ed il più piccolo era esclusivamente destinato alle operazioni di agrimensura.

I primi istrumenti presentavano taluni diffetti che la pratica consigliò il modo di facilmente eliminare.

Infatti, il Salmoiraghi discepolo e successore del Porro, facendo tesoro dei consigli dei pratici sia per ciò che si riferiva direttamente agli istrumenti, che per quanto rifletteva le ulteriori variazioni apportate ai metodi più pratici di rilevamento, modificava in talune parti, perfezionando il modello ideato dal Porro stesso, in guisa da potersi oggi considerare il *Cleps* come l'*Universale topografico* per eccellenza.

Nell'officina *La Filotecnica* succitata si costruiscono dal Salmoiraghi tre tipi soltanto di *Cleps*, distinti a seconda della loro grandezza, perfezione e maggior coppia di dettagli nel modo seguente:

Cleps grande modello;
Cleps medio modello;
Cleps piccolo modello.

Faremo parola di tutti tre questi tipi di Cleps, soffermandoci maggiormente sul primo, come l'istrumento che sotto tutti i riguardi cioè di eleganza, di solidità e di precisione nulla lascia a desiderare e non essendo gli altri che modelli più semplici e quindi di minor importanza.

236. *Cleps-ciclo grande modello.* Questo istrumento è rappresentato nelle fig. 104-105. L'assieme del medesimo non appare a tutta prima conforme a quello tipico del comune teodolite-topografico che subito si riscontrò nei tacheometri, ma un più attento esame del medesimo ci farà tosto vedere, che all'infuori dell'eccentricità del cannocchiale, la differenza fra l'uno e l'altro istrumento è più apparente che sostanziale.

Infatti: nella parte *B*, costituita da un pezzo foggiato a guisa di mozzo a tre braccia munite alle loro estremità delle solite tre viti *V*, abbiamo, analogamente al tacheometro propriamente detto, la così detta *parte fissa* o *base* dello istrumento comune a tutti gli altri istrumenti congeneri. Entro al mozzo è infilato un *perno* (cavo internamente) *p* che può girare entro al mozzo stesso, il contorno di detto perno è stato segnato tutto in nero onde meglio distinguerlo dagli altri pezzi che lo attorniano. All'estremità superiore del medesimo è fissato il piccolo *cerchio azimutale A A*; invece verso l'estremo opposto presenta un rigonfiamento attraversato dal *declinatore D* in tutto analogo a quello del tacheometro grande modello.

Il perno *p* in prossimità della *parte fissa B*, è abbracciato dalla leva *l* in tutto conforme a quella descritta a proposito del

tacheometro anzidetto; la vite di pressione *v* serve ad arrestare il movimento del perno e quindi del cerchio azimutale al mede-

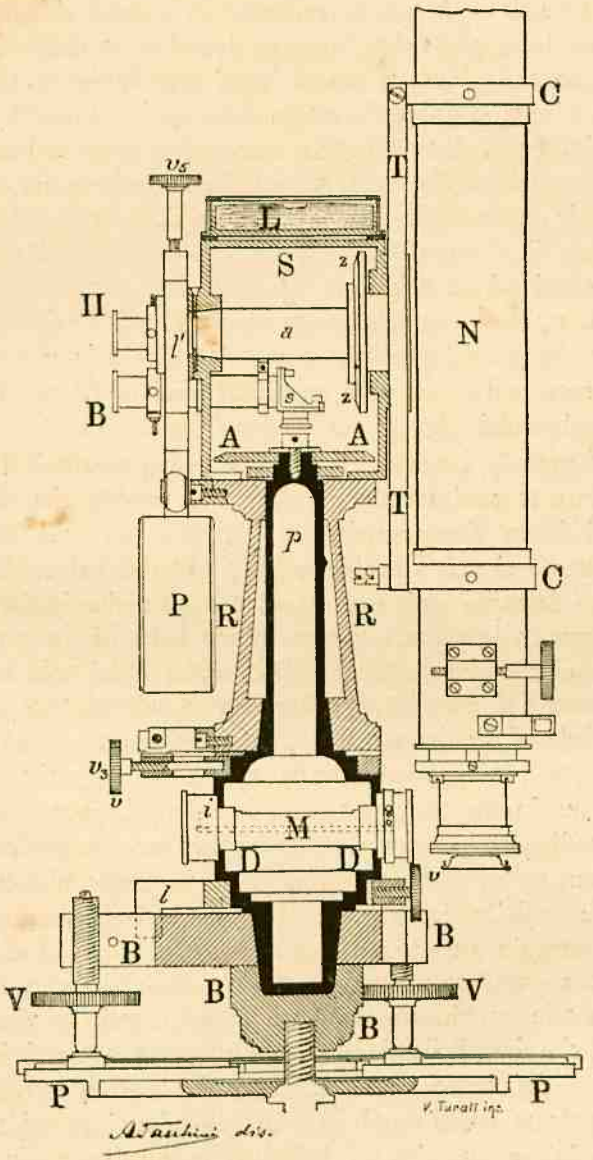


Fig. 104.

simo assicurato, la vite di richiamo v_1 (fig. 105) e contro-molla *m*, ad imprimere fini movimenti al detto albero, e quindi a portare

l'indice *i* dell'ago magnetico annesso al medesimo in coincidenza della linea mediana della relativa scala. Per costruzione poi il diametro $0^{r} - 200^{g}$ del cerchio azimutale *A A*, si trova disposto sul piano verticale passante per l'asse dell'ago anzidetto e quindi orientato quante volte ha luogo la coincidenza dell'indice *i* dell'ago stesso colla linea mediana della scala anzidetta.

La vite v_1 è quindi la vite micrometrica propria del *declinatore* (fig. 105). Una volta orientato esattamente l'istrumento, onde non avvenga che durante una data stazione, mettendo per equivoco la mano sulla vite v_2 in luogo di un'altra, si alteri l'orientazione, il che renderebbe inutili le osservazioni precedentemente eseguite in quella data stazione, la vite v_1 è munita della controvite v_2 che opportunamente chiusa contro una delle branche della forcella della leva *l* non si può più girare la vite v_1. È questa una recente innovazione introdotta dal Salmoiraghi a questa parte speciale del Cleps.

Sul perno *p* è alla sua volta infilato un albero *R R* di forma prossimamente conica e che corrisponde a quello che nel tacheometro abbiamo chiamato *bronzina*, questo poi può liberamente girare attorno al perno anzidetto. Alla parte superiore della bronzina è solidamente assicurata la scatola paralellepipeda *S S*.

È questa la scatola che racchiude i cerchi azimutali (*A A*) e verticale (*z z*); che porta gl'indici microscopici collimatori I, II per le letture al circolo zenitale, *A* e *B* a quello azimutale; la livella sferica *L*, e l'albero *a* di rotazione del cannocchiale *N N*. Di tutti questi singoli accessori dello istrumento diremo dettagliatamente in seguito, per ora ci preme far notare che tutto l'assieme di questi organi è ciò che costituisce l'*alidada* del Cleps.

Fermato od assicurato alla base mercè la vite *v* il perno principale *p* dello istrumento, l'*alidada* può assumere un movimento proprio attorno al medesimo, che è quello che abbiam chiamato appunto *movimento particolare* dell'alidada.

Un tale movimento si arresta poi mercè la vite di pressione v_3, che fissa l'alidada al perno *p* questo a priori fissato alla base dello istrumento mercè la vite *v*. La vite micrometrica v_4 è quella destinata ai fini movimenti dell'alidada, e quindi a far scorrere di minime quantità gli indici *A* e *B* sulle graduazioni del cerchio azimutale.

Anche nel Cleps come nel tacheometro sono gli indici collimatori (sostituiti ai vernieri) che scorrono sulla graduazione del

cerchio azimutale, destinato a mantenere una posizione fissa durante un intiera stazione. Il contrario avviene (come nel tacheometro) per gli indici destinati alle letture del circolo zenitale,

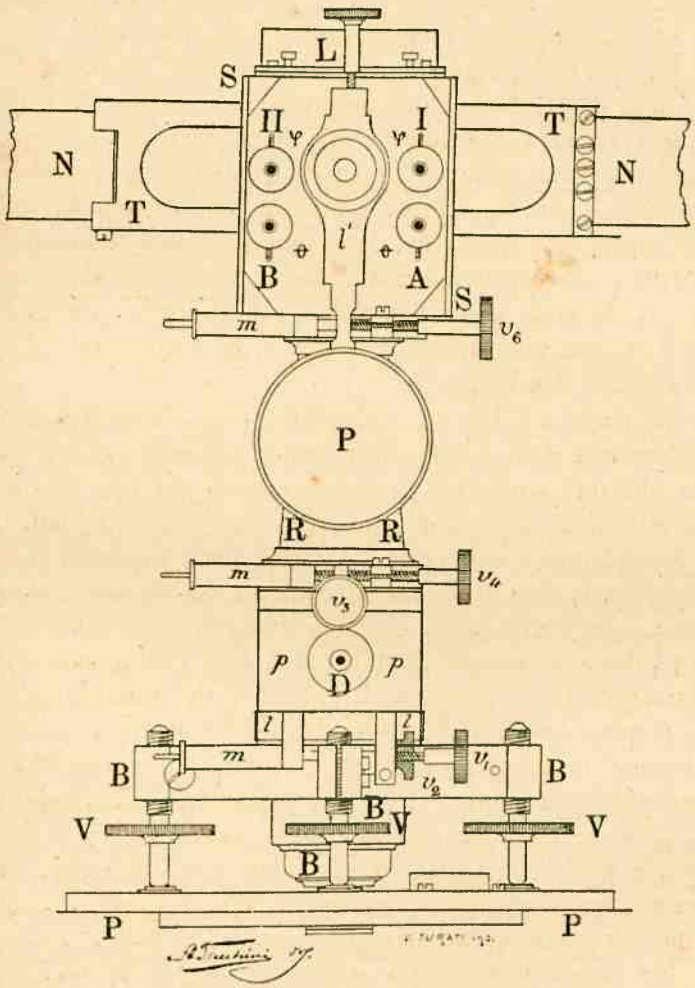


Fig. 105.

scorrendo questo sotto gli indici anzidetti al girare del cannocchiale essendo appunto un tal circolo centrato sull'albero stesso del cannocchiale.

Questi in conclusione i movimenti di cui si può dotare l'istrumento in esame e che sono in tutto analoghi a quelli che abbiamo riscontrati nel tacheometro grande modello.

Ad uno degli estremi dell'albero *a* è assicurato il telaio *T T* destinato a sorreggere il cannocchiale *N N* in parte soltanto, per ristrettezza di spazio, rappresentato nelle fig. 104 e 105. All'altro estremo invece avvi una robusta leva *l'* portante un peso *P* destinato ad equilibrare quello dell'opposto cannocchiale.

Alla parte superiore della leva *l'* trovasi la vite di pressione v_5 destinata ad arrestare i movimenti del cannocchiale e quindi del cerchio zenitale, inferiormente invece alla medesima vi è il solito apparecchio di vite v_6 e contro molla *m*, per imprimere fini movimenti al cannocchiale e quindi far scorrere di minime quantità la graduazione del cerchio zenitale sotto i relativi indici microscopici. Come si è già accennato i vernieri sono nel Cleps sostituiti da indici microscopici collimatori, come si rileva dalla fig. 104 e dall'altra 105 nelle quali sono segnati i rispettivi oculari. I due superiori I e II servono per le letture al cerchio zenitale *z z*, posto di fronte ai medesimi e centrato come si disse sull'albero del cannocchiale in prossimità della parete della scatola *S S*. I due inferiori *A B* servono invece per le letture al circolo azimutale *A A*, fisso alla sommità del perno *p*, ed hanno la visuale spezzata collo intermezzo di un prisma *s* visibile nella fig. 104.

Ma su questi come sugli altri dettagli di costruzione di questo prezioso istrumento ritorneremo fra poco.

La luce per illuminare le graduazioni dei cerchi entra per speciali ed anguste fenestrelle chiuse da cristalli, e praticate nelle pareti laterali della scatola. A questo istrumento, che si usa sul treppiede descritto al n.° 210 va annessa una livelletta cilindrica a bolla d'aria amovibile, da applicarsi sui collari *C C* del cannocchiale analogamente a quanto si è detto pel tacheometro. La livelletta è munita di un semplicissimo congegno per assicurarla al cannocchiale, onde inavvertitamente non cada al muoversi di questo.

Esamineremo ora più dettagliamente i particolari di costruzione del Cleps ai quali in linea affatto sommaria abbiamo più sopra accennato, limitandoci a quelli soltanto che presentano sostanziali differenze su quelli analoghi descritti in ordine al tacheometro grande modello.

237. *Cerchi azimutale e zenitale.*

Hanno ambedue il diametro di 64 millimetri e sono graduati centesimalmente.

La circonferenza di questi cerchietti è divisa direttamente

in 4000 parti ognuna delle quali comprende quindi un decimo di grado ossia 10 minuti primi (0g,10). La graduazione procede da destra a sinistra ossia in senso contrario a quella praticata sugli analoghi circoli applicati ai tacheometri. La zona circolare ai lembi dei cerchi, e su cui sono incise le graduazioni, ha la superficie superiore opportunamente pulita e di forma sferica di raggio pure opportunamente studiato, allo scopo di meglio riflettere la luce nella direzione degli assi ottici degli indici microscopici che servono a fare le letture sui medesimi.

Ogni grado, in detti cerchietti, è numerato operazione meccanica veramente meravigliosa.

238. *Indici microscopici a fili fissi.* Come abbiamo già accennato, in questo come negli altri Cleps, non vi sono *vernieri* per frazionare le ultime divisioni dei cerchi azimutali e verticali, ma i medesimi sono sostituiti da microscopi composti muniti di micrometro a diversi fili.

Il microscopio composto come lo dice il nome stesso risulta dalla combinazione di due o più lenti analogamente ad un piccolo cannocchiale, e col quale si osserva ingrandita la immagine reale, formato da un obiettivo, di un oggetto posto a distanza inferiore a quella della visione distinta. Quelli applicati al Cleps in esame hanno una lente obiettiva e l'oculare acromatico tipo Ramsden, nello interno del tubo è situato un micrometro che fa da indice collimatore, altro che invece di due fili a croce, onde collimare coll'incrocicchio dei medesimi si hanno tre o cinque fili, dei quali uno passante per l'asse ottico del cannocchiale gli altri al primo paralelli e simmetrici rispetto al medesimo. Con opportune viti si può disporre i detti fili paralelli ai tratti della graduazione dei circoli. Si comprende quindi a tutta prima come cadendo uno dei fili fra due tratti successivi della graduazione, si possa stimar ad occhio la posizione del medesimo rispetto al tratto più vicino conoscendo il valore angolare corrispondente allo intervallo del lembo compreso fra una divisione e l'altra. Possiamo quasi dire che in tal caso la graduazione del circolo fa l'ufficio di una stadia, la cui unità è un submultiplo del grado centesimale.

Abbiamo già veduto a proposito del tacheometro che per frazionare le ultime divisioni della circonferenza dei cerchi si ricorre all'applicazione di un verniero munito di una lente biconvessa o microscopio semplice. Sostituendo al microscopio semplice uno composto, si ottiene un maggior ingrandimento, per cui

si pensò di sopprimere il verniero e di completare lo sfrazionamento dell'ultima divisione del cerchio per stima e direttamente sull'immagine virtuale data dal microscopio servendosi di uno o di tutti i fili collimatori del micrometro annesso al microscopio suddetto.

Si può ritenere addimostrato sperimentalmente che qualora l'intervallo fra i due tratti non ecceda 20 volte la frazione che si pretende stimare si può mediante la semplice stima e con precisione frazionare quella data lunghezza sino al ventesimo di essa quante volte la detta frazione sia ancora chiaramente sensibile e distinta.

Onde ottenere poi in tale sfrazionamento una maggiore approssimazione e contenere l'errore probabile in limiti più ristretti, sul microscopio collimatore anzichè un sol filo se ne mettono tre ed anche cinque come appunto in quelli del Cleps in esame.

Nella fig. 106 si ha una chiara rappresentazione del come si presenta nel campo rispettivo dei due microscopi la graduazione del cerchio zenitale, e del modo con cui si proiettano i fili

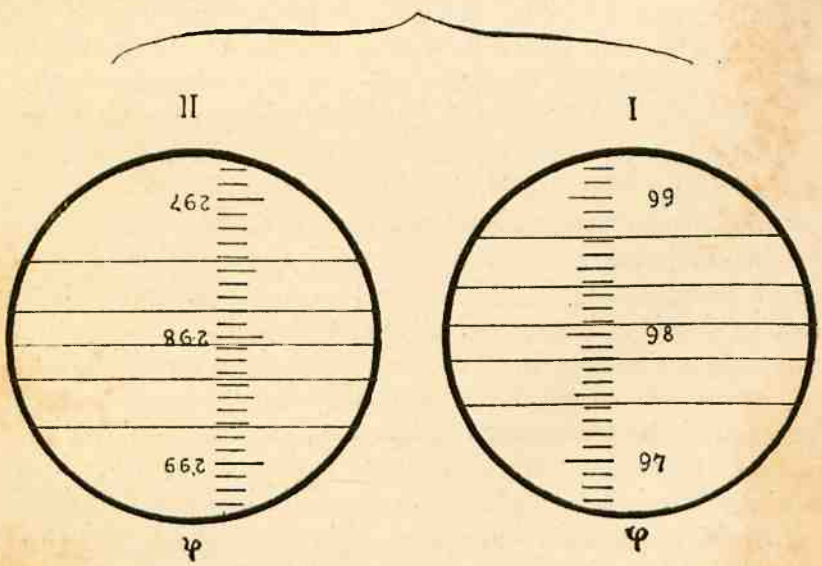


Fig. 106.

dei rispettivi micrometri sulla medesima traguardando successivamente agli oculari I e II dei microscopi del circolo zenitale anzidetto (fig. 106).

Abbiamo procurato di riprodurre il più fedelmente possibile il fenomeno apparente che si presenta alla nostra vista osservando agli indici anzidetti di un Cleps grande modello da noi acquistato anni sono dal Salmoiraghi, al quale ci è grata l'occasione per testimoniarle pubblicamente la nostra piena soddisfazione per l'istrumento fornitoci sotto ogni riguardo degno di un Istituto, che può oramai competere coi migliori d'Europa.

Abbiamo già detto che il lembo dei cerchi è diviso in 4000 parti, ognuna di queste distintamente visibili nel campo del microscopio, è eguale a 10 minuti primi centesimali. La figura, come già dissi, rappresenta queste minime parti presso a poco nella loro grandezza apparente, si scorgerà quindi di leggieri come servendosi, per ora, del solo filo centrale si possa con tutta facilità giudicare a stima della posizione che esso occupa nello intervallo compreso fra due tratti successivi, come cioè si possa e correntemente stimare ad occhio la decima parte del detto intervallo, e con un po' di pratica ed esercizio, anche la ventesima parte del medesimo. Nel primo caso avremo evidentemente l'approssimazione del decimo di $\frac{1}{10}$ di grado, ossia di 1 minuto primo centesimale (pari a 32″,4 sessagesimali), nel secondo l'approssimazione di $^1/_2$ primo ossia 50″ centesimali (pari a 16″,2 sessagesimali).

Nella fig. 106 si legge al filo centrale a destra ossia all'indice normale 98ᵍ,09

a sinistra ossia all'indice sussidiario . . 298ᵍ,08

Sommando e prelevando mentalmente i 200ᵍ si ha 98ᵍ,17

e prendendo la media . . . . . $\varphi = 98^g,085$.

Dunque di 10 in 10 minuti primi le letture si hanno direttamente sul circolo come se vi fosse applicato un verniero, il filo centrale rappresentando appunto od essendo qui in sostituzione dello zero del verniero anzidetto; le ulteriori frazioni angolari si valutano per stima ad occhio dalla distanza del filo al tratto della graduazione più prossima al filo stesso.

Ammesso il dato esperimentale dianzi accennato il limite dell'intervallo ultimo o frazione f ancora sensibilmente distinta, usando un microscopio collimatore, è dato, espresso in millesimi di grado, da

$$f = \frac{5600}{M \,.\, R}, \qquad (1)$$

in cui M e R indicano rispettivamente l'ingrandimento del microspio, ed il raggio del circolo.

Da questa formola, note due delle tre incognite in essa contenute si potrà sempre determinare il valore dell'altra, ossia il valore del raggio R o dello ingrandimento M perchè l'ultima frazione f dello intervallo (nel caso in ispecie $0^g,10$) che noi vogliamo apprezzare sia ancora chiaramente sensibile, od in altri termini perchè l'ultimissimo intervallo che vogliamo rilevare ad occhio sottenda un angolo uguale o maggiore di quello corrispondente all'acuità della vista (n.° 130).

Sembrerà a taluni, ed a tutta prima, alquanto esagerato e forse incredibile, come anche scelti opportunamente i valori di M ed R, si possa sfrazionare l'intervallo compreso fra due tratti successivi della divisione del cerchio in esame (fig. 106) sino al limite f eguale a 5 millesimi di grado decimale, ossia sino al ventesimo dello intervallo anzidetto.

Eppure è così, vi ha una determinata posizione del filo collimatore in cui si giudica, si è convinti che esso segna, per es, l'angolo 30,635 piuttosto che $30^c,630$.

Ma ammesso anche che non tutti si sentano tranquilli e rassicurati sull'apprezzamento del ventesimo di detto intervallo (figura 106), è fuori di dubbio però che tutti debbono poter stimare correntemente il decimo dell'intervallo stesso, quindi l'errore probabile che si può commettere nelle letture angolari sarà contenuto entro un limite di un minuto primo centesimale, ossia se lo indichiamo tale errore con ε avremo:

$$\pm \varepsilon = \pm 0^g,01,$$

e ciò quante volte si eseguano le letture ad un solo filo. Ma allo scopo appunto di attenuare l'errore probabile anzidetto, il micrometro è munito di 5 fili, ed a tenore dell'esattezza con cui c'interesserà di rilevare un dato angolo, possiamo anzichè di un solo, impiegare nella detta lettura tre ed anche tutti cinque i fili.

Il calcolo della probabilità ci dimostra che l'errore medio probabile ε_1 di parecchie letture eseguite con diversi fili di uno stesso micrometro è dato dall'errore medio ε probabile di ogni singola lettura divisa per la radice quadrata del numero delle letture stesse ossia dei fili corrispondenti.

Nel nostro caso l'ingrandimento degl'indici microscopici, ed il raggio dei circoli sono appunto calcolati in guisa che si può

con tutta facilità e speditezza apprezzare il decimo dello intervallo fra due tratti consecutivi, e quindi mantenere l'errore medio ε di ogni singola lettura fatta con uno dei cinque fili in $^1/_{10}$ del detto intervallo.

Ora se noi faremo le letture usando di tre fili, per quanto si è detto di sopra, l'errore medio ε′ delle tre letture ai tre fili sarà:

$$\pm \varepsilon' = \pm \frac{\varepsilon}{\sqrt{3}} = \pm \frac{0^g,10}{\sqrt{3}} = \pm 0^g,0058,$$

ossia 18″ secondi sessagesimali.

Se poi riteniamo di contenere l'errore in $^1/_{20}$ dello intervallo, l'errore ε′ della media delle tre letture ai tre fili sarebbe evidentemente

$$\pm \varepsilon' = + \frac{0^g,005}{\sqrt{3}} = \pm 0^g,0029,$$

ossia 9″ sessagesimali.

Se infine useremo di tutti cinque i fili avremo:

$$\pm \varepsilon' = \pm \frac{0^g,005}{\sqrt{5}} = \pm 0^g,0022.$$

Vale a dire che impiegando gl'indici microscopici anzidetti e con tutti cinque i fili si possono eseguire misure angolari il cui errore medio probabile è contenuto entro il limite di 7″ sessagesimali, risultato invero meraviglioso se si pensa che il circolo graduato impiegato nella misura angolare stessa non ha che il raggio di 32 *millimetri*. Ma non è tutto ancora, essendo due gli indici applicati tanto al cerchio azimutale che a quello zenitale, e sapendo che in talune circostanze è necessario impiegarli ambedue, per prenderne poi la media, ne segue, che l'errore ε′ di ognuno degli indici, verrà ancora mediata un'ultima volta per cui il detto errore sarà infine contenuto entro limiti tali invano sperabili, od almeno non raggiunti che di rado da un circolo grande a verniero.

La sostituzione quindi dei piccoli ai grandi cerchi, e dei microscopi collimatori agli ordinarii vernieri fu una delle principali innovazioni introdotte dal Porro nel suo *teodolite-cleps-ciclo*, innovazione veramente felice se si pensa alla raffinatezza delle misure angolari che coi medesimi si può ottenere ed alla facilità e prontezza con cui si eseguono le letture angolari stesse.

Il raggio $R = 0^m,032$ dei cerchi azimutale e verticale, di cui al n.° 237 risulta dalla formola [1] assumendo $f = 0^s,005$ (ossia 5 millesimi di grado) come sopra si accennò, ed $M = 35$ volte.

I due indici I e II per le letture al circolo zenitale, sono disposti in guisa che l'asse ottico dei microscopici, è pressochè normale al piano del circolo anzidetto. Invece nei due indici *A* e *B* destinati a leggere le graduazioni del circolo orizzontale, trovandosi questo in un piano paralello all'asse dei medesimi, necessita spezzare l'asse ottico anzidetto ossia la visuale mercè un prisma di cristallo situato in prossimità dell'obiettivo, e come si scorge dalla fig. 107 nella quale è rappresentato schematicamente uno di tali indici microspici.

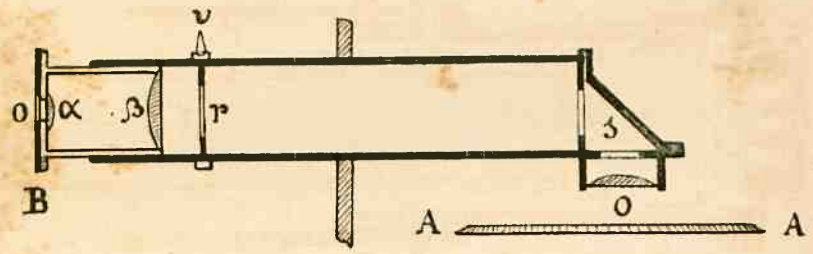


Fig. 107.

In *O* abbiamo l'*obiettivo*, in *s* il prisma, in r il reticolo ed in α e β le due lenti piano convesse costituenti l'oculare tipo Ramsden. In *A A'* è rappresentato il lembo del cerchio azimutale rivolto verso l'obiettivo *O*.

Il tubetto che porta l'oculare si può far scorrere a mano in guisa da portare l'immagine virtuale della posizione di lembo graduato che cade sotto del microscopio alla distanza della visione distinta ed a coincidere con quella pure distinta dei fili del micrometro.

Le viti che sporgono dal tubetto (fig. 107) servono a rettificare la posizione del reticolo in modo da portare il filo centrale di ciascuna copia di microscopi sugli estremi di uno stesso diametro.

239. *Cannocchiale-stadia-anallatico.* Il cannocchiale-stadia-anallatico annesso al Cleps grande modello è il più potente ed esatto distanziometro conosciuto. Ha in massima la stessa forma di quello applicato al tacheometro di prima grandezza, ed è dotato degli stessi movimenti; per cui lo si adatta alla vista mo-

vendo a mano il tubo t^3 porta oculare (fig. 108) ed alla distanza mercè una vite ad ingranaggio X colla quale si avvicina o si allontana l'oculare stesso unitamente al micrometro dell'obiettivo. In A trovasi la lente anallatica fissata al tubo t' e questo alla sua volta fissato al tubo t porta obiettivo. Il cannocchiale essendo poi situato eccentricamente, come in tutti i Cleps, si può fare eseguire una intiera rotazione attorno al suo asse, disposizione comoda ed opportuna per poter collimare a punti molto alti sull'orizzonte il che non è possibile coi cannocchiali concentrici.

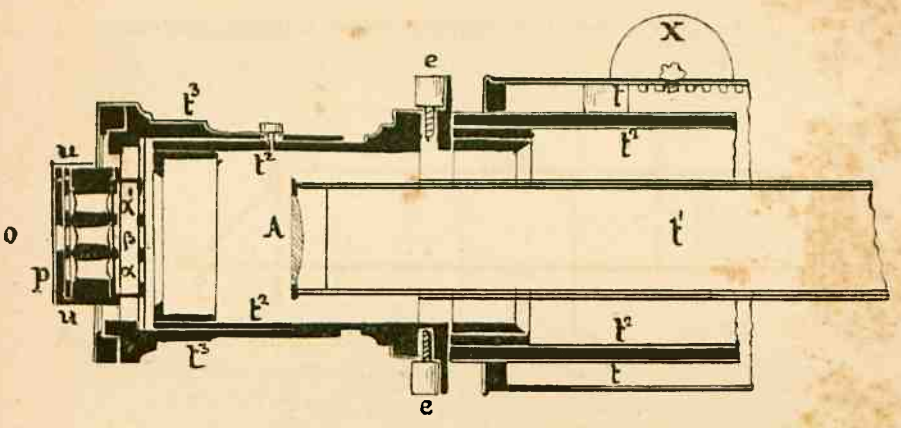


Fig. 108.

L'*obiettivo* è *aplanetico,* in tutto analogo a quello del cannocchiale annesso al tacheometro, cioè risulta composto di una lente convergente accoppiata ad altra divergente; ha circa 52 millimetri di apertura e 450 di lunghezza focale, ed un ingrandimente di circa 70 volte.

Questo cannocchiale (fig. 104 e 105) è fissato al suo asse di rotazione mercè un telaio $T\,T$ e di due collari $C\,C$ saldati al tubo. Uno di questi collari è unito a cerniera alla detta traversa $T\,T$, e l'altro invece mercè tre viti di cui una agisce in senso contrario alle altre due per cui si può spostare col loro mezzo la linea di fede del cannocchiale e correggere l'*errore di collimazione* dello stesso cannocchiale senza spostare il micrometro come si accennò parlando di tale rettifica relativamente ai tacheometri.

240. Quello che vi ha di veramente singolare e caratteristico in questo cannocchiale si è il *micrometro* e l'*oculare,* il cui assieme costituisce un'altra importantissima innovazione apportata a questo prezioso istrumento dal Porro, innovazione che aggiunta

alla scoperta dell'anallatismo centrale ed alla mira-stadia da lui ideata, rese il cannocchiale un vero ed utilissimo diastimometro. Tutti i tentativi fatti per lo passato onde misurare indirettamente le distanze riuscirono tutti infruttuosi, spettava al Porro il merito insigne di risolvere tale problema, forse il più importante della topografia, nel modo il più facile, ingegnoso ed esatto, prendendo a base del medesimo un principio già proposto, quantunque incompletamente da un altro italiano, il Montanari, come l'unico che il suo forte intelletto comprese doversi prestare alla soluzione del quesito.

Il *micrometro* di questo cannocchiale rappresentato schematicamente nella fig. 109 contiene, come già si disse, 15 fili oriz-

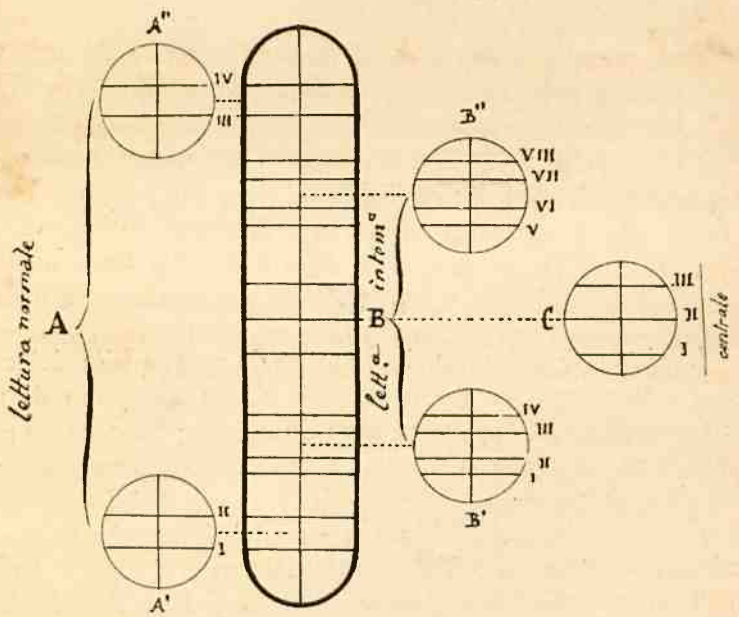


Fig. 109.

zontali ed uno verticale, ossia risulta di 16 finissime incisioni praticate su di una piastrina di vetro.

I fili orizzontali si sogliono raggruppare in diversi modi, onde servirsi dei medesimi come di altrettanti micrometri indipendenti per fare le letture alla stadia a seconda della distanza, e della maggiore o minor precisione che vuolsi mettere nel rilevare le distanze.

I detti fili si sogliono in genere raggruppare in tre modi distinti, essendo tre, come in seguito vedremo, gli oculari annessi in unico pezzo al cannocchiale in parola ed ora prenderemo in esame tutti tre i singoli gruppi.

Un primo modo lo si ha facendo uso dei quattro fili più lontani dal centro o filo mediano ed a questo per costruzione simmetrici, ossia dei due inferiori I e II e degli altri due superiori III e IV, e questo gruppo di fili costituisce il così detto *micrometro od oculare A* a cui corrisponde l'angolo micrometrico

$$\omega = 4125'',2\,,$$

oppure: espresso in parti di raggio.

$$\omega = 0,02\,.$$

Con questo gruppo di fili si possono misurare distanze sino a 200 metri o poco meno, e la distanza dicesi allora che si ottiene colla *lettura normale.*

Un secondo modo di raggruppare i fili orizzontali anzidetti si ha usando gli otto fili intermedii e vicini ai precedenti, simmetrici a quello centrale, quattro inferiormente distinti coi numeri I, II, III, IV e quattro superiormente alla linea mediana anzidetta e numerati V, VI, VII, VIII gruppo che costituisce il così detto *micrometro B.* A ciascheduna coppia di 4 fili corrisponde un angolo diastimometrico metà del primo ossia è

$$\omega = 2062'',6$$

oppure

$$\omega = 0,01\,,$$

e ciò per spingere al doppio la portata della stadia di quattro metri senza diminuire sensibilmente il grado di precisione in grazia del raddoppiamento dei fili: usando di questo secondo micrometro dicesi che si determinano le distanze colla *lettura intermedia.*

In fine i residuali tre fili centrali costituiscono un ultimo micrometro detto appunto *micrometro centrale,* come del pari le distanze lette col medesimo si dicono rilevate mercè la *lettura centrale.*

A questo speciale micrometro corrisponde l'angolo micrometrico:

$$\omega = 825''$$

oppure

$$\omega = 0{,}004,$$

onde poter fare letture sino alla distanza di un chilometro con una stadia comune di quattro metri.

Naturalmente il grado di esattezza che si può ottenere nella valutazione delle distanze con tale micrometro è molto inferiore a quella che si ha coi due precedenti, e quindi consigliamo di non ricorrere ad esso se non in casi veramente eccezionali. D'altronde è ben raro il caso in cui si debbano rilevare sia planimetricamente che altimetricamente dei punti a distanze maggiori di 400 metri, benchè in condizioni favorevoli di luce e di tranquillità d'aria, chi scrive abbia eseguito letture molto soddisfacenti anche sino a distanza di 600 metri.

Dal suesposto si comprenderà facilmente come con un comune oculare dovrebbe riuscire se non assolutamente impossibile certo difficilissimo eseguire letture senza generare confusione e commettere errore in causa della moltiplicità dei fili del micrometro annesso al cannocchiale del Cleps. A parte altre considerazioni e motivi, onde evitare qualunque errore nelle letture dei fili sarebbe dunque mestieri poter disporre o di un oculare mobile onde poterlo portare a piacere in quel gruppo di fili *A*, *B* o *C* sopra indicati, o quanto meno poter disporre di 5 oculari, due per ciascuna coppia del micrometro *A*, due per ciascun gruppo di 4 fili del micrometro *B*, ed un quinto pel gruppo o micrometro centrale *C*.

Quest'ultima disposizione fu appunto quella che venne escogitata dal Porro e nel modo il più semplice ed ingegnoso, applicando cioè al cannocchiale in esame non uno ma tre oculari fissati in unico pezzo, e disponendo le cose in modo che potessero funzionare come se fossero cinque, come or ora vedremo.

241. *Oculare multiplo o argo.* Il potente cannocchiale-stadia-anallatico del Cleps grande modello, come in generale tutti quelli applicati agli istrumenti tacheometrici non servono esclusivamente per osservare un dato oggetto, ma invece per prendere misure esatte sull'immagine dell'oggetto stesso. È quindi necessario che un tale istrumento presenti un *campo* grande unitamente ad un forte *ingrandimento*, due qualità che è difficile trovare riunite in unico cannocchiale stantechè è legge ottica che il campo è in ragione inversa dell'ingrandimento.

Abbiamo già fatto rilevare che l'oculare ortoscopico del

Salmoiraghi applicato al cannocchiale del tacheometro grande modello presenta appunto il prezioso vantaggio di poter aumentare il campo senza diminuire l'ingrandimento od in altri termini di presentare a preferenza di oculari congeneri ed a parità d'ingrandimento un campo maggiore, ossia maggior porzione d'immagine ben definita e sulla quale eseguire esatte puntate e misure.

Ora atteso alla moltiplicità dei fili del micrometro annesso al potente cannocchiale del Cleps, occorrendo fare puntate molto lontane dal centro del campo, impiegandovi un forte ingrandimento l'oculare ortoscopico del Salmoiraghi non è più sufficiente allo scopo. Per ciò si ricorre all'artificio ideato dal Porro ossia alla moltiplicità degli oculari, sostituendo cioè ad un solo tanti oculari quant'erano le regioni del campo in cui occorreva eseguire puntate, spostando successivamente l'occhio dall'uno all'altro oculare, dando origine all'*oculare multiplo* detto anche dall'autore *oculare argo*.

È questo rappresentato dalla fig. 108 e risulta, come si vede, di tre piccoli oculari $\alpha\,\beta\,\alpha'$ ognuno del tipo Ramsden montati in fila su di una piastrina ad un breve tubo t^3 scorrevole a mano su quello porta micrometro t^2 onde adattarli alla vista. L'oculare di mezzo corrisponde ai tre fili del micrometro *C*, perciò detto anche *oculare C* o *centrale*; gli altri due simmetrici al primo servono ad osservare i fili I, II e III, IV del micrometro *A* perciò presi assieme si sogliono per analogia indicare colla sola denominazione di *oculare A*.

Non essendo poi possibile intercalare altri due oculari, per osservare i fili inferiori I, II, III, IV, e gli altri superiori V, VI, VII, VIII del micrometro *B* (fig. 109) il Porro felicemente pensò di spostare tutta la piastrina porta oculari in guisa da poter portare i due estremi $\alpha\,\alpha'$ che avevano servito alla lettura dei fili del micrometro *A*, rispettivamente di fronte agli altri due gruppi di fili ora indicati, di guisa che mercè un piccolo spostamento si usa di tre oculari come se invece fossero cinque.

Onde meglio comprendere la disposizione adottata dal Porro allo scopo di non generare confusione nelle singole letture *normale*, *centrale* ed *intermedia* impiegando soltanto tre oculari in luogo di cinque, osserviamo la fig. 110 che rappresenta visto di fronte ed in grandezza naturale l'*oculare argo* annesso al cannocchiale in esame.

Il pezzo *u u* (fig. 110) è quello sul quale sono montati i tre piccoli oculari $\alpha\,\beta\,\alpha'$, pezzo che può spostarsi nel senso indi-

cato dalla freccia, ossia dall'alto al basso e viceversa in guisa da disporlo concentrico al disco *d*. Anteriormente al pezzo *u u* porta-oculari vi è una piastrina *p* munita di cinque forellini, che può alla sua volta farsi scorrere sul detto pezzo *u u* in senso normale al primo ossia da destra a sinistra o viceversa.

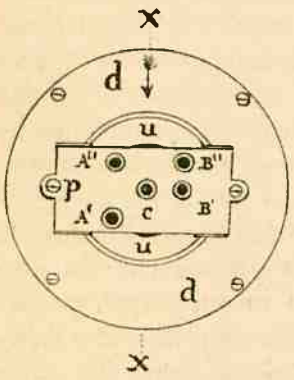


Fig. 110.

Ora, quando (fig. 110) il pezzo *u u* porta-oculari trovasi concentrico al disco *d* i tre *oculari* $\alpha\,\beta\,\alpha'$ trovansi sulla linea mediana o diametro *XX* del disco anzidetto e quindi di fronte ai gruppi di fili dei *micrometri A* e *C*. Se poi il forellino *c* sarà stato preventivamente situato concentricamente al disco *d*, si comprende facilmente che non si potrà vedere che il gruppo dei fili I, II e III del *micrometro C*, ed eseguire cioè soltanto la *lettura centrale*.

Se ora restando sempre fermo il pezzo *u* porta-oculari, ossia sulla mediana *X X*, spostiamo soltanto la piastrina *p* da sinistra a destra (fig. 111) sino a portare i due altri forellini *A'* ed *A''* sulla stessa mediana *X X* del disco *d*, in tal caso i forellini anzidetti si troveranno di fronte agli oculari α ed α' e potremo vedere il gruppo dei fili corrispondenti al *micrometro A*, ed eseguire quella che abbiam chiamato *lettura normale*, mentre in causa dello ese-

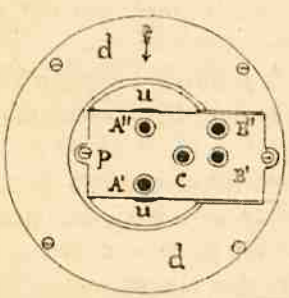


Fig. 111.

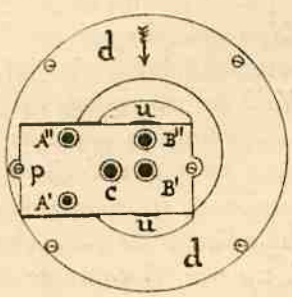


Fig. 112.

guito spostamento della piastrina *p* rimarrà chiuso il forellino *c*, e quindi impedito di traguardare all'oculare centrale. Per vedere poi soltanto i due gruppi ognuno di 4 fili del micrometro *B*, ed eseguire invece la così detta *lettura intermedia*, bisogna spostare di nuovo la piastrina *p* ma da destra a sinistra sino a portare i forellini *B' B''* (fig. 112) sulla linea mediana *X X*, e poscia far

scorrere dall'alto al basso tutto il pezzo *u*, sino a portarlo eccentrico rispetto al disco *d*, come appunto dimostra la figura succitata.

Così operando gli stessi oculari estremi $\alpha\,\alpha'$ anzichè di fronte al gruppo di fili del micrometro *A*, vengano a disporsi in corrispondenza dei gruppi di fili I, II, III, IV e V, VI, VII, VIII del micrometro *B*, e questo avendo un angolo micrometrico diverso da quello del micrometro *A*, equivalgono a due nuovi oculari, e quindi con tre soli oculari e mercè semplici ed opportuni spostamenti si ottiene lo stesso effetto come se al micrometro intiero ne fossero applicati cinque.

Disposte le cose in modo così ingegnoso, ognuno comprende come ad onta della moltiplicità dei fili non si possa in guisa alcuna generare confusione nella lettura dei singoli gruppi, giacchè ognuno di questi non si può con tal mezzo osservare che separatamente.

242. *Misura delle distanze e della mediana.* Come abbiamo or ora esposto in tre diversi modi si può procedere alla misura delle distanze, ossia servendosi dei *micrometri od oculari* omologhi *A*, *B* e *C* coi quali si fanno le letture *normale, intermedia*, e *centrale*.

Li passeremo in esame tutti e tre separatamente, premettendo che coi Cleps si fa sempre uso delle stadie coll'unità di 4 centimetri, e le letture si eseguiscono sempre in unità di stadia e che intendiamo indicato al solito con:

S = il numero delle parti eguali od unità di stadia e frazioni di esse comprese nel tratto di stadia intercetto dall'angolo micrometrico ω, con:

D = la distanza compresa fra il punto a cui si collima ed il piede dello istrumento: (supposto sempre l'asse di collimazione del cannocchiale orizzontale), e con:

h = la *mediana* ossia l'altezza verticale compresa fra il piede della stadia ed il punto di essa che viene incontrato dalla linea di collimazione del cannocchiale.

A) *Micrometro od oculare A,* (lettura normale). Angolo micrometrico $\omega = 0{,}02$.

Rapporto diastinometrico $^1/_{25}$.

L'oculare è munito come si sa di n.° 4 fili (fig. 113) due visibili (I e II) dal foro inferiore e dal quale si deve sempre cominciare a traguardare, e due visibili dal forellino superiore (III e IV), oltre il filo verticale comune a tutti gli oculari.

Gl'intervalli fra i fili micrometrici sono disposti in guisa

da rendere possibili parecchie combinazioni da soddisfare specialmente al duplice scopo:

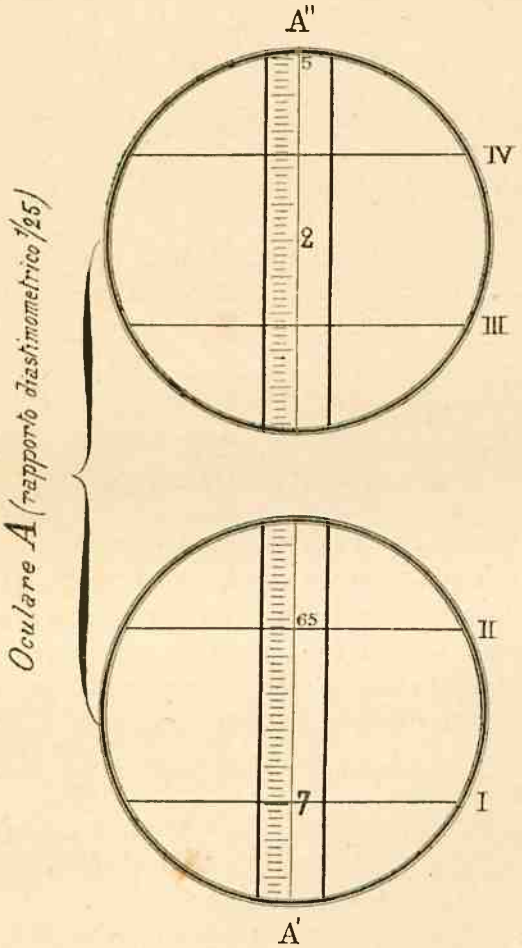


Fig. 113.

1.° di dare in modo facile i dati necessari per la valutazione della distanza in metri;

2.° di somministrare la verifica ed il controllo dell'esattezza delle letture eseguite e delle distanze ottenute;

Per la speciale ed ingegnosa disposizione dei fili si ha:

$$\text{I} - \text{III} = \frac{S}{2} \qquad (2)$$

$$\text{II} - \text{IV} = \frac{S}{2}, \qquad (3)$$

per cui se le due differenze saranno identiche o pressochè eguali avremo intanto una prova della esattezza delle eseguite letture.

Sommando membro a membro le equazioni (2) e (3) avremo:

$$(I - III) + (II - IV) = S,$$

che esprimerà il *numero delle unità di stadia* intercette dall'angolo micrometrico relativo all'oculare *A* in esame.

Per avere poi dal detto numero la *distanza D* espressa in metri dobbiamo riflettere:

1.° Che ogni unità di stadia è di 4 centimetri;

2.° Che il rapporto diastimometrico di questo oculare è di $^1/_{25}$ e conseguentemente si avrà:

$$D = 25 \times S \times \frac{4}{100} = 25\,[(I - III) + (II - IV)] \times \frac{1}{100},$$

ossia

$$D = (I - III) + (II - IV), \qquad (4)$$

ossia: che atteso alla particolare disposizione dei fili ed al speciale rapporto diastimometrico con questo oculare (*A*) si ha senz'altra operazione e direttamente la cercata *distanza D dalla somma delle due differenze* (I — III) e (II — IV).

Passiamo subito ad un esempio numerico: Le letture eseguite ai quattro fili sieno le seguenti:

al filo I 69.95
» » II 65.23
» » III 22.35
» » IV 17.64.

Ripetiamo che si comincia sempre la lettura dal foro inferiore, ed in entrambi si enuncia sempre prima il numero corrispondente al filo più basso, giacchè il cannocchiale essendo astronomico, e quindi invertendo le immagini, il filo inferiore corrisponde al punto più alto, ed il più basso a quello superiore.

Ciò premesso si possono eseguire le letture in due differenti modi:

1.° Leggendo di seguito i due fili visibili dal foro inferiore e scrivendoli così:

I 69.95
II 65.23

e poscia leggendo di seguito gli altri due visibili dal forellino superiore scrivendoli lateralmente ai primi così:

22,35 III
17,64 IV

per cui le quattro letture vengono poi infine a risultare disposte in apposita tabella nel modo seguente

I 69.95 22.35 III

II 65.23 17.64 IV

eseguendo le differenze, avremo:

$$\text{I} - \text{III} = 69.95 - 22.35 = 47.60$$

$$\text{II} - \text{IV} = 65.23 - 17.64 = 47.59,$$

che essendo pressochè eguali (si tollera uno scarto sino di 0,10) siamo sicuri che le letture sono state bene eseguite. Per avere poi la distanza D in metri basterà sommare quelle due differenze per cui sarà nel caso in ispecie

$$D = 47.60 + 47.59 = 95^{m}.19,$$

non tenendo conto ben inteso della inclinazione della linea di collimazione del cannocchiale all'orizzonte.

2.° Leggendo di seguito il I ed il III filo traguardando successivamente al foro inferiore e superiore, e scrivendo allora le letture di seguito l'una all'altra così:

69.95 22.35,

indi leggendo il II ed il IV traguardando come sopra prima al foro inferiore indi a quello superiore e trascrivendo di seguito le due letture al disotto delle prime, così:

65.23 17.64,

per cui in ultima analisi vengono poi le singole letture disposte collo stesso ordine di prima, e poscia si eseguiscono le operazioni aritmetiche più sopra indicate, sia per controllare le letture stesse che per avere il valore di D.

Il primo metodo è il più speditivo e forse il più esatto, il secondo lo si consiglia a coloro che hanno molta facilità ad eseguire mentalmente calcolazioni numeriche. Per avere poi un maggior controllo della esattezza delle effettuate letture gl'intervalli fra i fili di questo micrometro sono così disposti che risultano

$$(I - III) + (II - IV) = S$$

$$(I - II) + (III - IV) = 0{,}10\ S.$$

Infatti, dall'addotto esempio numerico si ha:

$$(69{,}95 - 65{,}23) + (22{,}35 - 17{,}64) = 9{,}43,$$

che è prossimamente il $^1/_{10}$ di 95,19.

Mediana h. Per la mediana, non tenendo conto della inclinazione della linea di fede del cannocchiale all'orizzonte, si avrà evidentemente:

$$h = \frac{\frac{I + IV}{2} + \frac{II + III}{2}}{2},$$

in unità di stadia, e per ridurla in unità di centimetri basterà moltiplicarla per $\frac{4}{100}$ e quindi avremo:

$$h = \frac{I + IV + II + III}{4} \times \frac{4}{100},$$

ossia

$$h = \frac{I + II + III + IV}{100}, \qquad (5)$$

che è quanto dire; *basta sommare le quattro letture eseguite e dividere il risultato per* 100.

Nel caso precedente avremo quindi

$$h = \frac{174{,}17}{100} = 1^m{,}74.$$

In quanto all'errore probabile ε che si può ammettere nella valutazione delle distanze, per ciò che dipende dalla potenza del cannocchiale, esso è dato dalla formola

$$\pm\, \varepsilon = \pm \frac{E}{\omega} D,$$

nella quale E rappresenta l'errore probabile di ogni singola puntata che nel caso in ispecie si può ritenere eguale a $3'',4$, ed ω e D hanno il significato più sopra assegnato loro.

Usando quindi del micrometro od oculare A in esame, ed usando delle due coppie di fili dovremo, come sappiamo, introdurre il divisore $\sqrt{2}$, e quindi avremo evidentemente

$$\pm \varepsilon = \pm \frac{E}{\omega \sqrt{2}} D = \pm \frac{3,4}{4125 \sqrt{2}} D$$

ossia

$$\pm \varepsilon = \pm 0,00059\, D,$$

vale a dire che per quanto dipende dalla potenza del diastinometro in esame si possono determinare le distanze con un errore probabile di circa 6 centimetri per cento metri, tolleranza che si può ammettere ad occhi chiusi per la grande generalità delle operazioni topografiche. Qualora però si richiedesse un approssimazione maggiore, non si avrebbe che a ripetere una seconda lettura, il che non potrà ascriversi a diffetto del sistema atteso alla grande facilità e speditezza con cui si eseguiscono le dette letture. In tal caso l'errore probabile $\pm \varepsilon$ dovrebbe dividersi ancora per $\sqrt{2}$, con che si riduce a $\pm 0^{m},04\ ^{0}/_{0}$.

Dobbiamo far osservare che non è affatto obbligatorio l'eseguire tutte quattro le letture e che per lavori correnti si potrebbe benissimo leggere due fili corrispondenti soltanto, cioè il I e III oppure il II e IV giacchè basterà in tal caso introdurre il fattore 2, e quindi le formole (3) e (4) si cangiano nelle altre pure semplicissime

$$\left.\begin{aligned} d &= 2\,(\mathrm{I} - \mathrm{III}) \\ \text{oppure} \\ d &= 2\,(\mathrm{II} - \mathrm{IV}) \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

ed

$$\left.\begin{aligned} h &= \frac{\mathrm{I} + \mathrm{IV}}{200} \\ \text{oppure} \\ h &= \frac{\mathrm{II} + \mathrm{III}}{200} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Naturalmente usando di tali semplificazioni non si ha più il controllo, ma possano tornare vantaggiosissime quando per la esistenza di taluni ostacoli non fossero scoperte entrambe le copie dei fili.

B) *Micrometro od oculare B* (lettura intermedia).

Angolo micrometrico $\omega = 0{,}01$.

Rapporto diastimometrico $\frac{1}{50}$ ma pel raddoppiamento dei fili si ritorna a quello dell'oculare *A*, ossia: $\frac{1}{25}$.

Questo micrometro è munito di n.° 8 fili, quattro visibili dal foro inferiore (dal quale come si disse per l'oculare *A* si devono sempre cominciare le letture) e gli altri 4 visibili dal foro superiore. Per la particolare disposizione dei fili anzidetti si ha (figura 114)

$$\text{I} - \text{V} = \frac{S}{4}$$

$$\text{II} - \text{VI} = \frac{S}{4}$$

$$\text{III} - \text{VII} = \frac{S}{4}$$

$$\text{IV} - \text{VIII} = \frac{S}{4},$$

e quali differenze se saranno eguali, o pressochè eguali, avremo una prima prova che le letture saranno esatte.

Sommando membro a membro quelle quattro eguaglianze si ha evidentemente

$$S = (\text{I} - \text{V}) + (\text{II} - \text{VI}) + (\text{III} - \text{VII}) + (\text{IV} - \text{VIII}),$$

che ci esprimerà il *numero delle unità di stadia* e sue frazioni intercette dall'angolo micrometrico. Per avere poi, dal *numero generatore S*, la distanza *D* in metri, che corre fra il punto di stazione ed il punto su cui sarà situata la mira, basterà moltiplicare il valore di *S* prima per 25 (reciproco del rapporto diastimometrico) indi per $\frac{4}{100}$, per cui avremo:

$$D = 25\, S \frac{4}{100} = S,$$

ossia

$$D = (\text{I} - \text{V}) + (\text{II} - \text{VI}) + (\text{III} - \text{VII}) + (\text{IV} - \text{VIII}), \quad (8)$$

il che equivale al dire che per avere la *distanza D basterà sem-*

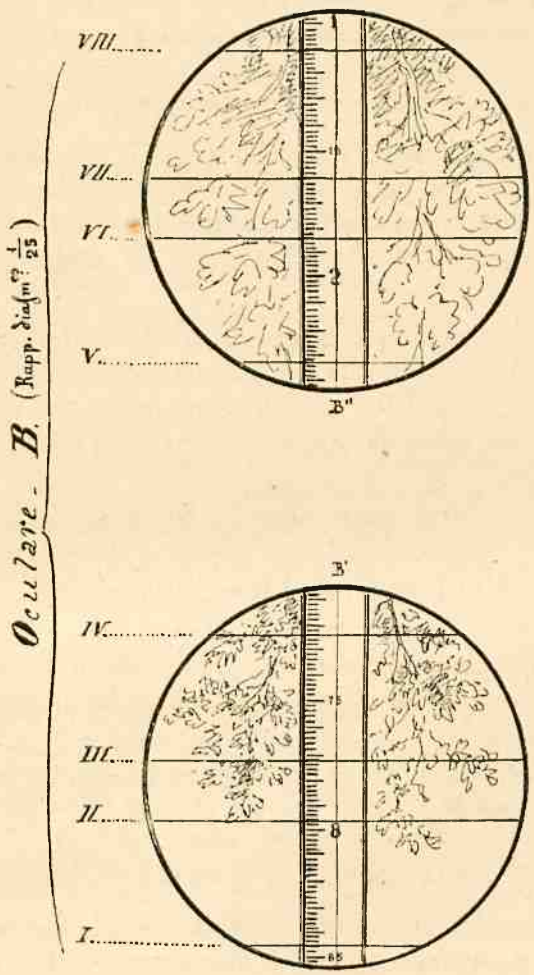


Fig. 114.

plicemente sommare quelle qualtro differenze. Esempio:

	Letture al foro inferiore		Letture al foro superiore
I	84.59	V	23.33
II	79.67	VI	18.43
III	77.25	VII	16.00
IV	72.35	VIII	11.08

eseguendo le differenze

$$\begin{aligned} 84.59 - 23.33 &= 61.26 \\ 79.67 - 18.43 &= 61.24 \\ 77.25 - 16.00 &= 61.25 \\ 72.35 - 11.08 &= 61.27 \\ \text{Somma delle differenze} &= 245.02 \end{aligned}$$

ossia la distanza cercata è

$$D = 245,^{m}02 .$$

Una prima verifica che le letture sono state bene eseguite l'abbiamo nella quasi identità delle suddette differenze. Un secondo riscontro poi si ha dalla speciale disposizione dei fili di questo micrometro, per cui se le letture anzidette sono esatte, dovrà verificarsi

$$(I - II) + (II - III) + (III - IV) + (IV - V) + (V - VI) +$$
$$+ (VI - VII) + (VII - VIII) = \frac{1}{10} S .$$

Infatti, nello esempio adotto, sostituendo ai numeri indicanti i fili le letture corrispondenti ed eseguendo le differenze, avremo

$$\begin{aligned} 84.59 - 79.67 &= 4.92 \quad a) \\ 79.67 - 77.25 &= 2.42 \quad b) \\ 77.25 - 72.35 &= 4.90 \quad c) \\ 23.33 - 18.43 &= 4.90 \quad d) \\ 18.43 - 16.00 &= 2.43 \quad e) \\ 16.00 - 11.08 &= 4.92 \quad f) \end{aligned}$$

la cui somma dà 24.49

che è molto prossimamente il decimo di S ossia di 245.02.

Abbiamo poi, occorrendo, un'altra verifica della ben eseguita lettura alla stadia e degli ottenuti risultati dalla perfetta eguaglianza delle seconde differenze *a*) *f*) e *c*) *d*) e dalla quasi identità delle altre due differenze *b*) ed *e*).

Dal suesposto si arguirà quanto razionale e quindi raccomandabile sia un tal metodo le di cui singole operazioni possono in tanti e si svariati modi essere verificate.

Mediana h.

Il valore di questa sarà evidentemente espresso da

$$h = \frac{\frac{I+V}{4} + \frac{II+VI}{4} + \frac{III+VII}{4} + \frac{IV+VIII}{4}}{2},$$

e riducendo a comune divisore

$$h = \frac{I+II+III+IV+V+VI+VII+VIII}{8},$$

valore di h espresso in unità di stadia (0.04), e per averlo invece espresso in centimetri basterà evidentemente moltiplicarlo per $\frac{4}{100}$, per cui si avrà:

$$h = \frac{1}{2}\,\frac{I+II+III+IV+V+VI+VII+VIII}{100}, \qquad (9)$$

vale a dire che per avere il valore dell'altezza *mediana h basta sommare le otto letture e dividere il risultato per* 200.

Facendo un'applicazione numerica, in base al superiore esempio, si avrebbe:

$$h = 1^{m}.91.$$

Valore di un esattezza in vano forse ottenibile con qualsiasi altro istrumento o processo, giacchè risulta dal quoziente di un numero diviso per 200, e tale numero è la somma di otto letture verificate nel modo il più scrupoloso.

Avvertiamo poi che l'oculare *B* si può anche adoperare facendo le letture a 4 fili soltanto ma corrispondenti, ossia usando del I e V, e del IV ed VIII, in tal caso, per quanto abbiamo detto superiormente in ordine all'oculare *A*, avremo:

$$D = 2\{(I - V) + (IV - VIII)\}, \qquad (10)$$

ossia si avrà la *distanza prendendo il doppio della somma di quelle due differenze.*

Applicando la formola (10) all'esempio precedente troviamo appunto

$$D = 245.06,$$

valore quasi identico a quello determinato prima.

In quanto alla mediana si avrà:

$$h = \frac{\text{I} + \text{IV} + \text{V} + \text{VIII}}{100}, \qquad (11)$$

ossia risulta dalla *somma delle quattro letture divisa per* 100.

Infatti sostituendo ai numeri indicanti i fili le letture corrispondenti del precedente esempio, si ha:

$$h = 1^{m}.91,$$

come si era ottenuto prima.

Anche qui faremo riflettere, che qualora si voglia usare di tale semplificazione non si ha nei risultati la precisione che si ottiene dalla moltiplicità dei fili, nè il riscontro relativo, ma ripetiamo, può tornare molto utile qualora qualche filo non sia visibile perchè occultato da una siepe, da un ramo d'albero o da qualsivoglia altro ingombro od ostacolo.

Ricordando poi che per questo micrometro abbiamo

$$\omega = 2062'',6,$$

l'errore probabile che si commetterà nella determinazione delle distanze per quanto dipende dalla potenza del diastimometro in esame, e facendo uso di tutti gli 8 fili sarà:

$$+ \varepsilon = + \frac{3'',4}{2062,6\sqrt{4}} D = \pm 0{,}00082\, D,$$

ossia 8 centimetri per 100 metri.

Qualora poi si volesse ripetere una seconda volta le letture, e prendere la media aritmetica delle medesime, l'errore probabile $+ \varepsilon$ si ridurrebbe ancora nella ragione di $\sqrt{2}$ per cui si avrebbe

$$\pm \varepsilon = + 0{,}00059\, D,$$

ossia poco meno di 6 centimetri per 100 metri, tolleranza che si può senza scrupolo ammettere specialmente poi se il terreno sul quale si opera sia alquanto accidentato. Qualora dunque necessiti di determinare il valore di d e di h per punti di molta importanza (come tutti i picchetti di stazione, i capo-saldi) consiglieremo di fare sempre uso dell'oculare A e qualora la distanza fosse piuttosto forte e che si dovesse ricorrere all'oculare B, usare

sempre nelle letture di tutti gli 8 fili, sicuri di avere sempre tanto planimetricamente che altimetricamente degli splendidi risultati.

C) *Micrometro od oculare C* (lettura centrale).

Angolo micrometrico $\omega = 825''$.

Rapporto diastimometrico $^1/_{250}$.

Questo micrometro è munito di soli tre fili, a parte quello verticale comune a tutti gli oculari.

Per la speciale disposizione dei fili si ha:

$$S = \text{I} - \text{III},$$

e quindi:

$$D = \frac{250 \times 100}{100} (\text{I} - \text{III}) = 10 (\text{I} - \text{III}), \qquad (12)$$

ossia si ha la *distanza in metri moltiplicando per* 10 *la differenza delle letture fatte ai due fili estremi.*

Per la verifica deve risultare

$$\frac{\text{I} - \text{III}}{2} = \text{II}, \qquad (13)$$

oppure

$$\text{I} - \text{II} = \text{II} - \text{III}, \qquad (14)$$

oppure

$$\left.\begin{aligned} \text{I} - \text{II} &= 0.05\, D \\ \text{II} - \text{III} &= 0.05\, D \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

La *mediana* poi è data da

$$h = \text{II} \times \frac{4}{100} = 0{,}04 - \text{II}, \qquad (16)$$

oppure da

$$h = \frac{\text{I} + \text{II} + \text{II} + \text{III}}{100}. \qquad (17)$$

Esempio. Le letture ai tre fili sieno rispettivamente le seguenti:

III....40,10
II.....53.20
I.....66.30.

Avremo:

$$D = 10\{66\,30 - 40.10\} = 262^{\text{m}}.00,$$

ed

$$h = 53.20 \times \frac{4}{100} = 2^{\text{m}},128,$$

per la verifica si ha applicando soltanto la prima formola (13)

$$\frac{66.30 - 40.10}{2} = 53.20,$$

che è appunto la lettura eseguita al filo mediano.

Per questo speciale micrometro in cui $\omega = 825'$ si ha:

$$\pm \varepsilon = + \frac{3.4}{825} D = + 0{,}0041\, D,$$

ossia l'errore probabile risulta di 41 centimetri per ogni 100 metri. Per ciò un tale micrometro non si dovrà usare se non in casi veramente eccezionali, in cui non sia possibile potere eseguire le letture ai due micrometri precedenti.

In taluni Cleps, tale micrometro è munito di quattro anzichè di tre fili. In tal caso la determinazione delle distanze si effettua colle letture estreme soltanto, alla cui differenza corrisponde il solito rapporto diastimometrico $\frac{1}{250}$, e gli altri due fili non servono che di verifica alle letture. In tal caso si ha:

$$S = \text{I} - \text{IV},$$

in unità di stadia, ed in metri

$$\left.\begin{aligned} D &= \frac{250 \times 4}{100} S = 10\, S \\ \text{ossia} \qquad D &= 10\, \{\text{I} - \text{IV}\} \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

per la verifica poi si deve avere

$$\text{I} - \text{III} = \text{II} - \text{IV}.$$

In quanto alla *mediana* questa si ha da

$$h = \frac{\text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV}}{100}. \qquad (19)$$

243. *Considerazioni ed avvertenze circa il diastimometro del Cleps.* Da quanto abbiamo superiormente esposto in ordine a questo potente diastimometro risulta:

a) Con quanto senno pratico e speciale ingegno si sia dal Porro assunto per *unità della stadia* 4 *centimetri* poichè facendo

le letture in base a tale unità, per ridurre la loro differenza ad *unità di metro* fa d'uopo moltiplicarla, come abbiamo visto per $\frac{4}{100}$, e poscia (come nel caso dei due micrometri *A* e *B*) per 2, reciproco del rapporto diastimometrico $\frac{1}{25}$; ora il fattore

$$\frac{25 \times 4}{100},$$

essendo eguale all'unità restano i calcoli sommamente semplificati. Infatti tanto coll'uno che coll'altro micrometro per avere *d* basta sommare le differenze delle singole coppie di fili o letture corrispondenti.

b) Pel micrometro *C*, il fattore

$$\frac{250 \times 4}{100},$$

essendo eguale a 10, anche in tal caso la distanza si ottiene facilissimamente giacchè fatta la differenza delle due letture estreme non vi è che da trasportare la virgola di due ordini a sinistra.

c) essendo che colla mediana *h* si determina il valore di z, ossia le *differenze di livello* dei punti di rilievo e di stazione e quindi le *quote altimetriche* dei medesimi, si scorge di leggieri come si debbano ottenere risultati splendidi anche nelle livellazioni, giacchè ammesso anche un piccolo errore nelle letture, il valore di z risultando (coi micrometri *A* e *B*) dalla centesima parte della somma di quattro numeri alla lor volta verificati, se errore vi è, non può influire sui risultati che per una sua centesima parte.

Quindi i Cleps ed i Tacheometri in genere si possono considerare come eccellenti istrumenti livellatori, e come con essi si possano eseguire rilevamenti topografici esattissimi non solo nel senso planimetrico ma bensì anche in quello altimetrico.

d) quanto razionale, elegante e raccomandabile sia un metodo di determinazione delle distanze ed altezze, in cui oltre alla facilità e speditezza inaudite proprie del medesimo, ogni singola operazione da cui dipende è permesso verificarla, e quindi *errori* nel senso volgare della parola non se ne possono commettere mai, oppure se ve ne ha vi è modo di scoprirli e correggerli.

Si avrà per ogni distanza od altezza una *incertezza-rima-*

nente, ma questa ridotta entro i limiti di tolleranza prestabilita mercè le *compensazioni* nel modo che abbiamo esposto.

e) In quanto al *limite di precisione* che è dato conseguire col *diastinometro a stadia* in esame, tale limite sorpassa di gran lunga quello che nelle condizioni più favorevoli si può ottenere colle *misure dirette* eseguite colla massima diligenza, giacchè quando è possibile contenere l'errore probabile sulle distanze ad $\frac{1}{1666}$, e fino ad $\frac{1}{2500}$, come quando s'impiega il micrometro *A* dell'oculare argo del Cleps grande modello, non credo che nella grande generalità delle operazioni topografiche cadenti nel quadro del presente trattato si possa desiderare di più, il che riuscirà anche più manifesto da quanto in proposito esporremo al capitolo 3.° della parte V, in cui si parla più diffusamente delle tolleranze ammesse nelle misure rettilinee.

f) Di tutte le operazioni che l'ingegnere è chiamato ad eseguire, quella della misura diretta è certo la più noiosa e faticosa, specie se devesi effettuare in terreni accidentati, tanto più che volendosi accertare dell'esattezza dei risultati è tenuto ben sovente a sorvegliare i canneggiatori ed a reiterare l'operazione con perdita rilevantissima di tempo in campagna.

Il diastimometro a stadia in esame era destinato a sollevare l'ingegnere da tutti i superiori inconvenienti, noie e lungaggini, la misura indiretta non dipende si può dire che da lui, la può determinare colla massima speditezza, la può verificare nel modo il più esatto, non avendo il porta-mira altro incumbente che di tenere la stadia verticale ed immobile, il che l'ingegnere ha modo di constatare senza muoversi dall'istrumento.

244. *Livelle sferica e cilindrica a bolla d'aria.* Per rendere verticale l'asse generale del Cleps, è questo munito di due livellette a bolla d'aria, una sferica applicata al sommo dell'alidada ed una cilindrica ammovibile da applicarsi sul cannocchiale. Quest'ultima serve a rendere orizzontale l'asse di collimazione del cannocchiale e fare uso del Cleps come di un comune livello a visuale obbligata.

Di ambedue abbiamo già fatto cenno al capitolo 4° della parte III per cui ora avremo ben poco d'aggiungere in proposito.

La livella sferica a bolla d'aria fissata sulla faccia superiore della scatola *S* è rappresentata icnograficamente ed ortograficamente nella fig. 115.

È condizione essenziale di queste livelle che il vertice della calotta sferica coincida col centro di figura del coperchio nel quale cade il centro dei due circoletti concentrici che servono da indice della posizione della bolla, e che il piano della base della calotta sferica sia paralello al piano di appoggio.

Quest'ultima condizione non essendo facile ottenere per costruzione, si crea mercè le viti *a* e *b* un piano d'appoggio artificiale che soddisfi appunto a quella condizione. Per ciò, come si rileva dalla fig. 115, colle viti *a* si può innalzare da quella

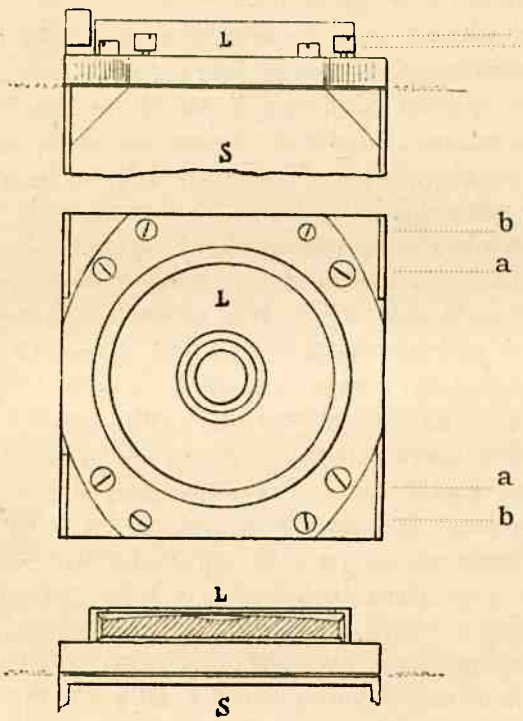


Fig. 115.

parte che occorre, la livelletta scostandola dalla faccia superiore della scatola di sostegno *S* e colle altre *b* abbassarla stringendola maggiormente contro la faccia anzidetta, riducendo in tal guisa alla posizione voluta il piano di appoggio della livelletta in esame. Le viti *b* servono poi a fissare la livella stessa sul cubo *S* anzidetto. La livella sferica sarà in rettifica quante volte girando l'alidada intorno al proprio asse la bolla si mantiene centrata, giacchè l'immobilità della bolla indica che la normale passante pel

suo vertice, che per legge fisica è verticale, coincide od è paralella all'asse di rotazione dell'alidada e quindi quest'ultimo verticale.

Nel capitolo seguente daremo le norme pratiche per la rettifica di una tale livella, la quale quantunque in generale presenti meno sensibilità di quelle cilindriche, pure ha sopra di queste il grande vantaggio di darci celeramente la orizzontalità di un piano o la verticalità di un asse, e di manifestare a colpo d'occhio le variazioni dell' inclinazione del piano o dell' asse in qualunque senso avvengano.

La sensibilità di questa livella è di circa un minuto primo centesimale, ossia 32″ sessagesimali per ogni millimetro di spostamento della bolla.

Per ciò qualora occorra di rendere verticale l'asse dell'alidada colla maggior possibile precisione, si farà uso della livelletta cilindrica amovibile, di maggiore sensibilità, applicata sul cannocchiale e nel modo già accennato al n.° 186 e la quale dovrà quindi ritenersi come la livella normale.

Quando lo istrumento viene installato un po' alto riuscendo alquanto scomodo centrare la bolla della livelletta sferica, a facilitare tale operazione vi si applica uno specchietto mobile per vedere la bolla senza essere costretti a drizzarsi con fatica sulla punta dei piedi, od impiantare l'istrumento stesso troppo basso. Vi ha infine un cannocchialetto terrestre cercatore amovibile che si applica sul grande cannocchiale onde facilitare le puntate. Individuato lo scopo o la stadia col centro del cercatore, l'uno o l'altra si troverà nel campo degli oculari del grande cannocchiale. Non se ne fa uso che rarissime volte e se ne potrebbe anche fare a meno.

245. *Cleps-ciclo medio-modello.* La parte sostanziale di questo istrumento è in tutto identica a quella del Cleps precedentemente descritto. Ne diversifica, come il nome stesso lo accenna, per le proporzioni minori e per taluni particolarità che ora diremo. È dotato degli stessi movimenti sia *liberi* che *micrometrici*, che abbiamo riscontrato nel Cleps grande modello.

Le principali differenze che si riscontrano in questo istrumento sono le seguenti:

a) Il *cannocchiale* non ha che l'apertura di 40 millimetri ed è munito di *oculare* semplice ma *ortoscopico* analogo a quello descritto relativamente al tacheometro Salmoiraghi grande modello. L'ingrandimento è di 36 volte.

A richiesta il costruttore fornisce un oculare multiplo a due soli micrometri identici a quelli che abbiamo denominato A e C del Cleps grande modello. Con questo oculare multiplo l'ingrandimento essendo di 50 volte, si avrebbe in tal caso per valore di ε:

$$\text{Pel micrometro } A \pm \varepsilon = + 0{,}0006\, D$$
$$\text{» » } C \pm \varepsilon = + 0{,}0043\, D.$$

b) *Circoli azimutale e zenitale.* Hanno ambidue il diametro di 50 millimetri, la graduazione è come nei precedenti a decimi di grado (divisi cioè in 4000 parti) ciascun grado numerato.

Si legge direttamente il decimo di grado e la stima cade sullo intervallo fra due divisioni successive, ossia sul centesimo di grado o minuto primo centesimale.

L'ingrandimento essendo coll'oculare semplice di 30 volte, l'ultima frazione ancora visibile è di 0",007 ossia 70" centesimali pari a circa 22" secondi sessagesimali.

c) *Indici microscopici.* Ve ne ha un solo per ogni circolo e quindi non si può eliminare l'errore di eccentricità della graduazione che pel solo circolo azimutale usando della nota regola di Bessel.

d) Sulla faccia superiore della scatola che racchiude i circoli v'ha la *livelletta sferica* analogamente al Cleps grande modello. Vi è inoltre la solita livelletta cilindrica amovibile da applicarsi al cannocchiale destinata a rendere orizzontale la linea di collimazione del cannocchiale onde servirsene come di un ordinario livello. La forma e disposizione del declinatore magnetico sono quelle stesse del Cleps grande modello.

246. *Cleps-ciclo piccolo modello.* Questo piccolo istrumento diversifica in talune sue parti dai due precedenti, quantunque si tratti sempre di differenze non essenziali di costruzione, ma relative soltanto a minor potenza dei singoli organi che lo compongono.

I *circoli azimutale e zenitale* sono divisi in 2000 parti, ossia ogni grado è diviso in cinque parti, e tutti i gradi sono numerati da 0 a 399 come in quelli dei Cleps precedentemente descritti. Non v'ha che un solo *microscopio* per la lettura dei circoli anzidetti e disposto in guisa da potersi avere contemporaneamente nel suo campo una parte della graduazione di entrambi. Le immagini di questi riuscendo capovolte, nella parte superiore del campo del microscopio si ha la graduazione del circolo azimutale, nella parte inferiore quella del cerchio verticale.

Il micrometro del detto microscopio è munito di tre fili per le letture sui circoli.

Facendo le letture con un sol filo l'errore probabile che si può commettere nelle misure angolari abbiam già esposto al n.° 238 che è dato da

$$\pm 0^{c},01$$

ed usando tutti tre i fili da

$$\pm 0^{c},0058$$

equivalenti a 18″ secondi sessagesimali.

La luce, nell'interno della scatola che racchiude i due cerchietti, penetra da una fessura praticata nella faccia superiore della scatola stessa dov'è fissata la livella sferica, e mercè un apposito prisma viene riflessa sulla parte del circolo zenitale che ricade nel campo del microscopio.

Il cannocchiale ha soltanto 30 millimetri di apertura, un ingrandimento di 30 volte, ed è munito di un oculare ortoscopico. Il micrometro di questo cannocchiale ha 4 fili per la misura delle distanze. Eseguendo le letture con tutti quattro corrisponde ad essi il rapporto diastimometro $^{1}/_{50}$, usando i due soli centrali il rapporto anzidetto è invece di $\frac{1}{250}$.

Alla sommità dell'alidada, come si accennò, è fissata una livella sferica a bolla d'aria per rendere facilmente verticale l'asse della stessa alidada. A questo prezioso istrumentino va annessa una livelletta a bolla d'aria amovibile da applicarsi sul cannocchiale e servirsi di questo come di un comune livello a visuale obbligata.

Manca in questo Cleps il movimento micrometrico all'albero che porta il declinatore magnetico ed il suo circolo azimutale, e quindi la orientazione dello istrumento occorre eseguirla a mano.

L'apparecchio di orientamento è racchiuso al solito in un tubetto munito di oculare ed incastrato nell'albero anzidetto.

Tanto l'alidada che il cannocchiale ed annesso circolo zenitale sono dotati, come nei due Cleps precedenti, dei relativi movimenti di richiamo.

CAPITOLO VI.

VERIFICHE E RETTIFICHE DEL CLEPS. NORME PRATICHE ED AVVERTENZE INTORNO ALL'USO DI QUESTO ISTRUMENTO.

247. *Verifiche e rettifiche del Cleps.* Le verifiche e rettifiche di questo istrumento sono in massima quelle stesse esposte relativamente al tacheometro Salmoiraghi grande modello. Siccome però talune rettifiche non si possono compiere sullo istrumento e per altre occorre tener presente talune norme speciali, così faremo parola delle medesime e separatamente nel presente capitolo.

Per ciò che riguarda lo stato dello istrumento valgono in generale le stesse regole date al capitolo 4.° della Parte IV per quanto cioè si possono riferire al Cleps in esame.

Lo stesso dicasi per situare l'istrumento in stazione che si dovranno in massima tenere presenti le norme esposte al succitato capitolo 4.°

Avvertiamo innanzi tutto che trattandosi del Cleps dicesi che questo istrumento è in *posizione normale* quando il cannocchiale trovasi a destra dell'osservatore posto di fronte all'oculare del cannocchiale stesso, quindi l'operazione di collimare successivamente ad uno stesso punto prima col cannocchiale a destra indi a sinistra (facendo eseguire una mezza rotazione all'alidada e capovolgendo il cannocchiale onde portar di nuovo l'oculare dalla parte dello osservatore) dicesi operazione di *destro-inverso*.

Ciò premesso esporremo ora nel modo il più sommario possibile le norme pratiche per la verificazione e rettificazione della posizione o normalità reciproca degli assi principali di un Cleps-ciclo.

248. *Verticalità dell'asse di rotazione dell'alidada.* Situato l'istrumento sul punto di stazione nei modi suggeriti, si può ridurre verticale l'asse dell'alidada, servendosi sia della livella sferica che di quella cilindrica, applicata quest'ultima sul cannocchiale.

Qualora s'impieghi la livelletta cilindrica a bolla d'aria che abbiam già detto doversi ritenere come la normale, perchè dotata di maggior sensibilità, nulla abbiamo da aggiungere a quanto in proposito si è esposto al paragrafo 183.

L'aggiunta della detta livella cilindrica amovibile presenta in pratica un altro vantaggio, oltre quello di trasformare l'istrumento in un livello a cannocchiale, consistente nel potersi servire di essa per rettificare la livella sferica applicata all'alidada, operazione che senza il sussidio di quella riuscirebbe alle volte molto lunga e tediosa.

Ridotto verticale l'asse dello istrumento mercè la livelletta cilindrica appoggiata sul cannocchiale nel modo che già conosciamo, si osservi se in un giro intiero dell'alidada la bolla della livelletta sferica si mantiene centrata, nel quale caso questa sarà in perfetta rettifica; non verificandosi la superiore condizione, la si centrerà muovendo opportunamente le viti *a* e *b* che agiscono a contrasto, avendo cura di stringere bene le viti *b* che assicurano la livelletta in parola alla faccia superiore della scatola.

Una volta rettificata, per rendere verticale nelle successive stazioni l'asse dello istrumento basterà centrare la bolla della livelletta sferica mercè le viti *V* del triangolo di base.

249. *Orizzontalità dell'asse di rotazione del cannocchiale:* Atteso al modo speciale con cui l'albero di rotazione del cannocchiale è connesso all'alidada non si può rettificare la orizzontalità del detto asse, ed è quindi necessario che per costruzione risulti normale all'asse generale dello istrumento.

Sull'esistenza della reciproca normalità di questi due assi è mestieri affidarci all'onorabilità della Ditta costruttrice, la quale assicura non essere l'errore di spostamento superiore ad un centesimo di grado; errore che anche negli istrumenti per questa parte rettificabile è ben difficile eliminare totalmente, ma che per misure angolari in cui occorre la massima precisione sappiamo già far scomparire seguendo nelle medesime la nota regola di Bessel, sia oppur no rettificabile l'asse anzidetto.

250. *Perpendicolarità dell'asse di collimazione del cannocchiale al suo asse di rotazione.* Tale verifica si esegue colle norme in proposito date relativamente ai tacheometri Salmoiraghi. Soltanto qualora esista un *errore di collimazione,* si opera la rettifica spostando il cannocchiale dalla sua traversa *TT* di sostegno, movendo opportunamente le viti che agiscano a contrasto e di una quantità

come si disse, eguale alla metà dell'errore, e si ripete la verificazione finchè sia eliminata completamente la differenza a 200^{g}.

Soltanto dobbiamo qui avvertire, che stante la eccentricità del cannocchiale occorre collimare ad un punto molto lontano, almeno 3000 metri, onde non abbia sensibile influenza la doppia eccentricità del cannocchiale.

Qualora non si avesse un punto ben determinato a tale distanza, si potrebbe collimare ad un punto più prossimo di distanza nota e tener conto dell'effetto dipendente dall'eccentricità del cannocchiale nei modi esposti ai paragrafi 170-171.

Un' altra avvertenza dobbiamo fare. Il metodo dato al n.° 227 comma *b* per tale verifica, collimando cioè successivamente ad un dato punto coll'operazione del *destro-inverso,* vale soltanto pel Cleps grande modello nel quale si hanno due indici microscopici al circolo azimutale.

Trattandosi invece di Cleps medio o piccolo modello, in cui si ha un solo microscopio per ogni circolo, si deve per tale verifica procedere nel modo seguente.

Ad istrumento ben livellato si collimi coll' incrocicchio dei fili del micrometro centrale allo spigolo di una casa, o meglio ad un filo a piombo, e si osservi se abbassando od alzando il cannocchiale il detto incrocicchio percorre in tutta la sua lunghezza lo spigolo o filo anzidetti, i quali essendo verticali, ci assicureranno che del pari verticale è il piano descritto dal cannocchiale e quindi normale al suo asse di rotazione ammesso o previamente ridotto orizzontale.

Se poi collimato prima al punto di sospensione del filo a piombo, e poscia resa immobile l'alidada, puntando alla estremità inferiore del piombino anzidetto, si scorge che l' incrocicchio del micrometro esce dalla linea tracciata dal filo a piombo la superiore condizione non sarà verificata, ma prima di spostare la traversa del cannocchiale onde correggere l'errore di collimazione nel modo superiormente esposto, necessiterebbe assicurarsi che lo scarto osservato non dipende piuttosto da una non esatta normalità dell'asse di rotazione del cannocchiale all'asse di rotazione dell'alidada anzichè da un errore di collimazione. Per cui anche per questa parte è giuocoforza ritenere l' istrumento esatto per le ordinarie operazioni topografiche, salvo a ricorrere alla più volte citata regola di Bessel, quando avendo sotto mano un Cleps di medio o piccolo modello si desidera avere nelle misure an-

golari una maggiore precisione, giacchè operando in tal guisa si eliminano per compensazione tutti indistintamente i piccoli errori residuali.

251. *Errore di posizione dello zero del circolo verticale.* Atteso alla piccolezza del circolo zenitale ed al modo speciale con cui viene centrato ed assicurato all'albero di rotazione del cannocchiale, è pressocchè impossibile situarlo in guisa che all'indice normale del cerchio anzidetto si legga zero quando la linea di collimazione del cannocchiale è rivolta allo zenit del punto di stazione, oppure si legga allo stesso indice 100^g quando la detta linea è orizzontale.

Quindi esiste sempre in questo istrumento un piccolo errore di collocamento dello 0^c del circolo zenitale, ed inoltre atteso alla speciale costruzione dello stesso istrumento non è rettificabile per questa parte, ossia non si può spostare il circolo anzidetto in guisa che si legga coll'indice microscopico relativo l'angolo 100^g quando l'asse di collimazione del cannocchiale è disposto esattamente orizzontale.

Occorre quindi relativamente al Cleps determinare l'errore corrispondente ε' col metodo indicato al n.° 227 comma *d* per questa speciale verifica nel tacheometro Salmoiraghi, ed aggiungerlo algebricamente a tutte le distanze zenitali evitando così per ciascun punto l'operazione del *destro-inverso* ossia della doppia collimazione a cannocchiale a destra ed a cannocchiale rovesciato, colla quale, come si è già spiegato al paragrafo succitato, si elimina senz'altro l'errore anzidetto.

252. Come nei tacheometri così nei Cleps Salmoiraghi non si può rettificare la posizione della lente anallatica, onde per costruzione dev'essere situata in modo che il punto anallatico cada sull'asse di rotazione del cannocchiale, qualora però una tale condizione non fosse soddisfatta, basterà determinare il *coefficiente di riduzione* delle distanze come fu spiegato al n.° 232.

253. *Micrometro.* È questo fermato con opportune viti al tubo del cannocchiale per cui se ne può rettificare la posizione rispetto all'oculare e per rendere orizzontali i fili che servono alla misura delle distanze.

Relativamente al Cleps grande modello ricorderemo di fare in generale per le misure delle distanze sempre uso dell'oculare o micrometro *A* come quello normale usando il più che sia possibile del *mirino o stadia* descritto al n.° 227 comma *e*. Per distanze fra 100 e 200 metri si userà la stadia a divisione media.

Anche impiegando Cleps di medio e piccolo modello consigliamo pure di far uso per quanto sarà possibile della stadia a divisione piccola, ottenendosi nelle distanze una maggiore esattezza potendosi con essa maggiormente frazionare la unità relativa.

254. *Misura degli angoli.* In causa della eccentricità del cannocchiale si ha come dettagliatamente si espose al n.° 170, nella misura degli angoli un piccolo errore detto appunto *errore di eccentricità* e che, come si sa, soltanto per distanze molto grandi si rende insensibile allo istrumento. Per questa parte non abbiamo che a rimetterci a quanto appunto in proposito si espose al succitato n.° 170. Solo qui soggiungeremo poche osservazioni.

Una delle ragioni per cui da taluni ingegneri non s'inclina a fare uso di istrumenti a cannocchiale eccentrico, ed in ispecie del Cleps-ciclo, si è appunto che per la speciale costruzione di questi istrumenti non si può, si asserisce, misurare nè quindi tracciare sul terreno un dato angolo senza ricorrere a calcoli oppure avere la misura dell'angolo affetta da un piccolo errore.

Non esitiamo ad asserire essere questo uno dei tanti pregiudizii invalsi a proposito di questi preziosi istrumenti.

Abbiamo già fatto vedere che qualora i lati che comprendono l'angolo abbiano uguale o presso a poco uguale lunghezza l'errore di eccentricità in tal caso è nulla. Indipendentemente da ciò, qualunque sia la lunghezza delle direzioni comprendenti l'angolo a misurarsi od a tracciarsi sul terreno, tale misura o tracciamento si può effettuare col Cleps od in generale con qualunque goniometro a cannocchiale eccentrico, con la stessa esattezza che si ha con un istrumento analogo ma concentrico e senza bisogno di apportare alla misura con quello ottenuto correzione alcuna. Infatti:

Sia $A\,S\,B$ (fig. 116) l'angolo dato da tracciarsi sul terreno e di ampiezza θ gradi e frazioni di grado. Installato l'istrumento sul punto S vertice dell'angolo colle norme che conosciamo, e col cannocchiale in posizione normale si tracci la direzione $S\,P$ sotto l'angolo dato θ e si faccia situare una palina sul punto in tal modo individuato, indi a cannocchiale rovesciato, si farà altrettanto con che si verrà ad individuare un secondo punto P', misurando e dividendo per metà la distanza che intercede fra i due punti P e P', pel punto di mezzo B passerà evidentemente la direzione $S\,B$ ossia l'altro lato dell'angolo $A\,S\,B$ che si voleva tracciare.

L'operazione non solo è delle più semplici ma anche la più

esatta; invero: l'istrumento a cannocchiale eccentrico obbligandoci *bon grès mal grès* alla doppia collimazione a cannocchiale a dritta ed a sinistra, avremo come si sa la misura dell'angolo depurata da tutti i residuali errori di cui è sempre affetto un goniometro per quanto con cura e diligenza rettificato.

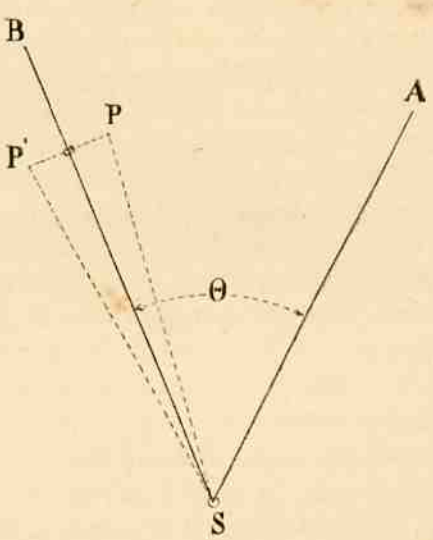


Fig. 116.

Qualora poi fosse dato sul terreno l'angolo $A\,S\,B$ e se ne volesse determinare la misura, niente di più facile, basterebbe eseguire la doppia collimazione ad ambedue i punti A e B, certi di averne l'ampiezza con tutta la precisione di cui sarà suscettibile l'istrumento.

255. Un altro appunto che erroneamente si fa al Cleps si è quello che con esso non sia possibile esattamente tracciare o prolungare un dato allineamento.

L'asserzione è talmente erronea che noi consiglieremo anzi, qualora necessiti tracciare un allineamento con tutta la possibile precisione, di fare uso a preferenza di un istrumento a cannocchiale eccentrico, giacchè in conclusione avendo anche sotto mano un teodolite concentrico, per tracciare con esattezza il detto allineamento occorrerà sempre seguire la regola del rovesciamento.

Supponiamo si debba eseguire il tracciamento dell'asse longitudinale di un ponte di luce considerevole, tracciamento che fa d'uopo effettuare sempre con la massima diligenza.

A e B siano gli estremi dell'asse (fig. 117). Fatto stazione in A col cannocchiale in posizione normale si collimi al punto B e si fissi con una palina o picchetto il punto p. Si rovesci l'istrumento e si collimi di nuovo a B, fissando con altra palina il punto p. Nel punto intermedio a si pianti un picchetto. Analogamente si determinino gli altri punti a_1, a_2, a_3 con opportuni picchetti, ed avremo in tal guisa tracciato l'allineamento $A\,B$ che individua l'asse del ponte con tutta la esattezza che comportava l'istrumento fosse questo oppur no di tutto punto rettificato. D'altronde

chi volesse evitare nel tracciamento degli allineamenti la regola del rovesciamento, non avrebbe che a far uso di una palina con scopo eccentrico, come mostra la fig. 118. La linea mediana dello

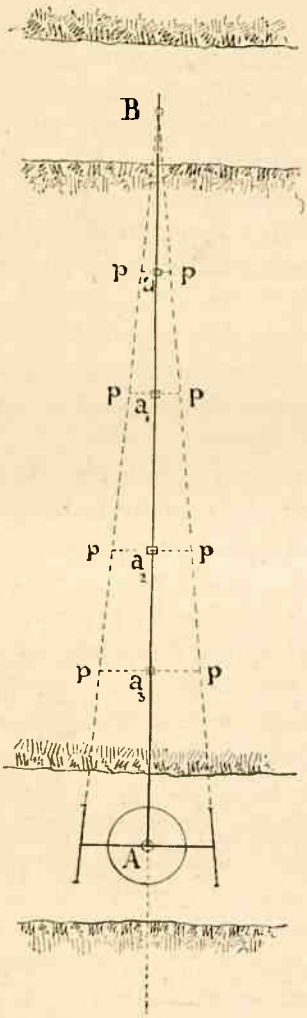


Fig. 117.

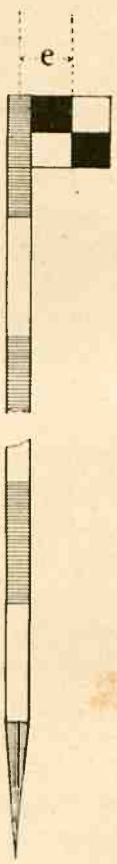


Fig. 118.

scopo alla quale si dovrebbe collimare, dista dall'asse della palina di una quantità *e* eguale alla eccentricità del cannocchiale.

D'altronde non dobbiamo dimenticare che l'eccentricità del cannocchiale in tutti i Cleps, non è che di pochi centimetri conseguentemente quando la lunghezza dei lati è superiore ai 200 metri l'errore che si commette nella misurazione dell'angolo dai

medesimi compreso è sempre nel più dei casi quantità praticamente trascurabile, e per conseguenza potremo fare a meno del rovesciamento dell'istrumento.

In conclusione se l'operazione topografica che si deve eseguire richiede tutta la precisione di cui è suscettibile l'istrumento, sia questo eccentrico oppure concentrico, occorre sempre seguire la regola del Bessel, in tutti gli altri problemi topografici l'errore che si commetterà in taluni casi speciali sarà quantità tanto piccola da potersi senza alcun scrupolo trascurare.

L'eccentricità dello istrumento anzichè un difetto è un pregio, giacchè nel più dei casi obbliga a seguire le regole più razionali e geometriche per operare colla maggior possibile precisione.

256. *Trasporti dello istrumento.* Per trasportare l'istrumento da una stazione all'altra, (in ispecie i Cleps e tacheometri grande e medio modello) *occorre sempre smontarlo* dal relativo treppiede, e ciò per tante ragioni facili ad intuirsi.

Si comprenderà infatti come non sia conveniente il percorrere non meno di 200 metri, che è la minima distanza che in generale intercede fra l'una e l'altra stazione, su terreni accidentati, attraversati da siepi, fossi, canali, con un istrumento delicato e costoso montato su di un treppiede, e come riesca operazione più breve e meno imbarazzante il situare con una certa diligenza il treppiede da solo, senza contare che qualora al medesimo fosse montato l'istrumento, questo andrebbe soggetto a scosse brusche che non potrebbero che danneggiarlo o quanto meno farlo uscire di rettifica in talune sue parti. D'altronde per togliere l'istrumento dal treppiede e rimetterlo nella cassetta è operazione che non richiede che pochi minuti di tempo ed il pratico sa che val la pena di farlo Si potrebbe fare un'eccezione pel Cleps e tacheometro piccolo modello, ma per gli altri ed in genere per tutti gli istrumenti tacheometrici i più delicati occorre seguire sempre il sistema più sopra consigliato.

Anzi per facilitare il trasporto ed evitare scosse frequenti e brusche, la cassetta è munita di apposite cinghie per cui l'operaio se la può collocare sulle spalle a guisa di zaino.

Per situare poi l'istrumento nella relativa cassetta si seguiranno le seguenti norme:

Terminata la stazione,

a) Si gira l'intiero istrumento in guisa che il tubetto del

magnete riesca paralello alla vite di richiamo del magnete stesso: disponendo l'obiettivo dalla parte della vite anzidetta;

b) Fermata la parte bassa dell'istrumento dov'è incastrato il declinatore colla relativa vite di pressione, si gira l'alidada sino a portare il cannocchiale (previamente disposto presso a poco verticale) di fronte al finestrino del magnete ossia all'estremo del tubetto otturato dalla scala;

c) Poscia si chiudano indistintamente tutte le viti di pressione;

d) Indi si toglie la vite che tiene assicurato l'istrumento alla piattaforma del treppiede;

e) Ciò fatto, colla mano sinistra s'impugna l'istrumento in corrispondenza della parte conica dell'alidada e colla destra il cubo alla sua sommità, indi si solleva e si adagia nei relativi appoggi della cassetta avendo cura di non urtare i microscopi contro la parete anteriore della cassetta;

f) Adagiato il Cleps sui propri appoggi si allenteranno le viti di pressione.

PARTE QUINTA

OPERAZIONI DI CAMPAGNA.

CAPITOLO I.

GENERALITÀ SULLE OPERAZIONI DI CAMPAGNA

257. Abbiamo già veduto in che consista teoricamente il problema generico che costantemente si propone di risolvere il moderno geometra, e passato in rassegna l'indole dei mezzi od istrumenti che gli abbisognano per poterlo convenientemente e praticamente risolvere.

Resta ora a concretare il processo e dare le norme pratiche per potere effettuare il rilevamento di una data estensione di terreno, onde vedere e convincersi come anche nel campo concreto o pratico si ha veramente coi metodi, coi perfezionamenti ed innovazioni istrumentali del Porro il modo di determinare un rilevamento topografico con tutta la speditezza, semplicità e precisione che riscontrammo considerando il problema in un campo puramente astratto e teorico.

Quantunque il metodo da seguirsi nei rilevamenti topografici in base alla moderna scuola sia essenzialmente lo stesso tanto se si tratta di una piccola quanto di una rilevante estensione di terreno, non eccedente il limite indicato al n.° 110, il che costituisce uno dei pregi principalissimi della medesima, tuttavia si comprende facilmente e va da sè, che a seconda dello scopo, della entità e delle esigenze imposte in un determinato rilevamento topografico, si dovrà operare con più o meno diligenza o correntezza, il geometra dovrà circondarsi più o meno di tutte quelle garanzie ed effettuare tutti quei procedimenti e verifiche che il metodo stesso puramente geometrico ampiamente gli somministra.

A raggiungere appunto un tale scopo si suole premettere talune operazioni topografiche speciali ed importanti prima di scendere a quelle che hanno per semplice obiettivo il rilievo dei

minimi particolari del terreno, e quindi in tale ordine di idee, su tale concetto, si possono distinguere i rilevamenti in tre diverse categorie come segue:

A) Rilevamenti topografici di piccola estensione appoggiati a semplici *orientamenti;*

B) Operazioni topografiche coordinate a *punti trigonometrici;*

C) Rilevamenti molto estesi appoggiati ad *apposita triangolazione topografica.*

Allorchè trattasi di un rilevamento topografico di limitata estensione, a cui ispecie si riferisce il presente trattato, si suole esso appoggiare a delle *poligonali* che prendono il nome di *camminamenti,* i quali alla lor volta si appoggiano ad altre poligonali di un ordine superiore dette appunto *linee* o *poligonali principali* o semplicemente *orientamenti.* Di queste speciali operazioni topografiche tratteremo diffusamente e le svilupperemo in tutti i loro minimi particolari giacchè è appunto nella cerchia delle medesime che sta la differenza fra l'antica e la nuova scuola topografica, estendendo il metodo delle *comprovazioni* e delle *compensazioni* a tutte indistintamente le operazioni di rilievo sino ai più minimi particolari, a quelle infine che costituiscono principalmente la scienza ed il patrimonio per così dire del perito geometra e dello ingegnere topografo.

Per procedere quindi dal semplice al complesso ci occuperemo innanzi tutto delle norme pratiche per la determinazione dei punti d'infimo ordine, ossia dei procedimenti pratici per il rilevamento dei minimi particolari del terreno, indi del *collegamento delle stazioni,* per passare poi al modo di procedere alle *comprovazioni* e *compensazione* dei risultati mercè i *camminamenti* e gli *orientamenti* il che forma, come già si disse, l'essenza della moderna scuola topografica.

Quando invece il rilevamento ha per oggetto un estensione di terreno molto rilevante, è mestieri allora appoggiarlo o coordinarlo a *punti trigonometrici* già esistenti nel modo che indicheremo in apposito capitolo giacchè, atteso lo sviluppo considerevole dato ai lavori pubblici, in ispecie alla costruzione delle linee ferroviarie che si estendono ormai a migliaia di chilometri, e sopratutto ai rilevamenti a scopo catastale, tali lavori devono potersi riquadrare sulle carte dello Stato Maggiore, tutte le operazioni di una certa entità devono essere, in base alla moderna Topogra-

fia, collegate alla grande triangolazione italica che si sta eseguendo dallo Istituto Geografico Militare, come in atto si sta praticando con molto senno per i rilevamenti catastali del compartimento Modenese e come, non dubitiamo, verrà fatto per gli altri analoghi rilevamenti che si dovranno estendere a tutto il Regno in base alla legge 1.° marzo 1886.

Qualora poi, nella vasta plaga di terreno che occorresse di rilevare, non esistessero punti trigonometrici ai quali coordinare tut o il rilievo, in tal caso è mestieri far precedere al rilievo stesso la determinazione di una *triangolazione* o *rete topografica.*

Siccome poi ai *rilevamenti catastali* che si stanno eseguendo, e che verranno poi estesi a tutto il Regno in base alla menzionata legge 1 marzo 1886, è stabilito di far precedere la formazione di una generale *rete topografica,* ed anche indipendentemente da questa esiste già una *triangolazione geodetica* eseguita dallo Istituto topografico militare e quindi ovunque potremo trovare a nostra disposizione dei *punti trigonometrici* a cui coordinare i nostri rilievi quante volte l'entità e scopo dei medesimi lo richieggono, così sembrerebbe pressochè superfluo l'esposizione dei procedimenti relativi alle operazioni di cui al comma *C* e quindi tutto al più accennarvi in linea tutto affatto sommaria, limitando invece i nostri studi ai soli rilevamenti di cui alle lettere *A* e *B*; ed il nostro proposito era appunto da tutta prima coordinato ad un tale ordine di idee, sia per la ragione speciale più sopra esposta, sia ancora perchè l'entrare diffusamente sull'operazione della determinazione di una rete trigonometrica ci portava necessariamente fuori del quadro del presente libro, il cui obiettivo principale quello si è di sviluppare in tutti i suoi particolari il processo ed il metodo per il rilevamento di una porzione di terreno per studi di dettaglio di particolari progetti attenenti alla ingegneria stradale od idraulica, rilevamenti che alle volte può bensì occorrere di *coordinare a punti trigonometrici* ma che più spesso ed in generale possono stare indipendentemente dai medesimi, servendoci invece opportunamente di *orientamenti* ai quali appoggiare i nostri rilievi, giacchè ripetiamo, in questo metodo speciale di rilevamento sta essenzialmente la differenza fra l'antica e la nuova scuola topografica.

Se non che ai riflessi dello sviluppo grandissimo che fra breve prenderanno i rilevamenti topografici della massima parte del Regno per la formazione delle nuove mappe catastali disposta

colla succitata legge, rilevamenti che devono essere appoggiati ad una vasta serie di reti trigonometriche, si credette opportuno derogare dal primitivo proposito, e dare quindi uno sviluppo particolareggiato di tutte almeno le principali operazioni che hanno speciale tratto alla formazione e calcolazione di una rete topografica, operazioni a cui di rado avrebbe dovuto procedere un ingegnere senza la superiore e speciale circostanza di fatto.

In vista adunque che il trovare svolti in apposito trattato i procedimenti relativi alla formazione di una triangolazione topografica sarebbe riuscito di grande vantaggio al numeroso personale che mano mano verrà addetto a questa speciale operazione, dedicammo a questa due speciali capitoli nei quali si troveranno appunto compendiate le norme ed istruzioni necessarie per la determinazione e calcolazione di una rete topografica, tanto seguendo in ciò il sistema più in uso e che venne prescritto con apposito R.° Decreto per quella già stabilita nel compartimento catastale modenese, e che verrà seguito pure nella formazione di quella degli altri compartimenti catastali del Regno, quanto seguendo in tale importante operazione il metodo generale numerico che forma la base della moderna scuola topografica e quindi più in armonia colle istruzioni svolte sin qui nel presente trattato.

A necessario complemento di questa parte importante di operazioni di campagna faremo in fine parola della determinazione dell'*azimut vero* di un lato di una poligonale onde orientare in modo assoluto i nostri rilievi, non che del modo con cui procedere alla misurazione di una *base topografica.*

Di quest'ultima speciale operazione faremo parola in linea affatto sommaria, sia perchè di rado occorrerà all'ingegnere di dover procedere ad una tale misurazione, sia ancora perchè le triangolazioni geodetiche sono oramai così estese che si potrà nei più dei casi trovare una o più *basi,* nei lati delle triangolazioni suddette, alle quali appoggiare la rete trigonometrica topografica senza bisogno di passare alla misurazione diretta di un apposita base.

CAPITOLO II.

OPERAZIONI DI RILIEVO — NORME PRATICHE RELATIVE

258. Onde viemmeglio comprendere il metodo da seguirsi nel rilevamento di una data porzione di terreno, noi riprodurremo appunto una parte soltanto di un rilievo eseguito col Cleps e coi processi propri della moderna scuola topografica, rilievo che avendo per iscopo di somministrare i dati necessari allo studio di un progetto per strada ferrata, dovea per ciò somministrare tutti i punti abbisognevoli per ben definire la figura del terreno, tanto nel senso planimetrico che altimetrico.

Ciò premesso, ecco le norme più importanti che devono conoscersi per la pratica campale di un dato rilievo.

259. *Ricognizione del terreno.* L'ingegnere direttore, preposto agli studi di un dato rilevamento, deve innanzi tutto, provvisto di carte corografiche rappresentative del terreno, se ve ne sono, percorrere in tutti i sensi la zona di terreno da rilevarsi, onde farsi un concetto esatto della medesima sia nel senso planimetrico che altimetrico, sull'andamento che in massima sarà più conveniente assegnare alla linea che dovrà seguire la strada, od il canale da costruirsi, sugli attraversamenti migliori e più opportuni dei corsi d'acqua che si potrebbero per avventura incontrare nel terreno oggetto di ricognizione. Se si tratta di un semplice rilevamento a scopo agrimensorio, basterà un esame più sommario limitandosi in generale il lavoro a determinare il contorno del fondo e delle linee principali od appezzamenti in cui trovasi diviso. Ma nel caso concreto l'ingegnere direttore dovrà con paloni, con segnali, bandiere o scopi infissi su punti visibili possibilmente a molta distanza tracciare all'ingrosso la linea che devono tenere le *squadre degli operatori*, di cui ora diremo.

260. *Squadre di operatori.* Affinchè un rilievo proceda colla massima celerità e regolarità, necessita che per ogni istrumento, vi si trovi addetta una squadra di operatori composta come segue;

N.° 2 ingegneri.

N.° 1 un'assistente scritturale per la registrazione nelle apposite tabelle di tutti elementi letti allo istrumento.

N.° 2. Porta-stadia.

N.° 1. Inserviente.

Sono necessarii due ingegneri, uno addetto allo istrumento e l'altro per redigere gli *abbozzi* di cui appresso diremo e guidare i porta-mire, come pure per incaricarsi interpolatamente delle due suindicate operazioni. In terreni molto accidentati alle volte, ma rare volte, i porta-stadia possono essere in numero maggiore. In taluni casi speciali, cioè quando il rilevamento è molto limitato, un ingegnere soltanto può bastare, quante volte si possa fidare di consegnare ad uno dei porta-stadia l'abbozzo di campagna, che gli deve servire di guida per rintracciare esattamente i punti su cui deve venire successivamente collocata la mira.

Ma in generale due ingegneri sono indispensabili, o quanto meno un ingegnere ed un aiutante molto pratico di un tale genere di rilevamento, e colui che avrà redatto l'abbozzo della porzione di terreno da rilevarsi dovrà guidare, dirigere e sorvegliare i porta-stadia, operazione della massima importanza col metodo di rilievo in esame.

261. *Poligonali, punti di stazione e di rilievo.* Fissato il punto di partenza del rilievo e seguendo la traccia individuata dall'ingegnere direttore, l'ingegnere a capo della squadra operante deve determinare con opportuni picchetti i punti del terreno sui quali si dovrà successivamente collocare l'istrumento, e le linee o rette fittizie che uniscono i detti punti costituiscono una *poligonale* alla quale poi appoggiare l'intero rilievo.

I punti o vertici delle poligonali sui quali come si disse dovrassi successivamente situare in stazione lo istrumento chiamansi *punti di stazione*, e quelli circostanti al punto di stazione e che determinano il rilievo della zona di terreno considerata, prendono il nome di *punti di rilievo* o *punti di dettaglio*.

Come si disse i *punti di stazione* devono essere individuati sul terreno a mezzo di picchetti saldamente piantati nel terreno stesso, in guisa da non potersi estrarre che con difficoltà, ed al caso ritrovarsi facilmente, non solo pel periodo di tempo neces-

sario per ultimare il rilievo, ma anche per tutto quello che occorrerà per i lavori di tavolo. Per ciò si usa di riferire i detti *picchetti di base* ad alberi, case, ponti, in generale ad oggetti fissi, redigendo a matita e correntemente un piccolo schizzo che verrà registrato in apposito libretto che s' intitola appunto *Registro dei riferimenti dei picchetti di base.*

I punti di stazione devono essere scelti in guisa che due consecutivi siano visibili l'uno dall'altro, e la posizione deve essere pure tale che da ciascuno di essi si possa dominare la maggior possibile estensione di terreno circostante al medesimo.

La *distanza fra i picchetti di base,* ossia fra due punti successivi di stazione, dipenderà dalla potenza del cannocchiale di cui dispone l'istrumento. Consigliamo però, qualunque sia l'istrumento tacheometrico che si adopera, di contenere tale distanza al disotto di 200 metri, sia perchè le letture alla stadia si fanno con maggior precisione, sia perchè minore la probabilità di dover leggere col cannocchiale molto inclinato, sia perchè il risparmio di tempo che si crede di fare tenendo i punti di stazione molto lontani, è in generale più apparente che reale e per altre e molte ragioni che la pratica insegna e che per brevità ommettiamo.

I singoli picchetti di base vengono numerati, scrivendo il numero che lo distingue su due faccie opposte della testa del picchetto che si lascia sporgente dal terreno. Nell'*enumerazione dei punti* di stazione si usa d'ordinario la serie continua dei numeri dispari arabi 1, 3, 5, 7,..... pel motivo di cui appresso diremo. Taluni si servono invece delle lettere maiuscole dell'alfabeto latino.

Fra due punti di stazione consecutivi e prossimamente ad uguale distanza dai medesimi (distanza che si misura semplicemente a passi) si deve sempre individuare un altro punto mercè un picchetto, e che prende il nome di *punto intermedio,* questi punti speciali, la di cui utilità si farà palese in seguito, specialmente nei rilievi a scopo altimetrico, vengono invece numerati colle cifre arabe pari 2, 4, 6, 8,..... E se i punti di stazione sono stati contradistinti colle lettere maiuscole *A, B, C*..... quelli *intermedi* lo saranno mercè le corrispondenti minuscole *a, b, c*.....

Seguendo quest'ultimo sistema, cioè facendo uso di lettere alfabetiche, occorrerà dare alle medesime degli indici numerici posti in calce quando il numero delle stazioni supera quello delle lettere.

Quando poi il rilevamento si riferisce ad una plaga di terreno molto esteso, ed in prossimità della medesima vi si trovasse

qualche punto trigonometro, è superfluo il dire che sui medesimi possibilmente si dovrà fare stazione, onde collegare il rilievo colla triangolazione topografica o geodetica a cui i punti trigonometrici si riferiscono, e nel modo che in seguito esporremo.

Dei punti di rilievo o di dettaglio non si conserva sul terreno traccia alcuna. Questi vengono numerati sugli schizzi di campagna e sulle tabelle o registri con numeri arabici progressivi rinnovando l'enumerazione per ogni stazione.

262. *Metodi di rilievo.* Riconosciuto il terreno, piantati i picchetti, si situa l'istrumento tacheometrico sul primo punto colle norme insegnate, verificando se trovasi in perfetta rettifica, indi si procede al rilievo della zona di terreno circostante al punto di stazione.

I metodi da eseguirsi sono principalmente due, distinti col nome di *radiometrico* (o per irradiamento) e di *radiotomico* (o per intersezione). V'ha ancora un terzo procedimento detto *conoidico*, ma non sapendo che abbia questo sin' ora avuto una pratica applicazione faremo parola dei due primi soltanto.

263. *Procedimento radiometrico.* Per rilevare il terreno circostante al punto di stazione, con questo metodo, corrispondente a quello detto *irradiamento* nell'antica topografica, dopo avere orientato l'istrumento e fissato il cerchio azimutale, si rende libera l'alidada e servendosi del movimento particolare di questa e di quello proprio del cannocchiale si collimerà ai diversi punti del terreno di cui necessita individuare la posizione e sui quali si sarà mandato successivamente la stadia, determinando per ognuno di essi i tre numeri generatori $0, \psi$ ed r.

È questo il metodo che si usa costantemente, e che perciò può dirsi il *procedimento normale* della nuova Topografia, non servendosi dell'altro se non in taluni casi speciali.

264. *Procedimento radiotomico*, che col suo nome antico dicesi anche *metodo d'intersezione*. Si usa specialmente per determinare la posizione di taluni punti di rilievo inaccessibili o sui quali non si ritiene conveniente mandare la stadia; le operazioni con tale procedimento si rendono quindi oltremodo spedite. Consiste semplicemente nel collimare da due stazioni successive, coll'istrumento sempre orientato, ad uno stesso punto di dettaglio ben noto, determinando pel medesimo le sole anomalie angolari θ e ψ.

È questo il metodo che si applica per i punti *direttori*, di cui appresso diremo e per i punti trigonometrici di cui si è già fatto parola.

Essendo nota la distanza fra le due stazioni contigue, dalle quali si è collimato successivamente al punto considerato, non che gli angoli azimutali per ciascuna collimazione al medesimo, esso risulta vertice di un triangolo di cui è noto un lato e di due angoli adiacenti e quindi determinato planimetricamente di posizione. E lo sarà poi anche nel senso altimetrico giacchè calcolata la sua distanza da uno dei punti di stazione, la differenza di livello fra il punto osservato e quello di stazione riferita al piano di paragone od orizzonte apparente passante per l'asse di rotazione del cannocchiale, non è che il cateto di un triangolo rettangolo di cui si conoscono gli elementi per completamente risolverlo cioè: l'altro cateto che è la distanza calcolata e l'angolo adiacente che è complemento dell'anomalia ψ letta in quella stazione.

265. *Rilievo dei minuti particolari.* Uno dei porta-stadia deve sempre andare munito di un paio di canne metriche o triplometri molto leggieri per il rilevamento di taluni minuti particolari, come sarebbero la larghezza di una strada, di un fosso, la sezione di un canale, i lati di un fabbricato, particolarità di cui non si prende colla stadia se non un punto o due a seconda dei casi per fissarne con precisione la posizione nel rilievo, ma il completarli di forma o dimensioni non sarebbe conveniente col servirsi esclusivamente della stadia stessa; così, determinato per irradiamento o per intersezione gli spigoli di un fabbricato, le dimensioni e particolarità della pianta del medesimo si possono ed è più conveniente rilevare col mezzo delle canne, il che non genera in generale perdita di tempo essendo operazione che l'ingegnere che dirige i porta-stadia esegue con uno di questi, mentre l'altro porta-stadia continuerà ne' suoi incumbenti onde tenere occupato l'ingegnere addetto al goniometro.

266. *Eidotipo.* Mentre uno degli ingegneri addetti alla squadra o l'aiutante attende all'installazione dell'istrumento sul punto di stazione, l'altro ingegnere deve percorrere e prendere cognizione della zona di terreno da doversi rilevare da quella stazione, e redigere a matita uno schizzo od abbozzo della zona di terreno anzidetto, abbozzo al quale il Porro diede il nome di *eidotipo*. È questa una delle operazioni importanti della nuova topografia, e dipende appunto da un eidotipo ben fatto, e giudiziosamente redatto il procedere in campagna colla maggior speditezza e di potere al tavolo costruire pure colla massima facilità il piano grafico relativo. Non occorre registrare nulla di superfluo come

pure nulla trascurare che sia essenzialmente necessario. Con un po' di pratica e di attitudine si riesce in breve ad eseguire questi abbozzi con estrema facilità e nitidezza non solo, ma a compierli nel tempo stesso che l'operatore addetto all'istrumento impiega all'installamento dell'istrumento ed a battere i punti di stazione.

Daremo le norme principali da seguirsi nella redazione di un eidotipo prendendo in esame quelli rappresesentati dalle fig. 119 e 120, che non sono che la riproduzione fedele di quelli effettivamente redatti in campagna.

Sull'eidotipo (fig. 119) conviene innanzi tutto individuare con segno speciale il punto di stazione (129) indi i due punti intermedi, quello indietro (128) e quello avanti (130) su ognuno dei quali si sarà fatto collocare una palina onde vederli meglio e potere stabilire sullo schizzo la posizione rispettiva relativamente al punto di stazione. Fatto ciò, si percorre il terreno onde farsi un concetto delle diverse particolarità del medesimo, ponendo prima a posto le linee principali, come strade, carreggiate, ecc., avendo cura di disporle nello schizzo prossimamente come lo sono nel terreno, segnando in seguito tutti gli altri dettagli.

Si riproduranno poi ingranditi taluni particolari, come luci di ponti, sezioni di strade, di scoli, ecc., e si segneranno le misure prese colle canne come il tutto chiaramente e dettagliatamente vedesi esposto nello eidotipo in esame.

Per il rilievo delle case vedesi seguito il sistema più sopra indicato, cioè si sono *battuti* taluni punti agli estremi di una retta in linea colla fronte dei fabbricati e poi le dimensioni delle medesime, non che le altre misure per disporre sul piano grafico le dette case nella stessa guisa in cui si trovano sul terreno, son state prese colle canne o colla fettuccia metrica (fig. 120).

Quando poi taluni fabbricati sono in tutto od in parte coperti da piante, in guisa che non si possono direttamente rilevare alla stadia, con punti di dettaglio opportunamente scelti sul terreno si potranno egualmente rilevare colla massima precisione e speditezza. Negli schizzi che qui riproduciamo (fig. 121-122-123-124 e 125) si vede il processo che dovrebbesi seguire nei singoli casi quando un fabbricato che si ritiene utile ed opportuno rilevare trovasi in tutto od in parte occultato dagli alberi, od altri ostacoli.

Sull'abbozzo vanno pure trascritti i nomi dei proprietari, la denominazione delle strade, dei corsi d'acqua, non che la diversa qualità delle culture, la natura del suolo: se sabbioso, argilloso,

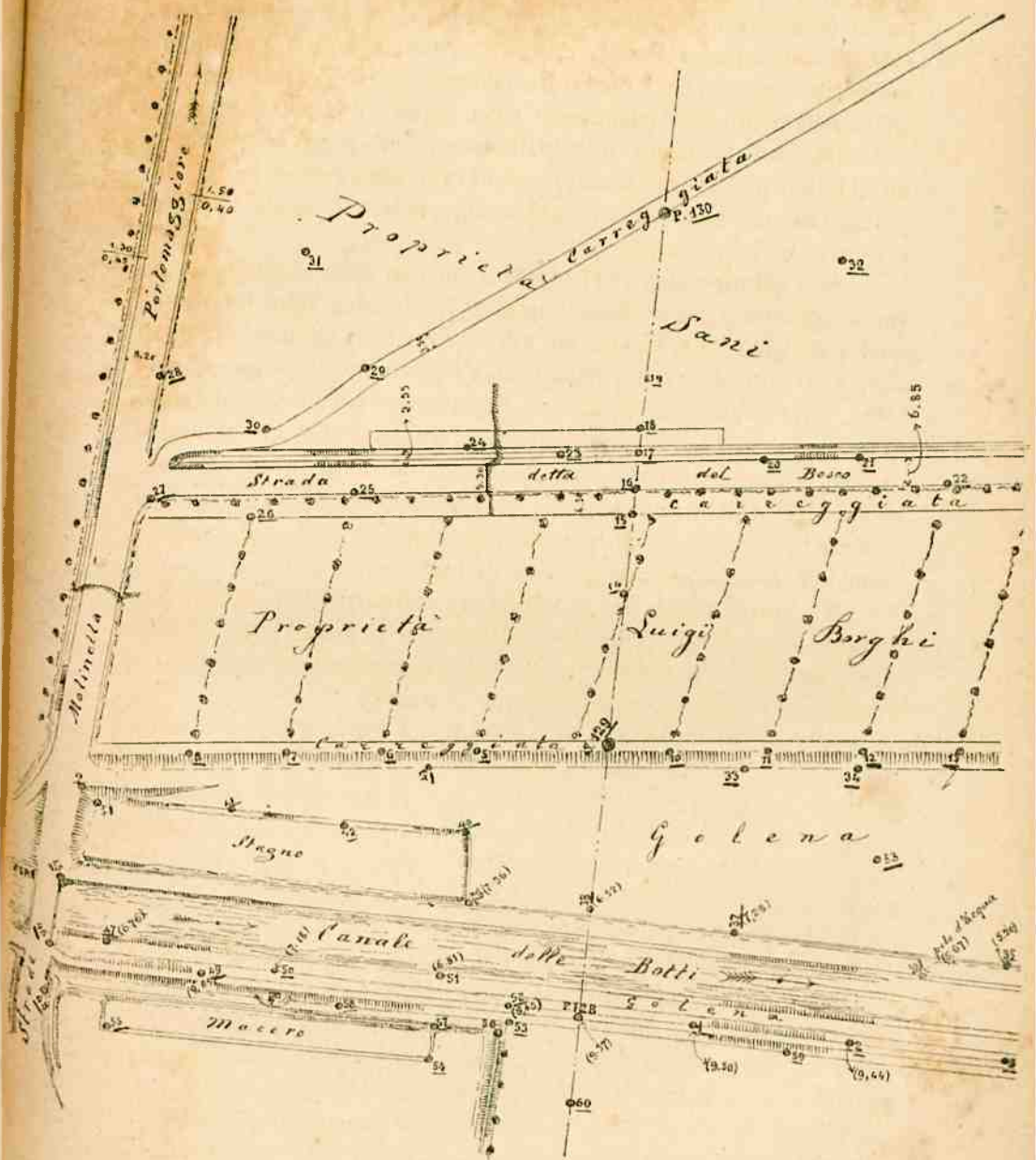


Fig. 119.

asciutto od acquitrinoso, e tutte quelle altre indicazioni che si riterranno di qualche importanza a seconda dello scopo a cui deve principalmente servire il rilievo.

Ultimato nelle linee generali e per i particolari più importanti l'eidotipo, vi si inseriscono i numeri in tutti quei punti che

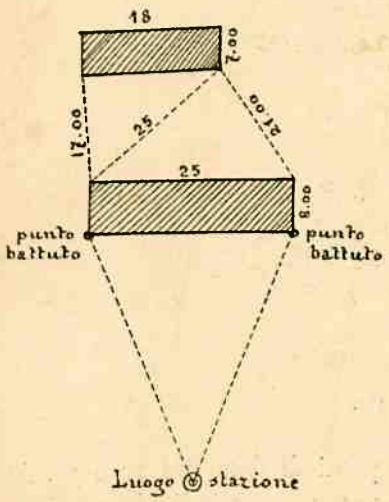


Fig. 121.

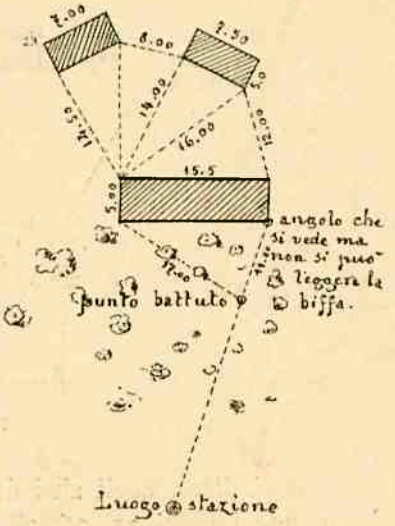


Fig. 122.

si riterrà necessario di rilevare. E nello scegliere i punti e nella numerazione dei medesimi si richiede molta pratica e perspicacia.

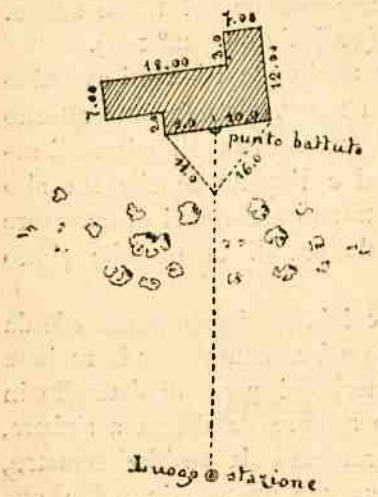


Fig. 123.

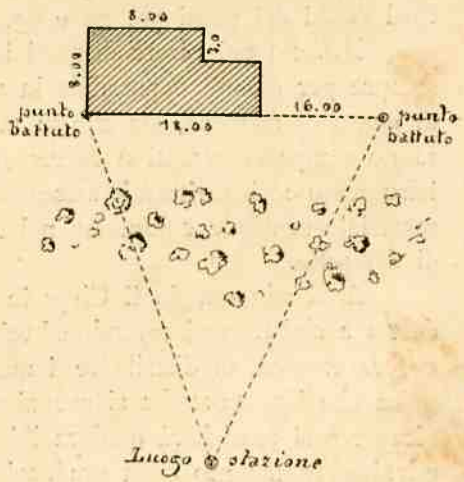


Fig. 124.

Per esempio ponendo mente ai n.° 15 e 17, i medesimi non solo individuano due punti di due strade, ma si trovano nella stessa

linea corrispondente alle fronti dei prossimi fabbricati alla quale appoggiare il rilievo dei medesimi.

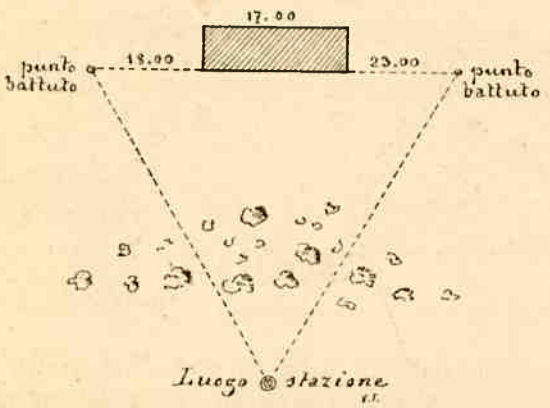


Fig. 125.

Così dicasi degli altri due punti di dettaglio 14 e 57. Analogamente i punti 31, 26, 28 e 132, mentre individuano rispettivamente un punto del ciglio dell'argine destro del Reno, un punto del ciglio della golena, un punto dell'alveo ed il ciglio dell'argine sinistro del fiume, si trovano poi su di una stessa linea retta sulla quale eseguire il dettaglio di una sezione del fiume stesso. Così dicasi dei punti 36, 29 e 63, (vedi eidotipo n.° 120).

Devono poi essere disposti in modo che i biffanti avanzino sempre per quanto è possibile in un senso, girando tutto attorno al punto di stazione, giacchè in tal guisa gli angoli azimutali saranno sempre crescenti o decrescenti e l'operatore che sta allo istrumento ed il scritturale stesso potranno accorgersi di un errore materiale sensibile commesso nella lettura di un qualche punto di dettaglio.

Anzi adoperando il Cleps in cui la graduazione procede da destra a sinistra sarà comodo ed utile nel contempo per la ragione or ora esposta, di distribuire i numeri dei punti di dettaglio in guisa che i porta-stadia si avanzino sempre da destra a sinistra, viceversa si praticherà qualora l'istrumento sia un Tacheometro, od altro istrumento colla graduazione che proceda in senso opposto.

Ogni eidotipo va numerato ed è pure necessario notarvi la data.

Il modulo di cui a pag. 361 e seguenti, può servire per qualunque istrumento tacheometrico del tipo studiato.

In generale può servire un qualunque registro in cui vi siano tracciate delle finche: nella prima delle quali notare la numerazione dei punti di stazione e di dettaglio e le notazioni relative, nella seconda le letture ai circoli azimutale e verticale, in una terza quelle fatte alla stadia, e nell'ultima tutte quelle maggiori note ed osservazioni che si crederanno del caso.

Nelle *tabelle eidipsometrice* che seguono si sono appunto registrati tutti gli elementi relativi tanto alla *stazione* 65^a sul picchetto *129* (ed alla quale si riferisce l'*eidotipo* della fig. 119 più sopra considerato) quanto alla successiva 66^a sul picchetto *132* ed a cui si riferisce l'altro eidotipo rappresentato nella fig. 120.

Al Canale della Bo te li 31 gennaio 1884. $\varphi = 399{,}940$ Foglio N. 1.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Stadia letture	Stadia differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
65ª	129	—	— —	— —	— —	— —	K — —	Altezza piattaf.ª 1,052	s **12** **67**
			— —	— —	— —	— —		Costante istrum. 0,296	p — 1 35
			— —	— —	h = —	D — —	H — —	Altezza istrum.° I = 1,348	a 11 32
	127	Luogo stazione 64	138 680	101 260	76 83 19,70	57 13	K 228 54	—	s — —
			338 675	399 940	65,41 8,27	57 14			p — 6 —
		(media)	138 677	101 200	h = 1,7021	D 228 54	H — 4 30		a — —
	128	Intermedio fra 65 e 64	138 719	— —	96,39 73,14	23 25	K 93 10	Vedi eidotipo (fig. 119)	s — —
			338 700	— —	91,76 68,46	23 30			p — 3 30
			138 705	100 —	h = 3,2975	D 93 10	H — —		a 9 37
	130	Intermedio fra 65 e 66	338 600	99 750	97,77 45,98	51 79	K 207 10	—	s — —
			138 600	399 940	87,44 35,68	51 76			p — 1 66
			338 600	99 690	h = 2,6687	D 207 10	H + 1 01		a 11 01
	131	Luogo stazione 66	338 575	98 945	114 94 22,65	92 29	K 369 14	—	s — —
			138 575	399 940	96,60 4,32	92 28			p + 4 07
			338 575	98 885	h = 2,3901	D 369 14	H + 6 46		a — —
	—	Capo-saldo R	65 040	— —	121,73 53,35	68 38	K 273 36	—	s — —
			265 040	— —	108,10 39,80	68 30			p — 3 23
			65 040	— —	h = 3,2298	D 273 36	H — —		a 9 44

1 2 3 4 5 6 7 8

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. $\varphi = 399{,}940$. Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. ϑ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	1	Ciglio argine Canale botte	185 040 385 030	— — — —	95,07 68,83 89,86 63 65	25 24 26 21	K 104 90	—	s **12** **67** p — 3 17
			185 035	100 —	$h = 3{,}174$	104 90	H — —		a 9 50
	2	Idem	212 650 12 650	— — — —	105,08 64,49 96,93 50,40	40 59 40 53	K 162 24	—	s — — p — 3 23
			212 650	100 —	$h = 3{,}229$	162 24	H — —		a 9 44
	3	Ciglio argine	225 850 25 850	— — — —	116,48 55,75 104,32 43,60	60 73 60 72	K 242 90	—	s — — p — 3 20
			225 850	100 —	$h = 3{,}202$	242 90	H — —		a 9 47
	4	—	82 100 282 090	— — — —	109,50 60,95 99,88 51,25	48 55 48 63	K 194 36	—	s — — p — 3 22
			82 095	100 —	$h = 3{,}216$	194 36	H — —		a 9 45
	5	Ciglio argine	58 750 258 740	— — — —	43,42 29,06 40,55 26,18	14 36 14 37	K 57 46	—	s — — p — 1 39
			58 745	100 —	$h = 1{,}392$	57 46	H — —		a 21 28
	6	Idem	57 375 257 370	— — — —	52,05 26,39 46,90 21,23	25 66 25 67	K 102 66	—	s — — p — 1 47
			57 373	100 —	$h = 1{,}466$	102 66	H — —		a 11 20

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. $\varphi = 399{,}940$. Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	7	Ciglio argine	56 850	— —	56,94 19,91	37 —	K 148 —	—	s **12 67**
			256 850	— —	43,56 12,56	37 —			p 1 39
			56 850	100 —	$h = 1{,}390$	148 —	H — —		a 11 28
	8	Idem	56 570	— —	68,34 2 ,03	48 35	K 193 34	—	s — —
			256 570	— —	58,76 10,44	48 32			p 1 58
			56 570	100 —	$h = 1{,}576$	193 34	H — —		a 11 09
	9	Ciglio strada	58 420	— —	94,65 33,15	61 50	K 246 04	—	s — —
			258 410	— —	82,38 20,86	61 52			p 2 31
			58 415	100 —	$h = 2{,}310$	246 04	H — —		a 10 36
	10	Ciglio argine			A				s — —
			249 250	— —	47,44 31,04	16 40	K 32 84	Oculare A	p 1 54
			49 250	— —	45,83 29,39	16 44			a 11 13
			249 250	100	$h = 1{,}537$	32 84	H — —		
	11	Idem			A				s — —
			252 600	— —	61,75 22,80	38 95	K 77 89	Oculare A	p 1 61
			52 600	— —	57,88 18,94	38 94			a 11 06
			252 600	1 0 —	$h = 1{,}6137$	77 89	H — —		
	12	—			A				s — —
			253 610	— —	73,85 12,26	61 59	K 123 16	Oculare A	p 1 60
			53 610	— —	67,79 6,22	61 37			a 11 07
			253 610	100 —	$h = 1{,}601$	123 16	H — —		

Al Canale della Bolle li 31 gennaio 1884. — — — $\varphi =$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. ϑ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	13	Ciglio argine	254 000 53 990 253 995	— — — 100 000	66,78 24,80 58,42 16,42 $h = 1,664$	41 98 42 — 167 96	K 167 96 H — —	—	s 12 67 p — 1 66 a 11 01
	14	—	338 610 138 600 338 605	— — — — 100 000	36,88 24,63 34,44 22,17 $h = 1,181$	12 25 12 27 49 04	K 49 04 H — —	—	s — p — 1 18 a 11 49
	15	—	338 530 138 530 338 530	— — — — 100 000	46,26 25,26 42,12 21,12 $h = 1,348$	21 — 21 — 84 —	K 84 — H — —	—	s — p — 1 35 a 11 32
	16	Ciglio strada	338 575 138 575 338 575	99 640 399 940 99 580	53,50 30,56 48,90 26,00 $h = 1,59$	22 94 22 90 91 68	K 91 68 H + 0 60	—	s — p — 0 99 a 11 68
	17	—	338 580 138 580 338 580	99 640 399 940 99 580	92,53 67,86 87,61 62,95 $h = 3,109$	24 67 24 66 98 66	K 98 66 H + 0 65	—	s — p — 2 46 a 10 21
	18	Fondo fossetto	338 620 138 620 338 620	99 640 399 940 99 580	79,95 54,18 74,80 49,04 $h = 2,579$	25 77 25 76 103 06	K 103 06 H + 0 68	—	s — p — 1 90 a 10 77

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. — φ = — Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	19	—	338 595	99 640	81,10 44,08	37 02	K 148 04	—	s **12** **67**
			138 595	399 940	73,74 36,74	37 00			p — 1 38
			338 595	99 580	$h = 2{,}357$	148 04	H + 0 98		a 11 29
	20	—	310 120	— —	47,44 16,45	30 99	K 123 88	—	s — —
			110 110	— —	41,23 10,28	30 95			p — 1 15
			310 115	100 000	$h = 1{,}154$	123 88	H — —		a 11 52
	21	—	296 030	99 785	70,82 31,50	39 32	K 157 40	—	s — —
			96 030	399 940	63,00 23,62	39 38			p — 1 21
			296 030	99 725	$h = 1{,}889$	157 40	H + 0 68		a 11 46
	22	—	286 170	99 435	102,55 54,76	47 79	K 191 02	—	s — —
			86 170	399 940	93,06 45,34	47 72			p — 1 08
			286 170	99 375	$h = 2{,}957$	191 02	H + 1 88		a 11 59
	23	Fondo fosso	361 100	— —	74,16 50,22	23 94	K 95 72	—	s — —
			361 090	— —	69,36 45,44	23 92			p — 2 39
			361 095	100 000	$h = 2{,}392$	95 72	H — —		a 10 28
	24	Ciglio fosso	387 730	99 590	79,88 52,44	27 44	K 109 76	—	s — —
			187 720	399 940	74,42 46,98	27 44			p — 1 73
			387 725	99 530	$h = 2{,}537$	109 76	H + 0 81		a 10 94

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. — $\varphi =$ — Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. ϑ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	25	—	10 160	— —	42,97 9,25	33 72	K 134 88	—	s **12 67**
			210 150	— —	36,24 2,52	33 72			p — 0 91
			10 155	100 000	$h = 0{,}909$	134 88	H — —		a 11 76
	26	—	24 040	99 900	64,90 22,00	42 90	K 171 44	—	s — —
			224 030	399 940	56,26 13,44	42 82			p — 1 14
			24 035	99 840	$h = 1{,}566$	171 44	H + 0 43		a 11 53
	27	—	28 470	99 640	89,27 35,88	53 39	K 213 70	—	s — —
			228 460	399 940	78,62 25,16	53 46			p — 0 88
			28 465	99 580	$h = 2{,}289$	213 70	H + 1 41		a 11 79
	28	—	21 030	99 735	79,38 25,10	54 28	K 216 94	—	s — —
			221 020	399 940	68,57 14,38	54 19			p — 0 76
			21 025	99 675	$h = 1{,}874$	216 94	H + 1 11		a 11 91
	29	—	5 610	99 805	64,60 22,93	41 67	K 166 70	—	s — —
			205 600	399 940	56,30 14,62	41 68			p — 0 92
			5 605	99 745	$h = 1{,}385$	166 70	H + 0 67		a 11 75
	30	—	15 430	99 640	81,80 37,26	44 54	K 178 —	—	s — —
			215 430	399 99	72,90 28,44	44 46			p — 1 03
			15 430	99 580	$h = 2{,}204$	178 —	H + 1 17		a 11 64

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. — $\varphi =$ — Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. ϑ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote ζ
	31	—	390 690 190 685 390 688	99 640 399 940 99 580	80,74 | 27,40 70,10 | 16,76 $h = 1{,}950$	53 34 53 34 213 36	K 213 36 H + 1 41	—	s **12 67** p — 0 54 a 12 13
	32	—	311 340 111 350 311 345	99 840 399 940 99 780	88,62 | 34,10 77,75 | 23,25 $h = 2{,}237$	54 52 54 50 218 04	K 218 04 H + 0 75	—	s — — p — 1 48 a 11 19
	33	Piede argine	244 685 44 680 244 683	103 190 399 940 103 130	79,50 | 62,96 76,21 | 59,66 $h = 2{,}783$	16 54 16 55 66 18	K 66 03 H — 3 24	—	s — — p — 6 02 a 6 65
	34	Idem	249 710 49 710 249 710	101 815 399 940 101 755	79,72 | 49,00 73,56 | 42,88 $h = 2{,}452$	30 72 30 68 122 80	K 122 80 H — 3 39	—	s — — p — 5 84 a 6 83
	35	Sommità arginello	231 060 31 060 231 060	100 845 399 940 100 785	104,58 | 53,90 94,49 | 43,78 $h = 2{,}968$	50 68 50 71 202 78	K 202 78 H — 2 51	—	s — — p — 5 47 a 7 20
	36	Pelo d'acqua	222 210 22 20 222 205	101 315 399 940 101 255	121,78 | 83,68 114,06 | 75,38 $h = 3{,}943$	38 70 38 68 154 76	K 154 68 H — 3 06	—	s — — p — 7 — a 5 67

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. — $\varphi =$ — Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	37	—	206 360	101 315	103,22 80,23	22 99	K 91 91	—	s **12 67**
			6 350	399 940	98,62 75,63	99 99			p — 5 39
			206 355	101 255	$h = 3{,}577$	91 96	H — 1 81		a 7 28
	38	Picchetto per sezione piede arginello	138 710	104 035	76,06 61,90	14 16	K 56 36	—	s — —
			338 700	399 940	73,23 59,10	14 13			p — 6 15
			138 705	103 975	$h = 2{,}703$	56 58	H — 3 45		a 6 52
	39	Sommità arginello	96 530	103 250	38,90 17,58	21 32	K 85 —	—	s — —
			296 520	399 940	34,64 13,36	21 28			p — 5 31
			96 525	103 190	$h = 1{,}045$	85 20	H — 4 26		a 7 30
	40	—	81 910	103 250	51,06 32,90	18 16	K 72 47	—	s — —
			281 900	399 940	47,40 29,24	18 16			p — 5 24
			81 905	103 190	$h = 1{,}606$	72 64	H — 3 63		a 7 43
	41	—	62 690	101 380	80,85 36,12	44 73	K 178 76	—	s — —
			262 680	399 940	71,94 27,26	44 68			p — 5 87
			62 685	101 320	$h = 2{,}162$	178 82	H — 3 71		a 6 80
	42	—	70 475	101 825	108,56 77,87	30 69	K 122 95	—	s — —
			270 470	399 940	102,42 71,77	30 65			p 7 —
			70 473	101 765	$h = 3{,}606$	122 68	H — 3 40		a 5 67

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. $\varphi^0 = 399{,}840$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazion	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	43	—	62 390	101 825	72,59 | 50,68	21 88	K 87 53	—	s **12** **67**
			262 380	399 940	68,18 | 46,26	21 92			p — 4 81
			62 385	101 765	$h = 2{,}377$	87 60	H — 2 43		a 7 86
	44		60 210	100 595	86,92 | 26,06	60 86	K 243 40	—	s — —
			260 200	399 940	74,74 | 13,90	60 84			p — 5 60
			60 205	100 935	$h = 2{,}016$	243 40	H — 3 58		a 7 **07**
	45	Estremità ponte	65 360	— —	113,70 | 47,36	66 34	K 265 28	—	s — —
			265 360	— —	100,50 | 34,20	66 30			p — 2 96
			65 360	100 000	$h = 2{,}958$	265 28	H — —		a 9 71
	46	—	68 350	— —	123,18 | 54,45	68 73	K 274 92	—	s — —
			268 350	— —	109,48 | 40,75	68 73			p — 3 28
			68 350	100 —	$h = 3{,}279$	274 92	H — —		a 9 39
	47	Ciglio golena	69 620	100 890	101,45 | 35,58	65 87	K 263 40	—	s — —
			269 610	399 940	88,38 | 22,55	65 83			p — 5 91
			69 615	100 830	$h = 2{,}479$	263 40	H — 3 43		a 6 76
	48	Ciglio strada	73 430	100 46	123,90 | 51,02	72 88	K 291 52	—	s — —
			273 430	399 94	109,38 | 36,50	72 88			p 5 04
			73 430	100 400	$h = 3{,}208$	291 52	H — 1 83		a 7 63

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. $\varphi = 399{,}940$. Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	48	bis	— —	100 460	C 95,05 80,55	—	K — —	Ripetesi per controllo	p **12 67**
				399 94	66,05	29 —		— —	p 5 04
			73 430	100 400	$h = 3{,}22$	290 —	H — 1 82	Oculare C	a 7 63
	49	—	75 330	100 460	74,10 17,02	57 08	K 228 24	—	s — —
			275 315	399 940	62,66 5,62	57 04			p 3 02
			75 328	100 400	$h = 1{,}594$	228 24	H — 1 43		a 9 65
	50	—	79 240	101 195	81,42 34,06	47 36	K 189 29	—	s — —
			279 230	399 940	71,92 24,62	47 30			p 5 49
			79 235	101 135	$h = 2{,}120$	189 32	H — 3 37		a 7 18
	51	—	101 200	101 200	113,43 85,74	27 69	K 110 82	—	s — —
			301 190	399 940	107,90 80,17	27 73			p 5 86
			101 195	101 140	$h = 3{,}872$	110 84	H — 1 99		a 6 81
	52	—	22 745	100 290	86,36 61,80	24 56	K 98 20	—	s — —
			322 740	399 940	81,44 56,90	24 54			p 3 22
			22 743	100 230	$h = 2{,}865$	98 20	H — 0 35		a 9 45
	53	—	239 060	102 200	51,44 15,05	36 38	K 145 33	—	s — —
			39 060	349 940	44,17 7,80	36 37			p 6 08
			239 060	102 140	$h = 1{,}185$	145 50	H — 4 89		a 6 59

Al Reno (Traghetto) li 29 gennaio 1884. $\varphi = 399{,}94$. Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Stadia letture	Stadia differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
66	131	—	— —	— —	— —	— —	K — —	Altezza piattaf.ª 1,105	s 18 15
			— —	— —	— —	— —		Costante 0,296	p — 1 40
			— —	— —	$h =$ —	— —	H — —	Altezza $I = 1{,}401$	a 16 75
	119	Orientamento indietro	138 810	— —	— —	— —	K — —	Vedi eidotipo (fig. 120)	s — —
			338 820	— —	— —	— —			p — —
			138 815	— —	$h =$ —	— —	H — —		a — —
	M	Orientamento avanti	335 305	— —	— —	— —	K — —	—	s — —
			135 300	— —	— —	— —			p — —
			335 303	— —	$h =$ —	— —	H — —		a — —
	129	Luogo stazione 65	138 560	100 820	115,85 23,60	92 25	K 369 —	—	s — —
			338 560	399 940	97,55 5,30	92 25			p — 6 82
			138 560	100 760	$h = 2{,}423$	369 —	H — 4 40		a — —
	130	Int. fra 65-66	138 570	102 190	67,36 26,84	40 32	K 161 98	—	s — —
			338 570	399 940	59,31 18,75	40 56			p — 7 14
			138 570	102 130	$h = 1{,}723$	162 16	H — 5 42		a 11 01
	132	Int. fra 66-67 e fra 66ª-67ª	338 730	100 180	53,06 10,84	42 22	K 168 96	—	s — —
			138 735	399 940	44,66 2,40	42 26			p — 1 43
			338 735	100 120	$h = 1{,}110$	168 96	H — 0 32		a 16 72

Al Reno (Traghetto) li 29 gennaio 1884. $\varphi = 399{,}94$. Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	—		— — / — — / — —	— — / — — / — —	— — / — — / $h = —$	— — / — — / — —	K — — / H — —	—	s 18 15 / p — — / a — —
	133	Luogo staz. 68ª	338 720 / 138 720 / 338 720	100 150 / 339 940 / 100 090	C 87,98 51,48 69,68 / $h = 2{,}787$	36 50 / 365 —	K 365 — / H — 0 51	Oculare C	s — — / p — 3 30 / a — —
	133	idem	— — / — — / 338 720	100 145 / 399 940 / 100 085	124,90 33,64 / 116,70 25,44 / $h = 3{,}008$	91 26 / 91 26 / 365 04	K 365 04 / H — 0 49	ripetesi per verifica	s — — / p 3 50 / a — —
	1	Ciglio argine destro	294 180 / 94 185 / 294 183	100 020 / 399 940 / 99 960	C 80,57 16,00 48,37 / $h = 1{,}955$	64 75 / 647 50	K 647 50 / H + 0 41	Oculare C	s — — / p — 1 55 / a 16 60
	2	Idem	292 880 / 92 880 / 292 880	99 800 / 399 940 / 99 740	C 119,70 66,90 93,10 / $h = 3{,}724$	52 80 / 528 —	K 528 — / H + 2 15	Oculare C	s — — / p — 1 57 / a 16 58
	3	Idem	291 550 / 91 550 / 291 550	99 775 / 399 940 / 99 716	C 110,80 65,90 83,35 / $h = 3{,}532$	44 90 / 449 —	K 449 — / H + 2 01	Oculare C	s — — / p — 1 52 / a 16 63

Al Reno (Traghetto) li 29 gennaio 1884. $\varphi = 394.94$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote ζ
	4	Ciglio argine	290 170	99 770	C 104,05 | 84,05	40 —	K 400 —	Oculare C	s **18** **15**
			90 170	399 940	64,05				p — 1 54
			290 170	99 710	$h = 3,362$	400 —	H + 1 82		a 16 61
	5	Idem	286 430	99 900	112,15 | 29,00	83 15	K 332 54	—	s — —
			86 430	399 940	95,52 | 12,40	83 12		p — 1 66
			286 430	99 840	$h = 2,491$	332 54	H + 0 83		a 16 49
	6	Idem	282 870	99 900	91,13 | 31,13	60 —	K 240 —	—	s — —
			82 871	399 940	79,20 | 19,20	60 —		p — 1 61
			282 870	99 840	$h = 2,207$	240 —	H + 0 60		a 16 54
	7	Idem	281 370	99 900	74,85 | 33,68	41 17	K 164 68	—	s — —
			81 370	399 940	66,61 | 25,44	41 17		p — 1 60
			281 370	99 840	$h = 2,006$	164 68	H + 0 41		a 16 55
	8	Idem	281 600	— —	50,30 | 30,25	20 05	K 80 24	—	s — —
			81 600	— —	46,32 | 26,25	20 07		p — 1 53
			281 600	100 —	$h = 1,531$	80 24	H — —		a 16 62
	9	Idem	283 940	— —	A 50,10 | 50,70	19 40	K 38 80	Oculare A	s — —
			83 950	— —	48,16 | 28,76	19 40		p — 1 58
			283 945	100 —	$h = 1,577$	38 80	H — —		a 16 57

Al Reno (Traghetto) li 30 gennaio 1884. $\varphi =$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
66 bis	131	—	— —	— —	— —	— —	K — —	Altezza piattaf.ª 1,097	s 18 14
			— —	— —	— —	— —		Costante istrum. 0,296	p — 1 39
			— —	— —	— —	— —	H — —	Altezza istrum. 1,393	a 16 75
	129	Luogo staz. 65	138 66	100 82	114,50 22,40	92 10	K 368 80	ripetesi stazione sul picchetto 131.	s — —
			338 65	399 940	96,30 4,00	92 30			p — 6 78
			138 655	100 760	$h = 2,372$	368 80	H — 4 41		a — —
	130	Int. fra 66-65	138 66	102 360	56,80 16,36	40 50	K 161 90	—	s — —
			338 655	399 940	48,65 8,12	40 53			p — 7 15
			138 657	102 300	$h = 1,299$	162 06	H — 5 85		a 10 99
	132	Int. fra 66 68	338 830	100 045	61,90 19,68	42 22	K 169 04	—	s — —
			138 830	399 940	53,50 11,20	42 30			p — 1 42
			338 830	99 985	$h = 1,463$	169 04	H + 0 04		a 16 72
	133	Luogo staz. 68ª	338 825	102 020	142,15 51,00	91 15	K 364 60	—	s — —
			138 820	399 940	124,00 32,85	91 15			p — 3 27
			338 823	99 960	$h = 3,500$	364 60	H + 0 23		a — —
	C.S. 38	—	346 30	100 315	62,62 25,20	37 42	K 149 76	—	s — —
			146 30	399 940	55,18 17,72	37 46			p — 2 21
			346 30	100 255	$h = 1,607$	149 76	H — 0 60		a 15 93

Al Reno (Traghetto) li 30 gennaio 1884. $\varphi =$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	10	Ciglio argine	67 36	100 45	43,56 33,44	10 12	K 40 66	continuasi numerazione punti dettaglio stazione precedente	s **18** **14**
			267 36	399 940	41,55 31,44	10 11			p — 1 55
			67 360	100 085	$h = 14{,}999$	40 46	H — 0 05		a 16 59
	11	Idem	68 360	— —	48,78 29,47	19 31	K 77 20	—	s — —
			268 350	— —	44,92 25,63	19 29			p — 1 49
			68 355	100 —	$h = 1{,}4880$	77 20	H — —		a 16 65
	12	Idem	68 600	— —	64,35 18,75	45 60	K 182 46	—	s — —
			268 600	— —	55,31 9,68	45 63			p — 1 48
			68 600	100 —	$h = 1{,}481$	182 46	H — —		a 16 66
	13	Idem	70 170	— —	66,18 16,45	49 73	K 198 82	—	s — —
			270 160	— —	56,30 6,62	49 68			p — 1 46
			70 165	100 —	$h = 1{,}456$	198 82	H — +		a 16 68
	14	Idem	68 930	99 950	78,41 19,20	59 21	K 236 76	—	s — —
			268 920	399 940	66,60 7,43	59 17			p — 1 31
			68 25	99 890	$h = 1{,}716$	236 76	H + 0 41		a 16 83
	15	Idem	69 890	99 950	80,85 18,73	62 12	K 248 54	—	s — —
			269 870	399 940	68,39 6,24	62 15			p — 1 31
			69 880	99 890	$h = 1.742$	248 54	H + 0 43		a 16 83

Al Reno (Traghetto) li 30 gennaio 1884. $\varphi =$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	16	Ciglio argine	69 100 269 080 69 090	99 880 399 940 99 820	110,70 23,05 93,30 5,62 $h = 2,327$	87 65 87 68 350 66	K 350 66 H +0 99	—	s **18** **14** p −1 34 a 16 80
	17	Ciglio rampa	85 330 285 320 85 325	100 800 399 940 100 740	92,68 30,95 81,77 18,05 $h = 2,254$	63 73 63 72 254 90	K 254 90 H −2 97	—	s — — p −5 22 a 12 92
	18	Ciglio rampa interna	62 920 262 980 62 950	— — — — 100 000	106,64 61,73 97,72 52,77 $h = 3,189$	44 91 44 95 179 72	K 179 72 H — —	—	s — — p −3 19 a 14 95
	19	—	57 690 257 680 57 685	100 235 399 940 100 175	122,36 76,19 113,20 67,00 $h = 3,787$	46 17 46 20 184 74	K 184 74 H −0 51	—	s — — p −4 30 a 13 84
	20	—	56 085 256 080 56 083	100 620 399 940 100 560	118,93 67,85 108,67 57,65 $h = 3,531$	51 08 51 02 204 20	K 204 20 H −1 79	—	s — — p −5 32 a 12 82
	21	Ciglio golena	67 130 267 120 67 125	100 620 399 940 100 560	77,25 32,15 68,27 23,19 $h = 2,009$	45 10 45 08 180 36	K 180 36 H −1 59	—	s — — p −3 60 a 10 54

Al Reno (Traghetto) li 30 gennaio 1884. — $\varphi =$ — Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	22	Ciglio golena	46 430 246 420 46 425	100 725 399 940 100 665	100,75 64,54 93,53 57,29 $h = 3{,}161$	36 21 36 24 144 90	K 144 90 H — 1 51	—	s **18** **14** p — 4 67 a 13 47
	23	Piede argine	64 240 264 230 64 235	— — — — 100 000	114,43 96,69 110,89 93,16 $h = 4{,}152$	17 74 17 73 70 94	K 70 94 H — —	—	s — — p — 4 15 a 13 99
	24	Ciglio golena	26 860 226 85 26 855	100 825 399 940 100 765	120,94 99,37 116,66 95,06 $h = 4{,}320$	21 57 21 60 26 34	K 86 34 H — 1 04	—	s — — p — 5 36 a 12 78
	25	Idem	343 550 143 540 343 545	100 825 399 940 100 765	98,44 81,95 95,18 78,66 $h = 3{,}542$	16 49 16 52 66 02	K 66 02 H — 0 79	—	s — — p — 4 33 a 13 81
	26	Idem	309 600 109 600 309 600	100 825 399 940 100 765	89,63 59,34 83,60 53,28 $h = 2{,}859$	30 29 30 32 121 22	K 121 22 H — 1 46	—	s — — p — 4 32 a 13 82
	27	Idem	302 920 101 915 302 918	100 830 399 940 100 770	80,95 41,25 73,00 33,25 $h = 2{,}285$	39 70 39 75 158 90	K 158 90 H — 1 92	—	s — — p — 4 21 a 13 93

Al Reno (Traghetto) li 30 gennaio 1884. φ = Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	28	Fondo Reno	321 160 121 150 321 155	102 865 399 940 102 805	125,20 118,53, 112,00 $h = 4{,}741$	13 20 132 00	K 131 77 H — 5 81	Oculare C	s **18** **14** p —10 55 a 7 59
	29	Ciglio golena	300 795 100 795 300 795	100 830 399 940 100 770	78,33 33,82 69,49 24,96 $h = 2{,}066$	44 51 44 53 178 08	K 178 08 H — 2 15	—	s — — p — 4 22 a 13 92
	30	Idem	297 900 97 900 297 900	100 830 399 940 100 770	67,33 12,85 56,44 2,00 $h = 1{,}386$	54 48 54 44 217 84	K 217 84 H — 2 64	—	s — — p — 4 03 a 14 11
	31	Ciglio argine	281 375 81 375 281 375	100 285 399 940 100 225	45,46 17,35 39,88 11,75 $h = 1{,}144$	28 11 28 13 112 48	K 112 48 H — 0 39	—	s — — p — 1 53 a 16 61
	32	Ciglio golena	296 070 96 075 296 073	100 285 399 940 100 225	120,50 52,50 107,00 39,00 $h = 3{,}190$	68 00 68 00 272 00	K 272 00 H — 0 97	—	s — — p — 4 16 a 13 98
	33	Idem	294 880 94 880 294 880	100 360 399 940 100 300	114,40 35,55 98,60 19,80 $h = 2{,}684$	78 85 78 80 315 30	K 315 30 H — 1 48	—	s — — p — 4 16 a 13 98

Al Reno (Traghetto) li 31 gennaio 1884. $\varphi^0 = 399{,}94$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	34	—	283 880	100 370	113,84 83,35	30 49	K 122 12	—	s **18** **14**
			83 880	399 940	107,73 77,27	30 57			p — 4 41
			283 880	100 310	$h = 3{,}822$	122 12	H — 0 59		a 13 73
	35	Piede argine interno	283 945	100 370	119,28 63,33	55 95	K 223 98	—	s — —
			83 940	399 940	108,08 52,06	56 02			p — 4 52
			283 943	100 310	$h = 3{,}428$	223 94	H — 1 09		a 13 62
	36	Ciglio argine	281 480	— —	63,35 20,50	42 85	K 171 38	—	s — —
			81 470	— —	54,82 11,98	42 84			p — 1 51
			281 475	100 000	$h = 1{,}507$	171 38	H — —		a 16 63
	37	Piede argine esterno	275 130	101 340	117,15 86,72	30 43	K 121 88	lettura incerta causa vapori	s — —
			75 120	399 940	111,13 80,62	30 51			p — 6 41
			275 125	101 280	$h = 3{,}956$	121 88	H — 2 45		a 11 73
	38	Idem	272 450	101 750	119,25 98,79	20 46	K 81 86	—	s — —
			72 445	399 940	115,17 94,70	20 47			p — 6 46
			272 448	101 690	$h = 4{,}279$	81 86	H — 2 18		a 11 68
	39	Ciglio carreggiata	209 620	101 870	103,68 71,00	32 68	K 130 76	—	s — —
			9 610	399 940	97,20 64,50	32 70			p — 3 73
			209 615	101 810	$h = 3{,}364$	130 76	H — 0 37		a 14 41

Al Reno (Traghetto) li 30 gennaio 1884. $\varphi =$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	40	Colmo campagna	138 | 655 338 | 640	103 | 400 399 | 940	54,56 | 31,20 49,90 | 26,50	23 | 36 23 | 40	K 93 | 27	—	s **18** | **14** p — 6 | 52
			138 | 648	103 | 340	$h = 1,622$	93 | 52	H — 4 | 90		a 11 | 62
	41	Piede argine esterno	79 | 170 279 | 160	103 | 400 399 | 940	76,30 | 59,05 72,84 | 55,66	17 | 25 17 | 18	K 68 | 86	—	s — | — p — 6 | 24
			79 | 165	103 | 340	$h = 2,639$	68 | 86	H — 3 | 60		a 11 | 90
	42	Ciglio golena	317 | 190 117 | 180	100 | 700 399 | 940	117,66 | 61,01 106,35 | 49,68	56 | 65 56 | 67	K 226 | 64	—	s — | — p — 5 | 62
			317 | 185	100 | 640	$h = 3,347$	226 | 64	H — 2 | 27		a 12 | 52
	43	Idem	312 | 100 112 | 100	101 | 660 399 | 94	120,60 | 56,94 107,86 | 44,20	63 | 66 63 | 66	K 254 | 64	—	s — | — p — 9 | 70
			312 | 100	101 | 600	$h = 3,296$	254 | 64	H — 6 | 40		a — 8 | 44
	44	—	310 | 980 110 | 980	100 | 540 399 | 940	117,20 | 43,52 102,48 | 28,85	73 | 68 73 | 63	K 294 | 62	—	s — | — p — 5 | 14
			310 | 980	100 | 480	$h = 2,921$	294 | 62	H — 2 | 22		a 13 | 00
	45	—	307 | 540 107 | 550	101 | 185 399 | 940	118,65 | 30,80 101,03 | 13,15	87 | 85 87 | 88	K 351 | 46	—	s — | — p — 8 | 81
			307 | 545	101 | 125	$h = 2,636$	351 | 46	H — 6 | 17		a — 9 | 33

Al Reno (Traghetto) li 30 gennaio 1884. $\varphi = 399\,94$. Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	46	—	306 650 106 640 306 645	101 070 399 940 101 010	121,15 | 23,34 101,70 | 3,80 $h = 2,500$	97 81 97 90 391 42	K 391 42 H — 6 21	—	s **18** **14** p — 8 71 a 9 43
	47	Piede Idrometro	344 860 144 860 344 860	101 93 399 940 101 870	88,19 | 52,44 81,06 | 45,33 $h = 2,670$	35 75 35 73 142 96	K 142 96 H — 4 19	—	s — — p — 6 85 a 11 28
	48	—	386 620 186 610 386 615	103 990 399 940 103 930	91,45 | 62,18 85,66 | 56,34 $h = 2,956$	29 27 29 32 117 18	K 116 78 H - 7 20	—	s — — p 10 16 a 7 98
	49	Piede argine interno ?	383 370 183 300 383 335	100 830 399 940 100 770	86,93 | 53,24 80 22 | 46,19 $h = 2,669$	33 69 33 73 134 84	K 134 84 H — 1 63	—	s — — p — 4 30 a 13 84
	50	—	15 440 215 430 15 435	102 700 399 940 102 640	113,32 | 75,93 105,86 | 68,49 $h = 3,636$	37 39 37 37 149 52	K 149 28 H — 6 19	—	s — — p — 9 83 a 8 31
	51	Ciglio golena	28 500 228 500 28 500	101 475 399 910 101 415	77,85 | 30,99 68,56 | 21,66 $h = 1,991$	46 86 46 90 187 52	K 187 32 H — 4 16	—	s — — p — 6 15 a 11 99

Al Reno (Traghetto) li 30 gennaio 1884. $\varphi =$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	52	Ciglio argine	29 650	— —	69,85 | 15,00	54 | 85	K 219 | 32		s **18** | **14**
			229 650	— —	58,87 | 4,06	54 | 81			p — 1 | 48
			29 650	100 000	$h = 1{,}478$	219 | 32	H — | —		a 16 | 66
	53	—	37 910	100 600	85,25 | 23,49	61 | 76	K 246 | 94	—	s — | —
			237 900	399 940	72,91 | 11,20	61 | 71			p — 4 | 02
			37 905	100 540	$h = 1{,}929$	246 | 94	H — 2 | 09		a 14 | 12
	54	—	44 590	100 850	115,20 | 42,99	72 | 21	K 288 | 82	—	s — | —
			244 590	399 940	100,80 | 28,60	72 | 20			p — 6 | 47
			44 590	100 790	$h = 2{,}876$	288 | 82	H — 3 | 59		a 11 | 67
	55	—	48 450	101 550	124,64 | 49,97	74 | 67	K 298 | 56	—	s — | —
			248 450	399 940	109,73 | 35,12	74 | 61			10 | 18
			48 450	101 490	$h = 3{,}195$	298 | 56	H — 6 | 98		a 7 | 96
	56	—	59 660	100 975	C 118,78 | 104,55	28 | 28	K 282 | 80	Oculare C	s — | —
			259 660	399 940	90,50				p — 8 | 28
			59 660	100 915	$h = 4{,}182$	282 | 80	H — 4 | 10		a 9 | 86
	57	—	60 00	100 800	92,55 | 33,28	59 | 27	K 237 | 24	—	s — | —
			260 00	399 940	80,75 | 21,40	59 | 35			p — 5 | 03
			60 00	100 740	$h = 2{,}280$	237 | 24	H — 2 | 75		a 13 | 11

Al Canale della Botte li 31 gennaio 1884. $\varphi = 399{,}940$ Foglio N.

Stazioni	Punti	Indicazioni	Circoli orizzont. θ	Circoli verticale φ	Mira letture	Mira differenze	Distanze ed altezze	Note, calcoli, schizzi	Quote Z
	58	—	72 640	100 685	124,25 78,15	46 10	K 184 40	Ripetesi per controllo	s **18** **14**
			272 630	399 940	115,05 68,95	46 10		—	p — 5 67
			72 635	100 625	$h = 3{,}864$	184 40	H — 1 81	Oculare C	a 12 47
	59	—	75 770	— —	91,05 39,90	51 15	K 204 74	—	s — —
			275 760	— —	80,90 29,68	51 22			p — 2 42
			75 765	100 000	$h = 2{,}415$	204 74	H — —		a 15 72
	60	Ciglio rampa	75 700	— —	100,40 46,74	53 66	K 214 72	—	s — —
			275 695	— —	89,70 36,60	53 70			p — 2 73
			75 698	100 000	$h = 2{,}728$	214 72	H — —		a 15 41
	61	Ciglio argine	335 880	— —	64,52 15,25	49 27	K 197 14	—	s — —
			135 880	— —	54,70 5,40	49 30			p — 1 40
			335 880	100 000	$h = 1{,}399$	197 14	H — —		a 16 74
	62	Idem	336 100	— —	71,75 16,10	55 65	K 222 70	—	s — —
			136 100	— —	60,60 4,90	55 70			p — 1 53
			336 100	100 000	$h = 1{,}534$	222 70	H — —		a 16 61
	64	—	333 190	100 345	102,90 49,57	53 33	K 213 38	—	s — —
			133 185	399 940	92,28 38,92	53 36			p — 3 80
			— —	100 285	$h = 2{,}837$	213 38	H — 0 96		a 14 34

Come si vede nella colonna 1 di questo speciale registro si indica il numero progressivo delle stazioni, nella colonna 2 il numero del picchetto sul quale si fa stazione, quello della stazione precedente ossia immediatamente abbandonata, il punto intermedio immediato indietro, il punto intermedio immediato avanti non che il punto di stazione successivo al quale poi dopo si dovrà far stazione, indi si registrano successivamente tutti i punti di dettaglio, notando nella colonna n.° 3 tutte le indicazioni che si riferiscono ai punti di rilievo anzidetti.

Nella colonna 4, si scrivono gli angoli azimutali e verticali 0 e φ. Nella 5ª sotto la denominazione di stadia, si registrano nella colonna a sinistra le *letture* fatte alla stadia, in quella a destra le *differenze* che servono di controllo alle letture stesse ed a dedurre le distanze che vengono appunto in campagna stessa calcolate dall' assistente addetto al registro in esame, distanze che trascrive nella stessa colonna di fronte alla lettera *D*.

L' assistente anzidetto calcola pure, durante le operazioni di campagna, la *mediana* (n.° 201) che scrive lateralmente alla lettera *h* che si vede nella finca 5.

Le colonne 6 ed 8 si riferiscono alle operazioni di tavolo. Nella finca 6, *K* indica la distanza ridotta all' orizzonte quando le letture alla stadia sono state eseguite col cannocchiale inclinato all'orizzonte (n.° 195) ed *H* indica come si sa l' altezza verticale del punto di collimazione alla stadia sul piano orizzontale passante per l'asse di rotazione del cannocchiale (n.° 202).

Nella colonna 7 infine si registrano tutte quelle osservazioni che si crederanno del caso relativamente ai punti di dettaglio; si possono scrivere i dati relativi ad una lettura alla stadia ripetuta per controllo, non che notare i valori degli angoli azimutali letti col cannocchiale rispettivamente a destra od a sinistra dell'osservatore ossia coll' operazione di *destro-inverso*, per dedurne poi il valore dell' angolo azimutale corretto dell'errore proveniente dalla eccentricità del cannocchiale, si descriveranno minutamente i punti speciali battuti come capo-saldi ed in complesso tutte quelle altre particolarità che si reputeranno opportune.

Al sommo della tabella si scriverà la data e l' ubicazione della stazione, e di fronte al simbolo φ, l' *errore sistematico* del Cleps che si adopera onde correggere tutti gli angoli zenitali letti con quell'istrumento dell'errore proveniente dalla falsa posizione dello zero del circolo zenitale, giacchè come si sa non è il *Cleps* per questa parte rettificabile.

Di fronte al numero (65) che individua la stazione, nella finca 7 si scrive l'altezza *I* dell'istrumento data come si sa dell'altezza verticale (misurata con un doppio metro) fra il picchetto di stazione e l'asse di rotazione del cannocchiale; tale altezza risulta di due quantità, una pressochè costante per un dato istrumento e che è quella compresa tra la piattaforma del treppiede e l'asse di rotazione anzidetto, l'altra variabile per ciascuna stazione e compresa fra la piattaforma anzidetta e la testa del picchetto di stazione.

Abbiamo già detto che la colonna 8ª si riferisce ad operazioni di tavolo, e precisamente, aggiungeremo ora, alla determinazione delle quote altimetriche.

Prendiamo ad esame le lettere ed i numeri scritti di fronte alla stazione 65ª sul picchetto 129 (tabella n.° 1, pag. 361). La lettera *a* indica la *quota assoluta* della stazione 65ª sul detto picchetto e che è di $11^m,32$; la lettera *p* (che significa *parziale*) non è qui che l'altezza I dell'istrumento che aggiunta alla quota assoluta 11,32 dà la quota $s = 12,67$ del piano di traccia (o *piano di livello*) passante pel centro dell'istrumento ed al quale riferire tutti i punti di dettaglio. Questa quota (12,67) si scrive in rosso al sommo di ogni pagina delle tabelle che si riferiscono alla stazione 65ª non occorrendo ripeterla per ogni punto quantunque vi si sia lasciata la casella relativa.

Per i punti di dettaglio la *parziale p* non è che l'altezza verticale dei medesimi sopra o sotto al *piano di livello* anzidetto e che per ciò andrà aggiunta o sottratta alla quota (12,67) del piano precitato a seconda che risulterà positiva o negativa come si vede nella tabella suddetta, onde aversi le *quote assolute* dei medesimi, e come più innanzi vedremo con un esempio numerico.

269. *Osservatore.* L'ingegnere addetto all'istrumento, mentre l'altro sta redigendo l'*eidotipo*, dovrà fare situare il treppiede sul punto di stazione nei modi indicati, indi collocato l'istrumento sulla piattaforma e reso perfettamente di livello mercè la bolla sferica o quella cilindrica applicata sul cannocchiale, orienterà l'istrumento stesso colle norme date nei precedenti capitoli.

Fermato il cerchio azimutale e resi liberi i movimenti dell'alidada e del cannocchiale, procederà alle osservazioni nei modi e secondo l'ordine che fra breve esporremo.

Per ora dobbiamo avvertire che per quanto si riferisce ai punti di stazione sia a quello indietro che a quello avanti, onde

avere gli angoli azimutali colla massima precisione è mestieri rilevarli facendo collocare una palina verticalmente sui medesimi mercè un filo a piombo e collimare col filo verticale del micrometro all'asse della palina anzidetta. Dopo aver letto gli angoli azimutali, si farà rimuovere la palina ed al suo posto situare la stadia onde rilevare le distanze.

Tale procedimento, che è per così dire di prammatica, si deve seguire soltanto per i punti di stazione. Per quelli di dettaglio si situa direttamente la stadia sui medesimi e questa individua senz'altro il punto. Si deve però curare nell'eseguire le collimazioni alla stadia, di far cadere il filo verticale del micrometro sempre nella stessa posizione per es., lungo l'asse o lungo uno degli spigoli della stadia stessa. Si deve inoltre procedere nelle letture sempre dai fili inferiori ai superiori come altrove abbiamo fatto già rilevare.

L'osservatore deve avere sempre presente di variare il meno possibile l'inclinazione del cannocchiale, cambiando all'occorrenza oculare, se col primo taluni fili rimanessero occultati da qualche ostacolo. Dovrà poi curare per quanto è possibile e con maggiore attenzione di tenere il cannocchiale il più possibilmente orizzontale. Usando di tali avvertenze oltre che le letture riescano più esatte, si otterrà di abbreviare in modo sensibilissimo i lavori di tavolo.

Dovrà sempre usare dell'*oculare normale A*, e quando crederà conveniente cambiarlo per talune speciali osservazioni e circostanze dovrà farlo notare nel registro. Curerà infine di collimare a punti trigonometrici se ve ne sono in vista nella zona di terreno su cui si opera, non che occorrendo scegliere alcuni punti visibili in diverse parti del terreno, come *punti direttori* ai quali collimare dalle diverse stazioni in cui saranno visibili, col procedimento *radiotomico*.

270. Assistente. Situato il treppiede sul punto di stazione, e mentre l'ingegnere procede alla installazione dell'istrumento, l'assistente scrive al sommo della tabella la data e l'ubicazione della stazione, nella colonna 1 il numero della stazione, in quella 2 il numero del picchetto della stazione suddetta e quelli dei picchetti di base che verranno immediatamente osservati cominciando dal picchetto della stazione precedente come si rileva da una semplice ispezione alla tabella eidipsometrica sopracitata. Prende poscia l'altezza dello istrumento, indi si pone a disposizione dell'ingegnere

per registrare colla massima precisione i numeri che dal medesimo gli verranno dettati. Registrati i numeri deve immediatamente procedere alle operazioni aritmetiche per controllare a seconda dell'istrumento le letture fatte, onde ripeterle nel caso non fossero state bene eseguite. Per ciò a *priori* dovrà essere istruito sul modo di procedere a tali calcolazioni a seconda degli istrumenti e dei diversi oculari ed eseguirle prontamente onde far rimanere il biffante il minor tempo possibile sul punto già osservato. Lo scritturale od assistente deve inoltre determinare il valore della distanza *D* e della mediana *h*, nel breve intervallo di tempo che il porta stadia impiega per portarsi da un punto di dettaglio all'altro.

271. *Ordine e metodo da seguirsi nelle osservazioni dei picchetti di base.*

Nelle osservazioni relative ai punti di stazione ed intermedi e che costituiscono i vertici delle poligonali si deve curare la massima diligenza ed oculatezza, giacchè è appunto sulle medesime che si basa tutto il lavoro di rilievo.

Per ciò sarà mestieri innanzi tutto assicurarsi che l'istrumento sia rettificato nel miglior modo possibile in ogni sua singola parte, e si farà uso per conseguenza della livelletta cilindrica applicata al cannocchiale per disporre esattamente verticale l'asse dell'alidada.

La 1, 3, 5, e 7 (fig. 127) sia la poligonale sulla quale basare un dato rilevamento.

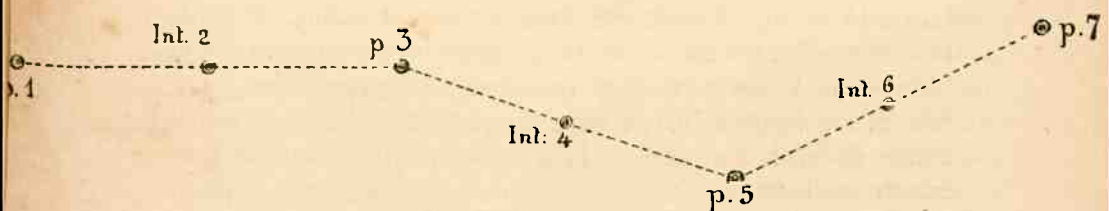


Fig. 127.

Installato e poscia orientato con cura l'istrumento sul picchetto di stazione n. 1, si collimerà innanzi tutto ad una palina disposta verticalmente sul picchetto n. 3 della stazione immediatamente successiva, onde determinare l'azimut del punto 3. Qui è da avvertirsi che trattandosi dei picchetti di base le letture al circolo azimutale si dovranno eseguire ad ambedue gl'indici microscopici se il Cleps è di 1ª o 2ª grandezza, o se si dispone di

un tacheometro grande modello, istrumenti indispensabili se il rilievo è di qualche importanza. Col filo verticale del micrometro si deve sempre collimare all'asse della palina, e se scorgesi che questa non è esattamente verticale, si avvertirà il biffante con apposito segnale oppure se ciò è possibile si collimerà al piede della palina posata od infitta sulla testa del picchetto. Letto l'azimut della stazione immediatamente successiva, ad un segnale convenuto il porta-mira leverà la palina al posto della quale collocherà la stadia onde eseguire le letture per la determinazione della distanza fra i picchetti 1 e 3. Verificate le letture, replicandole nel caso si riscontrassero nelle differenze delle sensibili discrepanze, con altro apposito segnale si avvisa il biffante di recarsi sul punto intermedio 2, sul quale collocherà prima la palina verticalmente, e mercè il cannocchiale la si farà disporre sullo stesso azimut del picchetto n° 3, ciò fatto al posto della palina pianterà il picchetto n.° 2 anzidetto sul quale poscia collocherà la stadia per rilevare la relativa distanza; controllate le letture e trovate le esatte, si procede poscia al rilevamento di tutti i punti di dettaglio colle norme che verranno riassunte nel numero seguente.

Ultimate tutte le operazioni di rilievo sul picchetto n° 1, e preso il riferimento del medesimo, si trasporterà l'istrumento sul successivo picchetto di base n.° 3, e convenientemente installato ed orientato l'istrumento, si collimerà ad una palina situata sul picchetto n.° 1 onde determinare l'azimut del lato 1-3 che se l'operazione è stata eseguita bene ed il declinatore si fosse conservato parallelo a sè stesso, tale azimut dovrebbe essere eguale a quello dello stesso lato rilevato dal picchetto precedente n.° 1 più o meno 200^g. Tale identità non si verifica quasi mai, ma si osserverà se la differenza fra i due azimut è contenuta entro quei limiti che ci lasciano sicuri di non essere incorsi in qualche errore nell'apprezzamento degli angoli azimutali letti nelle due successive stazioni. Ciò fatto, ad un segnale convenuto il biffante leva la palina dalla stazione precedente ed al suo posto situa al solito la mira onde eseguire le letture per determinare la distanza che, se le operazioni sono state bene eseguite, dovrebbe risultare eguale a quella precedentemente determinata dalla stazione sul picchetto n.° 1. Se la differenza è sensibile si ripeteranno le letture, e persistendo una sensibile differenza, il che di rado avviene, la somma delle distanze del punto intermedio 2, dirà quale prossimamente sarà la vera. Ultimate le osservazioni sul punto 1, il biffante si recherà

sul punto intermedio 2, sul quale collocherà senz'altro la stadia non occorrendo pel medesimo rilevare l'azimut essendo quello stesso del picchetto n.° 1. Eseguite e verificate le letture, dalla somma delle due distanze relative al punto intermedio 2 si avrà un terzo valore della distanza che intercede fra i due picchetti di base 1-3.

Se le differenze fra i tre valori sono piccole si potrà prendere la media aritmetica dei medesimi per valore della distanza fra i punti 1 e 3, ma in generale si suol prendere la somma delle distanze relative al punto intermedio giacchè queste vengono eseguite sempre in migliori condizioni per le ragioni altrove addotte. Ultimate le osservazioni ai picchetti 1 e 2, si gira l'alidada e si procede alla determinazione dell'azimut del picchetto n. 5 sul quale si sarà fatto situare una palina, e poscia si eseguiscono le letture per la distanza che intercede fra la stazione sul picchetto 3 e quello avanti n.° 5. Controllate le letture il biffante abbandona, previo opportuno segnale, il picchetto 5 per recarsi sull'intermedio 4 che si individuerà sullo stesso azimut del punto di base 5 e nel modo dianzi esposto, indi posta la stadia sull'intermedio 4, si determinerà la relativa distanza dal punto sul quale si fa stazione.

Ciò fatto si procederà al rilievo di tutti i punti di dettaglio dipendenti dalla stazione sul picchetto n.° 3 in parola e compresi fra la zona di terreno intercetta fra i due punti intermedi 2 e 4. Prima però di abbandonare la stazione sul picchetto 3 in esame, si suole pure rileggere gli azimut della stazione indietro (sul piccolo n.° 1) e della stazione avanti (sul picc.° n.° 5) previo avere mandato i biffanti a ricollocare una palina sui picchetti 1 e 5, e ciò sia per essere più tranquilli e sicuri sulla esàtta determinazione degli azimut anzidetti, quand'anche per accertarsi che durante il rilevamento di tutti i punti di dettaglio l'istrumento non si è mosso dalla posizione che avea al principio delle operazioni.

Quando poi il rilevamento deve servire anche a scopo altimetrico, prima di abbandonare la stazione sul picchetto n.° 3 in parola necessita ancora verificare se la differenza di livello fra i due punti di base 1 e 3 determinata stando sulla prima stazione ossia sul picchetto 1 è identica o pressochè identica a quella che risulta dagli elementi rilevati dalla stazione sul picchetto n.° 3 e colle norme che verranno più oltre dettagliatamente indicate.

Dalla stazione sul picc.° n.° 3 si passerà l'istrumento sul picc.° successivo n.° 5 e si collimerà ai picchetti indietro 3 e 4

determinando gli azimut e le distanze che si controlleranno con quelli determinati precedentemente sul punto 3 collimando al 4 e 5, come pure si verificherà al solito se la differenza di livello fra i due picchetti 3 e 5 è lo stesso in entrambi i modi con cui è stata determinata. Riscontrato tutto esatto si collimerà al punto 7 ed all'intermedio *6* in avanti e così di seguito per tutti i rimanenti picchetti di base.

272. Norme da seguirsi nelle osservazioni dei *punti di dettaglio.*

Ultimate, sopra una data stazione, le osservazioni ai picchetti di base che immediatamente precedono e susseguono quello su cui si fa stazione, e che son quelle che richiedono, è bene ripeterlo, la massima diligenza per parte dell'ingegnere destinato allo istrumento, ambedue i biffanti si mettono a disposizione dell'ingegnere addetto allo eidotipo e si pone mano senz'altro al rilevamento dei *punti di dettaglio*, nel quale si può procedere in modo più corrente e spedito, giacchè con tale procedimento risultando i detti punti indipendenti gli uni dagli altri, i piccoli errori di cui possono per avventura essere affetti rimangono isolati, ossia non si propagano nè si accumulano.

D'altra parte, si comprende facilmente che basterà bene spesso un piccolo spostamento della stadia per dare per quota altimetrica del punto di dettaglio una differenza maggiore di quella dipendente da una osservazione fatta correntemente e rapidamente. Aggiungeremo ancora che per quanto numerosi e ben scelti i punti di dettaglio che si rilevano non sono che una minima frazione di quelli costituenti la superficie vera e totale del terreno da rilevarsi, e sarebbe invero un perder tempo e fatica stare a determinare scrupolosamente i singoli punti di dettaglio stantechè per ciò in ispecie che riguarda la loro altimetrica può variare da un momento all'altro per un cumolo di circostanze eventuali. Conseguentemente per quanto si riferisce ai punti di dettaglio si leggerà sempre uno solo degli indici del circolo verticale anche quando l'istrumento ne fosse munito di due, come in taluni Cleps grande modello. Si useranno ambedue soltanto per taluni punti speciali, scelti su oggetti stabili, come coronamenti di ponti, soglie di porte, zoccolature di fabbricati e sui quali si trattasse di stabilire un *caposaldo.*

Si deve poi tenere costantemente lo stesso ordine nelle osservazioni, sia per evitare confusioni che per non dover sempre

ripetere la parte di esse cui si riferiscono. Così si dovrà, puntato il cannocchiale alla mira, leggere prima l'angolo *azimutale,* poscia eseguire le *letture al micrometro*, indi rilevare la *distanza zenitale* se il cannocchiale trovavasi inclinato all'orizzonte.

Dapprincipio si previene lo scritturale delle diverse letture che si eseguiscono premettendo le parole: *azimutale, micrometro, verticale,* onde si regoli ad inserire i dati relativi nell'apposita colonna, ma dopo un po' di tempo non occorre nemmeno preannunziare le singole osservazioni colle dette parole sapendo già lo scritturale, dall'ordine seguito dall'ingegnere, a che gli elementi che questo detta si riferiscono.

Quando è necessità di leggere la mira sott'angolo, sarà utile condurre uno dei fili per es., quello inferiore, a coincidere esattamente con una delle divisioni o tratti della stadia, giacchè l'approssimazione non avrà luogo che per i fili rimanenti.

273. *Porta-stadia ed inserviente.* Uno dei *porta-stadia* deve essere munito, come si disse, di un paio di canne per rilevare direttamente taluni piccoli dettagli, ed ambedue poi di un filo a piombo per situare verticalmente la stadia sul punto preciso che verrà loro indicato dall'ingegnere addetto all'eidotipo, filo a piombo che dovranno tenere applicato ad uno degli spigoli della stadia per tutto il tempo che dura l'osservazione alla medesima. Devono curare di tenerla rivolta verso l'istrumento ed in guisa che riesca il più favorevolmente illuminata. Quando poi uno dei porta-stadia è già situato a posto, ma l'osservatore sta leggendo ad altra stadia deve tenere la propria od abbassata, o meglio in guisa da presentare all'osservatore lo spigolo o la parte rovescia di essa non graduata. Appena vedrà l'altro rimuoversi dalla sua posizione allora soltanto rivolgerà la propria mira all'osservatore e la disporrà verticalmente.

L'*inserviente* deve trasportare l'istrumento, situare convenientemente l'ombrello in modo che l'istrumento sia sempre al riparo dai raggi solari, e servire alle comunicazioni tra l'osservatore e l'ingegnere addetto all'eidotipo ed ai porta-mira. Deve andare sempre provvisto di un'accetta e di una roncola fissata ad un bastone allo scopo di rimuovere porzioni di siepe, rami d'albero, ecc., che bene spesso intercettano le visuali.

274. *Segnali.* Attesa la distanza rilevante in cui spesso si trovano gli operatori addetti ad una stessa squadra, è necessità che corrispondano col mezzo di suoni convenzionali che si effettuano

col mezzo di fischietti ma più comunemente mercè quelle speciali trombe denominate *cornette*.

Appena l'ingegnere addetto all'abbozzo ha situato un porta-stadia su di un punto di dettaglio ne dà annunzio all'osservatore con un colpo di tromba. Ultimata l'osservazione l'ingegnere addetto all'istumento ne dà avviso a sua volta con un altro colpo di tromba. Se la stadia è situata in modo che non si possa leggere ed occorra allungarla mercè la porzione scorrevole, l'osservatore dà due colpi di tromba. Se anche spiegata tutta la lunghezza della mira, questa rimanesse ancora invisibile a taluni fili dei micrometri, l'osservatore dà tre colpi di tromba che è il segnale convenuto perchè il porta stadia innalzi la mira aiutandosi in ciò con una palina o canna posta dietro alla prima notando poi in un pezzo di carta, di quanto la mira trovavasi rialzata sul punto di dettaglio, altezza che dovrà poi comunicare all'ingegnere perchè ne faccia speciale menzione sull'eidotipo di fianco al numero che si riferisce a quel punto di dettaglio. In questo caso, lo scritturale ne farà pure annotazione nella tabella eidypsometrica, salvo a registrarvi l'altezza prima di chiudere la stazione.

Quando poi succedesse che eseguite le letture alla stadia situata su di un punto di rilievo, nel fare le differenze si riscontrasse che le medesime non sono esatte, con parecchi suoni brevi e ripetuti si avviserà il porta-stadia di ritornare sul punto immediatamente abbandonato allo scopo di ripetere le letture anzidette che riscontrate giuste si darà un'altro colpo di tromba per accennare che l'osservazione è compiuta e proceda oltre.

275. *Verifica dell'enumerazione.* Siccome i punti di dettaglio relativi ad una data stazione vengono contemporaneamente numerati nelle tabelle eidipsometriche secondo l'ordine in cui si succedano le osservazioni dallo scritturale, e dall'ingegnere addetto all'eidotipo nell'abbozzo, così è mestieri che i medesimi si corrispondano esattamente. Ad evitare confusione si suole ogni 5 o 10 punti a seconda delle circostanze, chiedere direttamente a voce dall'osservatore all'ingegnere addetto all'eidotipo il numero del punto a cui in quel momento si sta collimando onde accertarsi che corrisponde precisamente a quello registrato dall'assistente sulla tabella. Se la distanza è tale da non potersi corrispondere a voce fra i due operatori si manda l'inserviente a chiederlo. La identificazione dei numeri dell'eidotipo con quelli delle tabelle, si comprenderà di leggieri come sia cosa indispensabile ad un perfetto rilievo, e come una tale avvertenza debba essere sempre osservata.

CAPITOLO III.

COLLEGAMENTO DELLE STAZIONI E LORO COMPROVAZIONE

276. Quando un dato appezzamento di terreno è tutto visibile da una sola stazione come nel caso di quello rappresentato dallo eidotipo (fig. 119), da quanto abbiamo precedentemente esposto nulla di più facile che la determinazione del rilievo del medesimo.

In vero: fatto stazione sul punto 129 installato ed orientato l'istrumento basterà per ciascun punto di dettaglio segnato sull'eidotipo determinare gli elementi registrati nelle colonne 4 e 5 delle tabelle eiditpsometriche a pagina 361 e seguenti, elementi che ci forniscono per ciascun punto quel sistema di coordinate polari che determinano il rilievo di quella zona di terreno tanto nel senso planimetrico che altimetrico.

Determinando poi con uno dei metodi esposti la meridiana passante pel punto di stazione, dalla differenza dei due azimut si avrebbe la correzione da apportare a tutte le θ dei punti di dettaglio per avere di conseguenza il rilievo esattamente anzichè approssimativamente orientato.

Col mezzo poi delle opportune formole si può, in base alle coordinate polari, determinare le $x \,.\, y \,.\, z$ di ciascun punto di dettaglio ossia avere il rilievo espresso in funzione delle coordinate ortogonali riferito al sistema noto di assi passanti pel punto di stazione.

Ma su quest'ultima parte dovremo occuparci in seguito e dettagliatamente con apposito esempio numerico.

Per ora il problema da risolversi riguarda il caso in cui il terreno sia di tale estensione che per rilevarlo completamente sieno necessarie due o più stazioni.

Prendiamo in esame il terreno rappresentato dagli abbozzi 119 e 120 per rilevare il quale occorre fare successivamente stazione sui punti 129 e 131. Naturalmente il problema non si riduce a rilevare isolatamente il terreno circostante al punto di stazione 131 analogamente a quanto si è praticato sul punto 129 ma bensì nel *collegare* fra di loro le due stazioni anzidette in guisa di collocare, occorrendo, a suo posto, su di un piano grafico, i punti di una rispetto all'altra stazione nella stessa maniera come si trovano sul terreno.

Dicesi che due stazioni sono fra di loro collegate quando hanno lo stesso *orientamento*, e sono note la *distanza orizzontale* fra l'uno e l'altra e la loro *differenza di livello*.

Si può arrivare alla soluzione del suesposto problema in diversi modi a seconda delle circostanze, per cui si hanno in pratica diversi *metodi di collegamento* di cui i principali distinti coi nomi di *metodo del Porro, metodo a punto indietro o del Moinot,* e *metodo a punto indietro ed intermedio.*

L'operazione di collegamento è senza dubbio la più importante della moderna Topografia, giacchè da essa dipende l'esattezza ed il valore di un dato rilevamento. Faremo quindi parola di ciascuno dei metodi anzidetti e della comprovazione e compensazione dei medesimi, onde dal loro confronto emerga a quale si debba a seconda dei casi dare la preferenza.

277. *Collegamento Porro.* Sieno T_1 ed T_2 le due stazioni da collegare (fig. 128). Fatta stazione dapprima sul punto T_1 si rileva tutto il terreno al medesimo soggetto coll'avvertenza di collimare e rilevare due punti come A e B visibili anche dalla successiva stazione T_2.

Per ciascun punto A e B si determinano con speciale accuratezza i numeri generatori 0, ψ ed S. Ultimata la stazione in T_1 si trasporta l'istrumento in T_2 ed installato ed opportunamente orientato l'istrumento col declinatore magnetico, si determineranno di nuovo e con la massima diligenza per gli stessi due punti A e B i relativi numeri generatori 0, ψ ed S già rilevati dalla prima stazione.

Ciò eseguito onde determinare la distanza fra le due stazioni, la loro differenza di livello, ed accertarsi che l'orientamento in ambidue le stazioni era il medesimo, si procede in massima nel seguente modo:

Cogli elementi di A e B rilevati dalle due stazioni T_1 e T_2 si possono risolvere i due triangoli $AB T_1$ ed $AB T_2$ e deter-

minare in due modi la distanza orizzontale AB, e se i risultati concordano o diversificano di quantità al disotto della prestabilita

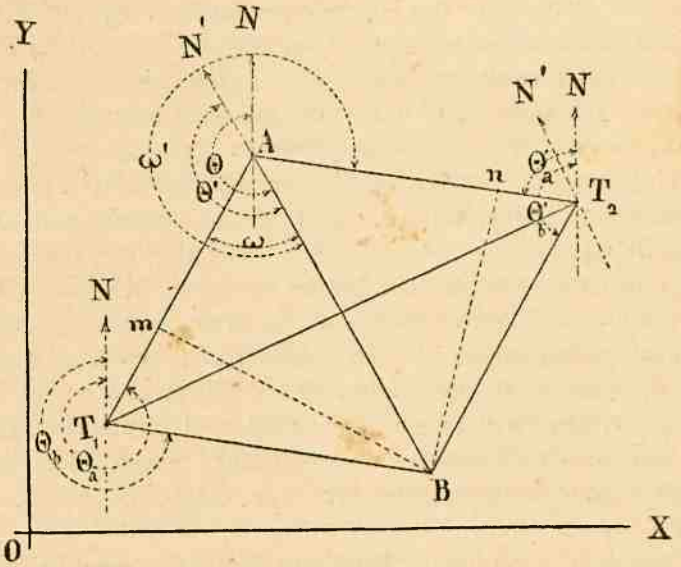


Fig. 128.

tolleranza si ha una prima prova della esattezza dell'eseguita operazione.

In causa delle variazioni a cui va soggetto l'ago magnetico, nella stazione T_2 non si sarà disposto esattamente parallelo alla direzione che avea in T_1 ed è appunto l'angolo che queste due direzioni fanno fra di loro nelle due stazioni che necessita conoscere per correggere l'azimut della seconda stazione e collegarla in tal guisa alla prima per ciò che si riferisce all'orientamento.

Per ciò coi dati determinati da T_1 collimando ai punti di collegamento A e B si calcoli l'azimut $NAB = \theta$, e cogli elementi relativi agli stessi punti A e B ma rilevati dalla seconda stazione T_2 si calcoli l'azimut $N'AB = \theta'$. In altri termini posto che T_1N ed T'_2N' sieno le direzioni rispettive dell'ago magnetico (o del diametro 0^g-200^g) nelle due stazioni T_1 ed T_2 direzioni non paralelle fra di loro, gli angoli θ e θ' sono quelli che la direzione AB fa colla direzione AN condotta paralellamente a quella che il diametro 0^g–200^g avea nella prima stazione T_1 e colla AN' condotta paralellamente alla T_2N' inclinata alla T_1N della prima stazione.

Egli è evidente che se il declinatore magnetico in ambidue le stazioni si fosse mantenuto paralello a sè stesso dovrebbe risu-

tare $\theta = \theta'$; se adunque vi ha discrepanza fra i due azimut anzidetti, una volta sicuri che non si sono commessi errori nella valutazione di ψ e di S è mestieri concludere che tale discrepanza dipenderà pressochè esclusivamente dagli azimut θ'_a e θ'_b determinati per i punti A, B dalla seconda stazione T_2 in causa del non essersi l'ago magnetico disposto nella detta stazione paralellamente a quella che avea nella prima T_1 e nella differenza fra i due angoli θ e θ' si avrà appunto la correzione d'orientamento della stazione T_2 necessaria per collegarla alla precedente T_1 e quindi anche la correzione da apportarsi a tutti gli angoli azimutali letti nella stazione T_2 per orientare l'intiero rilevamento eseguito nella seconda stazione come se il diametro 0^g-200^g avesse avuto anche in questa una direzione perfettamente paralella a quella che aveva nella prima.

Cogli stessi dati poi relativi ad A e B presi tanto da T_1 che da T_2 si avrebbero gli elementi per calcolare la distanza orizzontale $T_1 T_2$ non che la differenza di livello degli anzidetti due punti di stazione ossia quanto occorre per completamente collegarle fra di loro.

Indicato in via sommaria il metodo del Porro esporremo ora in tutti i suoi dettagli il procedimento da seguirsi per effettuare ogni singola operazione e le verifiche a garanzia della buona esecuzione delle medesime.

278. Determiniamo innanzi tutto la distanza orizzontale AB in base agli elementi di A e B rilevati dalle due stazioni T_1 ed T_2.

Per ciò dal punto B si conduca la normale $\overline{Bm}$ al lato $\overline{T_1 A}$ ed indichiamo con:

d'_a e d'_b le distanze orizzontali $\overline{T_1 A}$ ed $\overline{T_1 B}$ lette alla stadia, con:

p_1 la lunghezza della perpendicolare $\overline{Bm}$; con
q_1 » del segmento mA; ed infine con
ω l'angolo $T_1 AB$ e con
D la distanza cercata AB lato del triangolo $AT_1 B$.

Dal triangolo $T_1 mB$ si ha

$$p_1 = d'_b \operatorname{sen} (\theta_a - \theta_b)$$

(essendo come lo mostra la figura θ_a l'azimut del lato $T_1 A$ e θ_b l'azimut del lato $T_1 B$) e

$$T_1 m = d'_b \cos (\theta_a - \theta_b)$$

ed essendo poi

$$q_1 = mA = T_1 A - T_1 m$$

risulta

$$q_1 = d'_a - d'_b \cos(\theta_a - \theta_b),$$

considerando ora il triangolo $A\,m\,B$ avremo:

$$q_1 = D \cos\omega \quad \text{e} \quad p_1 = D \operatorname{sen} : \omega$$

dalle quali equazioni si ha

$$D = \frac{q_1}{\cos\omega} = \frac{p_1}{\operatorname{sen}.\omega} \tag{1}$$

l'angolo ω si ha poi evidentemente da

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{p_1}{q_1}. \tag{2}$$

Mercè dunque le formole (1) e (2) avremo un primo valore della distanza orizzontale $A\,B$. Con un processo analogo si passa a calcolare la stessa distanza $A\,B$ cogli elementi di A e B rilevati dalla seconda stazione T_2. Per ciò condotta la Bn normale alla $T_2\,A$ ed indicando con d''_a e d''_b rispettivamente $T_2\,A$ e $T_2\,B$, con

p_2 la Bn, con

q_2 il segmento An; con

ω' l'angolo $T_2\,A\,B$ misurato come lo indica la figura, con

θ'_a e θ'_b rispettivamente gli azimut dei lati $T_2\,A$ e $T_2\,B$ rilevati dalla stazione T_2 ed infine con

D' la stessa distanza orizzontale cercata $A\,B$ avremo

$$p_2 = d''_b \operatorname{sen}(\theta'_a - \theta'_a)$$

$$q_2 = d''_a - d''_b \cos(\theta'_a - \theta'_b)$$

$$\operatorname{tang}.\,\omega' = \frac{p_2}{q_2} \tag{3}$$

$$D' = \frac{p_2}{\operatorname{sen}.\,\omega'} = \frac{q_2}{\cos.\,\omega'} \tag{4}$$

e se $D = D'$ o pressochè, avremo come si disse, una prima prova della esattezza delle eseguite operazioni.

279. Resta ora a verificare se l'ago magnetico nella stazione T_2 si sia conservato esattamente paralello alla direzione che esso avea nella stazione precedente T_1.

I due punti T_1 ed T_2 non essendo visibili l'uno dall'altro, per eseguire una tale verifica è mestieri, come si disse già:

calcolare l'azimut θ, relativo al lato $A\,B$, coi dati risultanti dalle collimazioni ad A ed a B dalla stazione T_1, e poscia

calcolare l'azimut $0'$ relativo allo stesso lato AB coi dati rilevati per A e B dalla seconda stazione T_2.

Se nella stazione T_1 la direzione dell'ago magnetico era la T_1N, se da A conduciamo la AN paralella alla T_1N, basta la semplice ispezione della figura per vedere che

$$0 = 0_a - 200^g + \omega = 0_a - (200^g - \omega).$$

Se poi nella stazione T_2 la direzione dell'ago magnetico supponiamo sia T_2N' non paralella alla TN della prima stazione su T_1, se da A conduciamo la AN' paralella alla T_2N' l'azimut $0'$ dello stesso lato AB in funzione degli elementi presi da T_2 per i punti A e B, come si rileva dalla stessa figura risulta

$$0' = 0'_a + \omega' - 200 = 0'_a - (200 - \omega')$$

e quindi la differenza

$$0 - 0'$$

fra il primo ed il secondo angolo rappresenterà evidentemente la differenza di orientamento delle due stazioni e quindi la correzione da apportarsi all'azimut della stazione T_2 per collegarla alla precedente T_1.

Questa differenza suolsi anche denominare *azimut del circolo orizzontale* o meglio *azimut del diametro* 0^g—200^g giacchè ci indica di quanto il diametro 0^g—200^g del circolo anzidetto si trovava spostato nella seconda stazione dalla direzione che il medesimo aveva assunto nella prima e quindi la quantità da aggiungersi o togliersi come si disse all'azimut della seconda stazione per aversi il parallelismo fra i due diametri anzidetti e collegarla in tal guisa alla prima.

Tale differenza poi dovrà aggiungersi col segno proprio della medesima a tutti gli angoli letti nella seconda stazione per aversi quelli che si sarebbero rilevati qualora il diametro 0^g-200^g nella seconda stazione si fosse mantenuto paralello alla direzione che avea nella prima.

Queste correzioni rientrano naturalmente nelle operazioni di tavolo — ma per ciò che si riferisce ai calcoli degli angoli 0 e $0'$ e delle distanze D e D' è mestieri eseguirli durante le operazioni di campagna e *stazione stante* per accertarsi dell'esattezza del lavoro — e rettificare le operazioni quando si trovassero discrepanze sensibili nei valori di D e D'. Se invece le differenze non si appa-

lesano che sui valori di 0 e 0′ si continua il rilievo sulla seconda stazione coll'orientamento che ha, salvo ad apportare le dovute correzioni all'azimut proprio della detta stazione ed a tutti quelli dei punti di dettaglio rilevati dalla medesima a lavoro finito, ossia durante le operazioni di tavolo.

280. È chiaro del pari che si potrà avere la distanza orizzontale fra i punti di stazione $T_1 T_2$ risolvendo il triangolo $T_1 A T_2$ e per controllo determinare lo stesso valore di $T_1 T_2$ risolvendo l'altro $T_1 B T_2$.

281. Conoscendosi poi la differenza di livello dei punti di collegamento A e B riferita ad ambedue le stazioni T_1 ed T_2, è evidente come si possa determinare quella esistente fra le due stazioni anzidette servendosi di quella determinata per uno dei due punti precitati.

282. Ma seguendo questo sistema di collegamento, in luogo di calcolare la distanza $T_1 T_2$ si determinano direttamente le coordinate ortogonali X, Y del punto T_2 rispetto a T_1 nel modo seguente:

Corretto l'azimut del punto T_2 nel modo suesposto, mercè le note formole (2) e (3) del n.° 198 si calcolano le coordinate ortogonali planimetriche di uno dei due punti di collegamento per es. A tanto rispetto al sistema di assi coordinati ausiliari passanti sul punto T_1 quanto rispetto all'altro sistema passante sul centro T_2 della successiva stazione e se le indichiamo rispettivamente con

$$x'_a , y'_a$$

ed

$$x''_a , y'_a$$

le projezioni della retta $T_1 T_2$ che unisce i *due centri di stazione* sul sistema di assi coordinati ausiliari corrispondenti al punto T_1 sono, facendo astrazione dai segni, sull'asse delle x

$$x'_a + x''_a$$

sull'asse delle y,

$$y'_a - y''_a ,$$

espressioni che rappresentano le distanze ortogonali del punto di stazione T_2 per rapporto agli assi coordinati ausiliari passanti per l'altro centro di stazione T_1, e col mezzo delle quali potremo collocare i due punti di stazione sul disegno o piano grafico relativo.

È da avvertire però che in pratica occorre fare attenzione ai segni algebrici delle x'_a x''_a come pure delle y'_a ed y''_a, e che quando si deve fare la differenza fra una x positiva ed una negativa, questa differenza si cangia in somma.

Se si ripete l'operazione relativamente all'altro punto di collegamento E, avremo le altre due analoghe espressioni

$$(x'_b + x''_b)$$

$$(y''_b - y'_b)$$

che ci daranno egualmente le coordinate ortogonali planimetriche dello stesso punto di stazione T_2 riferito agli assi coordinati ausiliari passanti per il centro della stazione precedentemente T_1, ed una comprovazione della loro esattezza.

Prendendo poi la media delle due distanze ortogonali del punto T_2 per rispetto agli assi passanti per T_1 ed indicandole con x ed y avremo

$$T_2 \begin{cases} x = \dfrac{(x'_a + x''_a) + (x'_b + x''_b)}{2} \\ y = \dfrac{(y'_a - y''_a) + (y''_b - y'_b)}{2}, \end{cases}$$

le quali ci rappresenteranno con una maggiore approssimazione le distanze ortogonali dei centri di stazione T_1 e T_2.

283. Questo metodo di collegamento presenta in generale il vantaggio di lasciare completamente libera la scelta delle stazioni, di poterle tenere a distanza maggiore della portata della stadia, ed anche non essere visibili l'una dall'altra. Tali vantaggi però non sono assoluti giacchè bene spesso succede di non presentarsi sull'orizzonte apparente delle due stazioni da collegarsi due punti di collegamento visibili da entrambe — o se anche visibili — che siano tali che si possano esattamente individuare, o che la loro distanza non si discosti troppo da quella che esiste fra le due stazioni.

Presenta poi il difetto di aumentare le operazioni di tavolo, oltre di non offrire un sufficiente grado di approssimazione nella correzione dell'orientamento determinandosi in fin dei conti il valore di un angolo mercè lunghezze rilevate alla stadia.

Per ciò un tal metodo è stato abbandonato per seguire pressochè costantemente quello di cui ora faremo parola.

284. *Collegamento a punto indietro.* È questo il procedimento più comunemente usato in pratica, come quello che non obbliga a calcolazioni lunghe e speciali oltre quelle puramente necessarie per ogni punto di rilievo quali sono la determinazione della distanza fra le due stazioni e della differenza di livello.

Le condizioni obbligatorie per usare di questo metodo sono che la distanza fra le due stazioni sia inferiore alla massima portata dal cannocchiale diastimometrico, e che la seconda sia visibile dalla prima, condizioni queste perchè un tal metodo venisse dal Porro stigmatizzato ed in modo assoluto proscritto.

Ad onta però dei suaccennati inconvenienti, il metodo in esame presenta d'altra parte tanti vantaggi, da essere oggi considerato come il *normale* — e quindi nella generalità dei casi quello costantemente usato nella pratica — non impiegandosi quello del Porro che in taluni casi speciali nei quali i vantaggi al medesimo inerenti lo fanno preferire al *metodo del punto indietro.*

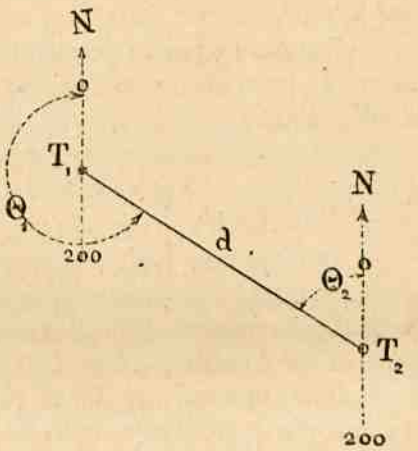


Fig. 129.

Per collegare la stazione T_1 alla T_2 (fig. 129) seguendo quest'ultimo procedimento — ammesso che T_1 e T_2 siano rispettivamente visibili l'uno dall'altro e che la distanza fra le due stazioni non ecceda la massima che si possa correntemente determinare col diastimometro applicato al goniometro — si opera nel seguente modo.

Fatto stazione in T_1 si determinano colla massima precisione gli elementi θ, ψ e S del punto di stazione T_2.

Coi numeri generatori φ ed S si potrà calcolare la distanza orizzontale K fra i due punti T_1 e T_2 non che la loro differenza di livello Z. Poscia si faccia stazione sul punto T_2 e si determini per T_1 i relativi numeri generatori θ', ψ', ed S' e si calcoli di nuovo la distanza fra i due punti di stazione K' e la loro differenza di livello Z'.

Intanto, se le osservazioni in ambedue le stazioni sono state bene eseguite si dovrà avere

$$K' = K \qquad Z' = Z,$$

il che avverandosi avremo una verifica della esattezza dei risultati per ciò che riguarda la distanza orizzontale fra le due stazioni e la loro differenza di livello — condizioni essenziali come sappiamo pel collegamento di due stazioni. Se la differenza fra K e K' non che Z e Z' eccede il limite di tolleranza prestabilita — si dovranno ripetere le operazioni fino ad ottenere la identità o pressochè fra K e K' e Z e Z'.

285. Ma perchè il collegamento sia completo è mestieri che l'orientamento (n.° 278) nelle due stazioni sia il medesimo. ossia che il diametro 0^g-200^g si sia nella nuova stazione trasportato paralellamente alla direzione che avea nella prima e quindi deve verificarsi che

$$0_2 = 0_1 - 200^g$$

Per ottenere un tale intento, giusta quanto abbiamo esposto al n.° 204 non si avrebbe a fare altro nella seconda stazione che di far segnare al verniero od all'indice microscopico del circolo azimutale, usato nelle letture dell' angolo, $0_2 - 0_1 - 200^g$ indi collimare al punto T_1 servendosi del movimento generale dello istrumento, fissandolo poi per averlo così opportunamente orientato.

Praticamente però non si usa un tale procedimento per ciò che riguarda l'orientazione, ma invece si dà allo istrumento, in ambidue le stazioni, l'orientamento somministrato dal declinatore magnetico, e collimando da T_2 a T_1 ossia al *punto indietro* si legge l'angolo orizzontale 0_2 la cui differenza Δ da 0_1 è la correzione da apportarsi all'azimut della stazione T_2 per collegarla alla precedente T_1, come meglio vedremo dal seguente esempio numerico.

Sia da collegare fra loro le due stazioni *65* e *66* eseguite sui picchetti portanti rispettivamente il numero 129 e 131. (Vedi tabelle eidipsometriche a pag. 361 non che gli eidotipi relativi (fig. 119 e 120.)

Fatto stazione sul picchetto di base 129, installato l'istrumento con tutta la precisione ed opportunamente orientato si prenda l'altezza dello strumento che è risultata eguale ad $1^m,35$. L'*errore sistematico* dello istrumento (n.° 227 comma *d*) è $\psi = 399,94$. Collimando dalla stazione 65^a alla 66^a si è trovato rispettivamente

$$0 = 338.575;\ \psi = 98.885;\ d = 369.14.$$

Rilevati dalla *65* tutti i punti di dettaglio — e trasportato l'istrumento sul picchetto 131 — ed orientato su questo col mezzo

del declinatore, collimando al picchetto di base abbandonato 129 si è trovato:

(*dal* 131 *al* 129) $0' = 338.560$; $\psi' 100.76$; $d' = 369.00$.

Se l'ago magnetico nella seconda stazione 66ª si fosse mantenuto esattamente paralello alla direzione che esso aveva nella precedente stazione 65ª, si sarebbe dovuto trovare per 0 del punto 131 battuto da 129 precisamente 138.575, per cui la differenza dei due azimut anzidetti ossia 0,015 rappresenterà la correzione azimutale indispensabile alla stazione 66ª per collegarla alla 65ª per ciò che si riferisce all'orientamento, correzione che di conseguenza deve pure apportarsi a tutti gli azimut dei punti di dettaglio letti nella stazione 66ª.

In quanto alla distanza fra i due picchetti di base, si potrà assumere 369.67 media delle due lunghezze reciproche determinate rispettivamente dalle due stazioni.

Non rimane per avere completamente collegata la stazione 65ª alla 66ª che a determinare la differenza di livello fra le due stazioni 65 e 66 anzidette, colle norme date al n.° 204 e già calcolate nelle tabelle eidipsometriche relative.

286. *Collegamento a punto indietro ed a punto intermedio.* Questo metodo è in tutto analogo al precedente colla sola differenza che si deve individuare con un picchetto un punto intermedio 130 (fig. 119 e 120) prossimamente ad eguale distanza dalle due stazioni 65ª e 66ª, e per il quale si determinano gli elementi θ, ψ ed S relativi, tanto dalla stazione 65ª quanto dalla 66ª che si vogliono collegare.

I vantaggi principali inerenti al *punto intermedio* sono di avere un maggiore controllo nella determinazione della *distanza* fra le due stazioni che si vogliono collegare e della *differenza di livello* fra le medesime come or ora vedremo in base al rilievo rappresentato dagli eidotipi succitati.

Riepiloghiamo innanzi tutto l'ordine da seguirsi nelle osservazioni.

Installato l'istrumento sulla stazione 65ª (picchetto 129) orientato e presa l'altezza dello istrumento (m. 1,35), si collima alla stadia situata successivamente sulla stazione precedente 64ª e sul punto intermedio fra la 64ª e 65ª come si vede dalla tabella a pag. 361 il che si indica colla dicitura:

(127) *Luogo stazione 64ª.*

(128) *Intermedio fra 64ª e 65ª.*

Indi si gira l'alidada dell'istrumento e si collima successivamente al punto intermedio fra la 65^a e la successiva 66^a e poscia alla stazione 66^a corrispondenti ai picchetti 130 e 131 e si determinano i relativi elementi θ, ψ e K, che sono risultati i seguenti:

(picc. 130) Intermedio fra 65^a e 66^a.

$$\theta = 338{,}600; \quad \psi = 99{,}690; \quad K = 207{,}10.$$

(picc. 131) Luogo stazione 66^a.

$$\theta = 338{,}575; \quad \psi = 98{,}885; \quad K = 369{,}14.$$

Rilevati poi dalla stazione 65^a tutti i punti di dettaglio segnati nello eidotipo i di cui elementi trovansi registrati nelle tabelle da pag. 362 a pag. 371 si leva la stazione e si trasporta l'istrumento sulla successiva stazione 66^a corrispondente al picchetto portante il n.° 131 (vedi eidotipo fig. 120).

Installato al solito l'istrumento, orientato, e presa l'altezza (m. 1,140) si eseguiscono le due *visuali reciproche*, ossia si collima di nuovo alla stazione precedente 65^a ed al punto intermedio tra la 66^a e la 65^a già battuto dalla 65^a, i cui elementi o coordinate polari sono risultati rispettivamente i seguenti: (vedi tabella a pag. 371)

(picc. 129) *Luogo stazione* 65^a.

$$\theta = 138{,}560; \quad \psi = 100{,}760; \quad K = 369.00$$

(picc. 130) *Intermedio fra la* 66^a *e la* 65^a.

$$\theta = 138{,}570; \quad \psi = 102{,}130; \quad K = 162{,}16$$

poi si dovrebbe collimare successivamente allo *intermedio* fra la 66^a e la 67^a indi alla 67^a, ma questa per ora non c'interessa, essendo il nostro compito quello d'indicare il metodo di collegamento fra le due stazioni 65^a e 66^a i cui elementi all'uopo necessari sono quelli soltanto dianzi riportati.

Ricordiamo che due stazioni risultano fra di loro collegate quando l'orientamento è lo stesso in ambidue e sono note la distanza e la differenza di livello fra le medesime.

Ora l'azimut dal lato *65-66* misurato dalla stazione 65^a è risultato

$$\theta = 338^{\circ},575$$

mentre l'azimut dello stesso lato determinato all'altro estremo ossia dalla stazione 66^a è risultato invece:

$$\theta = 138{,}560,$$

conseguentemente la differenza

$$0{,}015$$

sarà la correzione da apportarsi all'azimut della stazione 66^a per collegarla alla 65^a non che a tutti gli azimut letti dalla stessa stazione 66^a per orientare l'intiero rilevamento dalla medesima eseguito.

287. Veniamo ora alla distanza fra le due stazioni 65^a e 66^a anzidetta.

Dalla tabella a pag. 361 si rileva che la detta distanza letta dalla stazione 65^a è risultata

$$D = 369{,}14,$$

invece la stessa distanza letta dalla stazione 66^a collimando colla visuale reciproca alla 65^a (tabella pag. 362) è risultata

$$D = 369{,}00.$$

Le distanze non sono state ridotte all'orizzonte giacchè infra il limite di un grado circa sopra o sotto l'orizzonte, la differenza è tale che si può senza scrupolo alcuno trascurare.

Prendendo quindi la media delle due distanze anzidette si avrebbe

$$D = 369{,}07$$

sicuri di avere determinato una misura con un'approssimazione al vero invano ottenibile con misurazioni dirette correnti — e poi certi di non aver commesso *errori* propriamente detti — giacchè risulta da letture alla stadia già controllate e poi da due misure indipendenti e risultanti da differenti elementi.

Dall'esempio numerico ora addotto lo studioso potrà, nutro fiducia, convincersi del pregio rilevantissimo del diastimometro del Porro. Mercè due visuali reciproche alla stadia determinate dai due punti 65^a e 66^a si è potuto in pochi minuti dedurre con tutta la necessaria approssimazione la rilevante distanza di m. 369,07 che intercede fra i medesimi — senza che l'osservatore si sia

rimosso dalle due successive stazioni, senza fatica, colla massima facilità, per nulla curando tutti gli ostacoli che spesso s'incontrano in una così grande lunghezza.

Ma abbiamo ancora dippiù. Collimando, come si è fatto successivamente al punto intermedio prima dalla stazione 65^a, indi dalla 66^a, abbiamo ancora rilevato di nuovo la distanza fra le due stazioni stesse 65^a e 66^a e quindi il mezzo di verificare di nuovo i due valori di D precedentemente determinati.

Infatti: dalla tabella a pag. 361 rileviamo che la distanza fra la stazione 65^a ed il punto intermedio 130, risulta di

$$207,^m10$$

e dalla tabella a pag. 371 vediamo che la distanza fra la stazione 66^a e lo stesso punto intermedio 130, ridotta all'orizzonte, risulta di

$$161,^m98$$

per cui sommandole avremo per la misura D fra le due stazioni 65^a e 66^a

$$D = 369,08$$

ed è questa, cioè in tal guisa determinata, che in generale dovremo considerare come la più attendibile, stantechè il punto intermedio essendo più prossimo allo istrumento, le letture alla stadia si eseguiscono con una maggiore precisione.

Prendendo la media delle tre distanze in tal guisa determinate avremo:

$$D = 369,073$$

che possiamo *garantire* che è la vera distanza che intercede tra i due punti di stazione 65^a e 66^a perchè *comprovata* e *compensata* nel modo il più rigoroso.

288. Rimane ora per compiere il *collegamento* a determinare la differenza di livello fra i due punti di stazione 65^a e 66^a anzidetti.

Niente di più facile se ricorderemo quanto abbiamo esposto al n.° 203 ed anche qui avremo campo di vedere come il Cleps ed in generale i migliori tacheometri siano eccellenti istrumenti livellatori.

Riferibilmente alla livellazione il punto intermedio ha una importanza grande, fa l'ufficio, se fosse permesso il dirlo, di *spia*,

giacchè il valore di Z relativo a questo punto venendo determinato due volte, una prima dalla stazione 65ª indi dalla 66ª, se i due risultati collimeranno avremo la comprovazione che la livellazione è stata bene eseguita.

Cogli elementi φ, D, h ed H rilevati dalla stazione 65 collimando al punto intermedio 130 ed al punto di stazione 131, possiamo determinare la differenza di livello Z fra i detti due punti e quello 129 sul quale si fa stazione, riferita al solito all'*orizzonte apparente*, o *piano di traccia* o *piano di livello* passante pel centro dello istrumento che come sappiamo è il punto d'incontro dell'asse di collimazione del cannocchiale coll'asse di rotazione del medesimo.

A rendere più chiara la esposizione del procedimento si osservi la figura schematica 130:

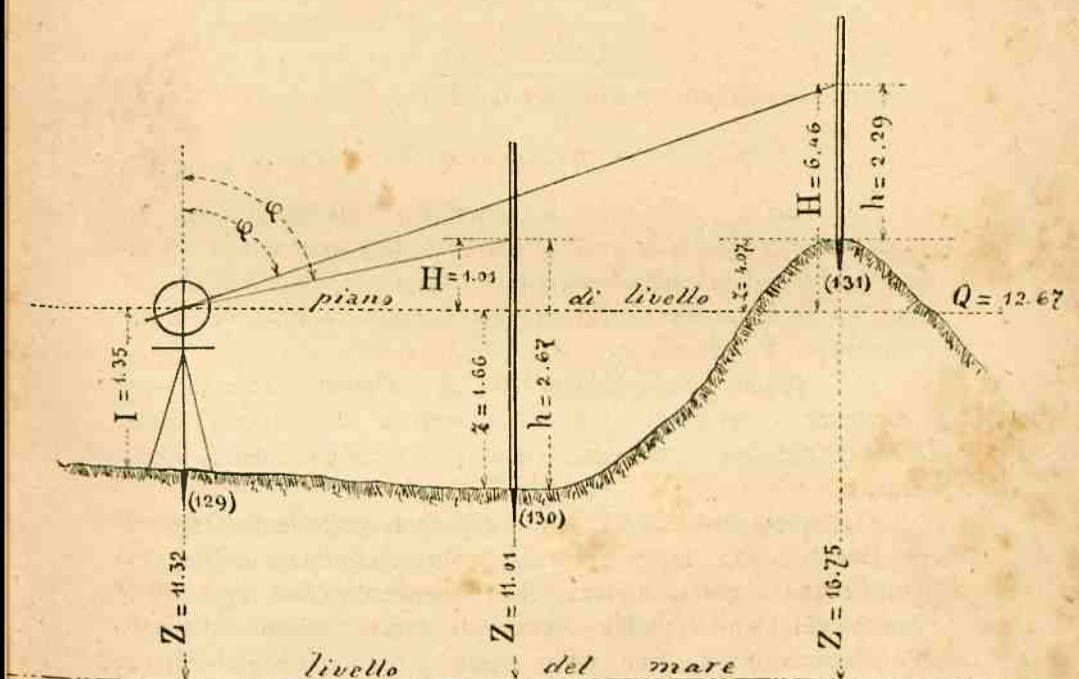


Fig. 130.

Dalla stazione 65ª sul picchetto (129) battendo il punto intermedio 130 si sono rilevati i seguenti elementi.

Altezza dello istrumento $I = 1^m,35$

Distanza zenitale $\varphi = 99,690.$

Dalle *letture alla stadia* collocata sul punto intermedio e registrate nella detta tabella, si hanno subito calcolate:

la *distanza* $D = 207{,}10$
la *mediana* od altezza $h = 2{,}67$.

In quanto al valore di H sappiamo già (n.° 202) che essa è data da

$$H - D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$$

nella quale D è la distanza. Per calcolare poi la detta formola serve la tabella n.° 23 da 100^g a 104^g e da 100^a a 96^a di 10 in 10 primi direttamente, e mercè le tabellette sussidiarie nella finca delle p. p. (parti proporzionali) di 10 in 10 secondi.

L'uso ne è semplicissimo. Nel caso in ispecie si ha

$$99{,}60 = 0{,}00628$$

$$0{,}09 = -\ 141$$

$$\operatorname{sen} \varphi \cos \varphi = 0{,}00487$$

$$D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi = 207{,}10 + 0{,}00487 = 1^m{,}01.$$

Col mezzo delle scale logaritmiche centesimali, di cui in seguito faremo parola, si può ottenere in campagna stessa, senza alcun calcolo ed in pochi secondi di tempo il valore di H con tutta l'approssimazione abbisognevole per controllare sul luogo l'operazione di livellazione.

Ciò premesso noi abbiamo tutti gli elementi necessari per determinare il valore di Z ossia la differenza di livello fra i due picchetti 129 e 130 ossia fra il sunto di stazione e quello intermedio.

La quota assoluta del punto 129, stata precedentemente determinata è di m. 11,32, scritta di fronte alla lettera *a* (finca 8) aggiungendo a questa l'altezza dello istrumento ($I = 1{,}35$) risulta la quota del piano di livello o piano di traccia passante sul centro dello istrumento ed a cui riferire tutte le Z dei punti di rilievo, m. 12,67 come si vede registrato nell'ultima colonna della tabella eidipsometrica a pag. 361, di fronte alla lettera *s*, quota che nella tabella si suole scrivere con inchiostro rosso.

Per determinare la Z, del punto intermedio 130, noi vediamo subito che nel caso in ispecie siamo precisamente nelle identiche condizioni del *3° caso* considerato al n.° 203 (fig. 78) nel quale

si avea come ora

$$\varphi < 100^{gr}$$

$$h > H$$

$$z \text{ (negativa)}$$

quindi

$$Z = -(H - h) = -(1{,}01 - 2{,}67) = -1{,}66$$

e quindi la differenza di livello relativa Δ sarà

$$\Delta = Z - I - 1{,}35 - 1{,}66 = -0{,}31,$$

e la quota assoluta del punto 130

$$11{,}32 - 0{,}31 = 11{,}01$$

com'è indicato nella figura schematica 132 e registrato nella relativa tabella di fronte al picchetto 130 (finca 8).

Ma il procedimento pratico per determinare le quote assolute dei diversi punti del rilevamento è invece il seguente, la di cui regola fu esposta al n.° 203.

Essendo nel caso in ispecie $\varphi < 100^{g}$ per avere la quota altimetrica assoluta del punto intermedio 130 rilevata dalla stazione sul punto 129, basterà alla *costante* $C = Z_{129} + I = 12{,}67$ *aggiungere algebricamente la quantità* $H - h = -1{,}66$ col segno proprio di tale differenza, quindi avremo:

$$Z_{130} = 12{,}67 - 1{,}66 = 11^{m},01,$$

come vedesi praticato nell'ultima colonna della succitata tabella a pag. 361 per tutti i punti rilevati dalla stazione 65ª colla regola generica data appunto in fine del succitato paragrafo 203.

Calcoliamo ora la differenza di livello fra i due punti di stazione 129 e 131. Gli elementi relativi ricavati battendo il punto 131 dalla stazione sul 129 sono i seguenti:

$$\varphi = 98{,}885$$

$$h = 2{,}39$$

$$H = 6{,}46$$

ed

$$H - h = +4{,}07.$$

Si verifica qui il *1° caso* del succitato n.° 203 e la quota assoluta del punto di stazione 131 sarà evidentemente

$$Z_{131} = 12{,}67 + 4{,}07 = 16{,}74,$$

com'è indicato e chiaramente risulta dalla semplice ispezione della succitata figura schematica.

Ma non basta l'avere determinato le quote altimetriche assolute dei punti 130 e 131 di base, occorre, come in tutte le operazioni della moderna scuola topografica, comprovare l'esattezza dei singoli risultati ed all'uopo compensarli.

Per far ciò, non occorre altro, ultimata la stazione sul picchetto 129 e trasportato l'istrumento sul 131, da questa nuova stazione battere di nuovo il punto *intermedio 130* ed il *luogo stazione 65ª*. Seguendo un procedimento in tutto analogo al precedente ed in base agli elementi rilevati per i punti 130 e 129 stando sul 131, determinare di nuovo le quote altimetriche assolute dei punti di base anzidetti 130 e 129 e vedere se collimano con quelli già precedentemente stabiliti.

Ad agevolare il procedimento serve l'altra figura schematica 131.

L'altezza dello istrumento sul picchetto 131 della stazione *66ª* è di m. 1.40. Ritenendo per ora buona la quota altimetrica 16,74 determinata pel punto di stazione anzidetto 131 dalla stazione *65ª*, il piano di livello o piano di riferimento dei punti da rilevarsi dalla nuova stazione *66ª* avrà la quota

$$16{,}74 + 1{,}40 = 18{,}14$$

come si vede registrato nella tabella a pag. 371.

Dalla stessa tabella, abbiamo pel punto intermedio 130 battuto dalla stazione *66ª*

$$\varphi = 102^{g},130$$
$$h = 1^{m},72$$
$$D = 162{,}16$$
$$K = D \operatorname{sen}^2 \varphi = 161{,}98$$
$$H = 5{,}42.$$

(I valori di $\operatorname{sen}^2 \varphi$ sono dati dalla tabella n.° 23.)

Invece per il punto 129 (luogo stazione precedente) battuto dalla stazione 66ª gli elementi rilevati per la determinazione della

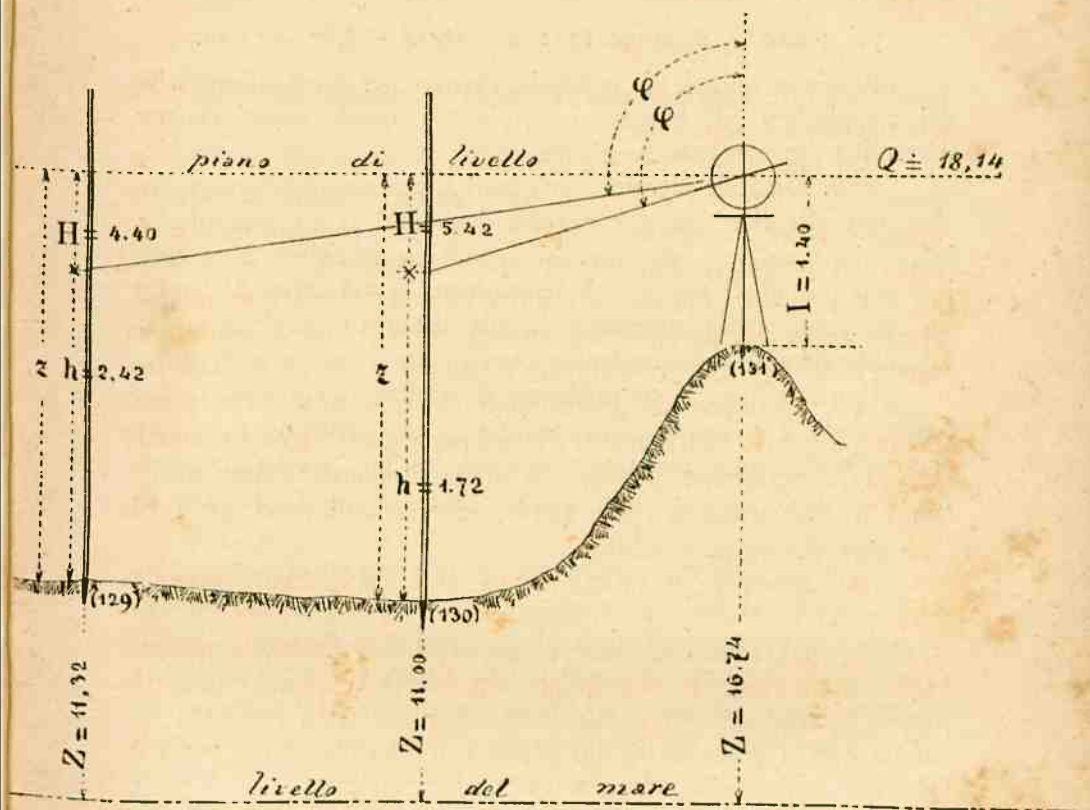


Fig. 131.

differenza di livello, sono, come risulta dalla stessa tabella, i seguenti:

$$\varphi = 100^{g},760$$

$$h = 2^{m},42$$

$$D = 369^{m},00$$

$$H = 4,40$$

e siccome tanto pel punto 130 che 129 si verifica precisamente il 5° *caso* del n.° 203 (fig. 79) e ricordando la regola ivi esposta essendo $\varphi > 100$ avremo la *quota altimetrica* dei due punti 130 e 129 rilevati dalla stazione 131 aggiungendo algebricamente alla costante $C = 16,74$ (nel caso in ispecie) la quantità $H + h$ negativa.

Così operando avremo quindi:

pel punto intermedio 130: $Z = 18{,}14 - 7{,}14 = 11{,}00$;

pel punto di stazione 129: $Z = 18{,}14 - 6{,}82 = 11{,}32$.

Possiamo quindi, nutro fiducia, ritenere per quote altimetriche dei tre picchetti di base 129, 130 e 131 quelle superiormente determinate e comprovate giuste.

289. Una tale identità di risultati è veramente singolare, se si riflette alla rilevante distanza dei due punti di stazione ed alla inclinazione dell'asse di collimazione del cannocchiale. Non solo in pochi minuti di tempo si è determinato la differenza di livello fra due punti posti nientemeno che alla distanza di 369^m circa, ma tale differenza è stata controllata nel modo il più scrupoloso.

Con una livellazione ordinaria, dovendola ripetere per essere garantiti della esattezza della medesima, non crediamo esagerare asserendo che sarebbero state necessarie, tra andata e ritorno, non meno di dieci stazioni, impiegandovi non meno di due ore di tempo.

E finchè abbiamo sotto mano un tale argomento, non possiamo trattenerci dallo interessare lo studioso che ci avrà seguito sin qui, a fare attenzione ai punti di dettaglio 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7... rilevati dalla stazione 66ª (vedi tabella a pag. 372 e 373), relativi all'argine destro del Reno. Ivi troverà innanzi tutto il punto primo battuto nientemeno che alla distanza di metri 647,50, e determinato tanto nel senso planimetrico che altimetrico, poi gli altri 2, 3 e 4 battuti successivamente alle rispettive distanze di m. 528,00, 449,00 e 400, rilevati sia planimetricamente che altimetricamente nel tempo che un uomo impiega a percorrere a piedi quelle distanze.

Questo esempio, nutriamo fiducia, persuaderà i più increduli, dei pregi particolari del metodo di rilevamento in esame giacchè ad una speditezza inaudita, innarrivabile con altri procedimenti, accoppia il merito di dare i risultati tutti comprovati ed al caso compensati nel modo il più rigoroso.

290. Ritornando all'argomento principale ossia al modo di collegare due o più stazioni fra loro, crediamo utile dare una regola pratica per assicurarsi in campagna di avere bene operato per ciò che riguarda la differenza di livello delle due stazioni che si vogliono collegare.

Appena ultimate le due stazioni si calcolano gli elementi h, D, H per ognuna di esse, cogli elementi 0, φ ed S dati dallo

istrumento e poscia si scrivono nel modo che qui sotto si vede:

p. 129	*p.* 130	*p.* 131
— 1,35	— 1,66	+ 4,07
— 6,82	— 7,14	— 1,40

ossia successivamente l'*altezza dello istrumento* (— 1,35) sulla stazione 65ª indi la *parziale* (— 1,66) del punto intermedio 130, indi la *parziale* (+ 4,07) del punto di stazione 131, rilevate dalla stazione 65ª anzidetta.

Sotto quei dati si scrive successivamente la *parziale* (— 6,82) del picchetto di stazione 129, e la *parziale* (— 7,14) del punto intermedio rilevati dalla seconda stazione 66ª, infine l'*altezza dell'istrumento* (— 1,40) sulla stessa stazione 66ª.

Fatto ciò si cangia il segno ai dati scritti nella linea inferiore e si sommano algebricamente con quelli della linea superiore come qui appresso è indicato:

— 1,35	— 1,66	+ 4,07
+ 6,82	+ 7,14	+ 1,40
+ 5,47	+ 5,48	+ 5,47

quando i tre risultati finali sono identici, o pressochè eguali ed hanno lo stesso segno, oppure la semisomma degli estremi eguaglia quello di mezzo, siamo sicuri che l'operazione di livellazione è esatta.

Se in luogo di trovare

129	130	131
+ 5,47	+ 5,48	+ 5,47

fosse risultato

+ 5,37	+ 5,48	+ 5,57

è facile scorgere che la media aritmetica dei due estremi eguaglia pressochè l'intermedio per cui si sarebbe egualmente sicuri anche per la parte altimetrica, senonchè per calcolare la quota del punto 131 bisognerabbe aggiungere alla quota del punto 129 la quantità + 5,47 semisomma dei due estremi, oppure il + 5,48 data dal punto intermedio.

Questo metodo pratico presenta il vantaggio di far subito vedere dal segno di cui risultano affette le tre somme algebriche anzidette, se le quantità relative si devono aggiungere o levare dalla quota altimetrica della stazione 65^a per avere quella della successiva stazione 66^a.

Se poi vi sono discrepanze forti nei risultati, e specialmente se le tre somme algebriche non presentano tutte egual segno, allora si è commesso indubbiamente qualche errore nelle osservazioni ed occorrerà rifarle per rintracciare dove fu commesso l'errore anzidetto.

291. Il metodo a punto indietro ed intermedio non obbligando a calcolazioni di sorta per il trasporto dell'orientamento e presentando diversi mezzi di controllo tanto per le distanze che per le differenze di livello, è quello comunemente preferito, tanto più che come in appresso vedremo v'ha pure il mezzo di compensare ulteriormente sia le distanze che l'orientamento.

Come lo si disse già, il Porro proscriveva un tal metodo principalmente perchè obbligava ad assumere le stazioni visibili due a due fra di loro e sempre a distanza inferiore alla portata massima della stadia. Praticamente poi riteniamo riesca più difficile e richieda più perdita di tempo la scelta di due punti *convenienti* visibili da entrambe le stazioni che a stabilire la stazione susseguente in guisa che dalla medesima sia visibile la precedente.

In quanto al limite di distanza — quando questa, come nello esempio adotto, si può fissare, usando di Cleps grande modello, oltre i 350 metri, ci pare che dippiù non si possa pretendere senza andare incontro ad altri inconvenienti. D'altronde, lo ripetiamo, conviene limitare la distanza fra due successive stazioni a 200 metri al massimo, e possibilmente tenersi a distanze inferiori, allora il soddisfare alla condizione che la seconda stazione sia visibile dalla prima e viceversa lo si può quasi sempre ottenere senza alcuna difficoltà, nè perdita di tempo.

292. In quanto alle tolleranze sia nell'angolo azimutale, sia nella distanza dei due punti di stazione, che nelle quote altimetriche ai medesimi relative, il Moinot le stabilisce nel modo seguente:

« La tolérance sur l'angle horizontal ne doit pas dépasser « $0^c,50$ toutes les fois qu'on suppose qu'il n'y a rien qui puisse « influencer l'aiguille aimentée; les differences sont attribuées dans « ce cas à l'inégalité de frottement du pivot. La tolérance sur la

« distance ne doit guère atteindre $0^m,50$; sur la hauteur elle peut « être de $0^m,10$ à $0^m,15$ sans inconvenient. » *

Ai dati superiormente esposti dobbiamo fare seguire ordinatamente talune considerazioni:

1.° Per ciò che ha riflesso alla differenza nell'azimut reciproco di due stazioni consecutive, benchè nelle tabelle a pag. 361 e seguenti risulti contenuta entro limiti più ristretti (massima $0^s,30$ circa) tuttavia si può senza 'alcun inconveniente tollerare anche maggiore sapendosi già come tale differenza viene corretta. L'importante si è che la medesima si mantenga costante per tutto il tempo in cui dura la stazione, e per ciò è utile e consigliamo, prima di levare la stazione, di collimare nuovamente a quella precedente onde rileggere l'azimut relativo ed assicurarsi così della costanza della direzione del declinatore per tutta la durata della stazione stessa.

Qualora la differenza fosse molto sensibile, sarebbe prudente *rifare* la stazione precedente per assicurarsi nel modo il più sicuro che non si è commesso errore nella lettura dell'angolo azimutale e che tale differenza è esclusivamente dovuta alla imperfezione del declinatore.

Nel dubbio adunque si ripeta la stazione indietro per ciò solo che riflette la determinazione dell'azimut, operazione che si effettua in breve tempo e che vale la pena di eseguire sapendosi quanta importanza ha in tali lavori il rilevamento esatto degli angoli orizzontali;

2.° In quanto alle tolleranze sulle distanze orizzontali è difficile dare in massima dei limiti ben definiti giacchè si comprenderà facilmente che questi dipenderanno dalla potenza e perfezione degli istrumenti di cui si potrà disporre non meno che dalla scala che si vorrà adottare per la rappresentazione grafica del rilevamento.

La tolleranza massima di $0^m,50$ sulla distanza stabilita dal Moinot era compatibile coi mezzi istrumentali di cui disponeva (cannocchiale di piccola apertura, micrometro a 2 fili diastimometrici, e stadia in centimetri) e dal genere di rilievi dal medesimo eseguiti per studi cioè di progetti stradali da rappresentarsi alla scala di 1,2000, per cui l'errore massimo di $0^m,50$ veniva evidentemente espresso da una lunghezza di $\frac{1}{4}$ di millimetro.

* Moinot, Opera citata pag. 76.

D'altra parte nelle distanze rilevate con mezzi diretti sembra appunto che tale tolleranza $\left(\text{ossia } \frac{1}{200}\right)$ possa accettarsi nelle operazioni ordinarie in cui non si usano istrumenti di precisione (Curioni, *Corso di Topografia,* pag. 54), tolleranza che pare anche a noi non si possa contenere entro limiti molto più ristretti in una misurazione diretta e corrente ed in luoghi che presentino marcate ineguaglianze e frequenti accidentalità.

Coi diastimometri più perfetti tale limite si può sensibilmente restringere. Infatti abbiamo già veduto che col Tacheometro Soldati l'errore probabile nelle distanze risulta di $\pm$ 0,003 D ossia

$$\pm \frac{1}{333} \text{ circa.}$$

Col Tacheometro Salmoiraghi grande modello tale errore si riduce a

$$\pm 0{,}002\, D \text{ ossia a } \pm \frac{1}{500}$$

ed infine col Cleps grande modello a seconda che si faccia uso del micrometro B od A si possono restringere rispettivamente le tolleranze sulle distanze D a $\pm$ 0,00082 D ed a $+$ 0,00059 D ossia

$$\text{a } + \frac{1}{1244} \text{ ed a } \pm \frac{1}{1666};$$

limiti questi che non è possibile raggiungere colle misure dirette se non impiegando apparecchi speciali ed operando con una estrema diligenza il che certo non si verifica nelle ordinarie operazioni di topografia e se non in casi speciali.

Su tale proposito non possiamo esimerei dal riferire taluni dati importantissimi desunti dalla pregevole opera del Jordan* e da quella in corso di pubblicazione del Salmoiraghi più sopra citata.

Da esperimenti fatti per determinare l'errore delle misure eseguite con aste, nastri di acciaio e pertiche o canne è risultato:**

per misure con aste	0,0085	%
» » » nastri di acciaio	0,0320	»
» » » pertiche o canne	0,0790	»

Da esperimenti poi eseguiti da apposita commissione per

* Jordan D.r W., *Handbuch der Vermessungskunde.* Zweite Auflage. Erster Band. Stuttgart, 1877.

** Lo stesso Jordan, pag. 156.

giudicare il diastimometro Porro si sono ottenuti i seguenti risultati: *

Colla stadia $14^m,60 - 44^m,80 - 95^m,00 - 169^m,00 - 221^m,50 - 291^m,00$.

Colla catena 14 ,50 - 44 ,70 - 94 ,90 - 169 ,00 - 221 ,10 - 291 ,20.

Da altri esperimenti eseguiti con aste usate colla massima diligenza i risultati sono riusciti i seguenti:

Colla stadia 25,03 - 50,05 - 100,10 - 150,12 - 200,23.

Colle aste 25,03 - 50,06 - 100,12 - 150,18 - 200,24.

Se ora noi ricordiamo che usando del micrometro *A*, si può per quanto dipenda dalla potenza di questo diastimometro a stadia contenere l'errore entro il limite di $+ 0^m,04$ %, ossia $\frac{1}{2500}$ in più od in meno (§ 242), se lo studioso metterà a confronto questo risultato con quelli ottenuti colle misure dirette e coi dati più sopra riportati si formerà un concetto esatto della bontà di un tale istrumento, e come impunemente lo si possa usare nella generalità dei casi pratici, e si rinfrancherà maggiormente in tale giudizio quando saprà i *limiti degli errori tollerati* nelle misure catestali in diversi stati che si citano a modello per questo genere di osservazioni.

Il Regolamento Badese stabilisce come limiti d'errori tollerati i seguenti: **

lunghezze delle linee m.	in montagna m.	in pianura m.
30	0,50 %	0,40 %
60	0,40 »	0,30 »
150	0,25 »	0,17 »
300	0,20 »	0,12 »

Il Regolamento Wurtemburghese:

$0^m,10$ % sui terreni piani non inclinati più del 2 %

0 ,20 » » ad inclinazioni da 2 a 7 %

0 ,30 » » maggiormente inclinati.

Il Regolamento Prussiano concede in pianura ed anche in terreno non eccessivamente accidentato da $0^m,20$ a $0^m,30$ %.

---

* V. JORDAN, Opera citata a pag. 576.

** Lo stesso JORDAN a pag. 157-188.

Il Regolamento Svizzero, per misure in pianura:

Da	3^m	a	30^m		da 3^{cm} a 9^{cm}
»	30	»	60	secondo la precisione del-	» 12
»	60	»	90	la definizione dei confini	» 15
»	90	»	120		» 18

per misure in montagna si tollera fino il triplo di questi errori.

È quindi manifesto che usando il diastimometro a stadia del Cleps grande modello, ed operando anche nel modo il più corrente, si possono contenere gli errori probabili entro limiti di tolleranza molto più ristretti di quelli stabiliti e concessi dai succitati regolamenti.

3.° Al paragr. 243 comma *c)* abbiamo già esposto come i tacheometri in genere ed in ispecie il Cleps grande modello, siano eccellenti istrumenti livellatori e l'esempio adotto al paragrafo 288 ha addimostrato pure come si possano avere le quote altimetriche entro limiti di tolleranza molto più ristretti di quelli ammessi dal Moinot, limiti del resto che in taluni casi si possono ammettere senza scrupolo alcuno specialmente per la grande generalità dei punti di dettaglio.

Per i punti di stazione che determinano per così dire altrettanti capo-saldi e per altri punti speciali che espressamente si battono per costituire appunto dei capo-stabili, usando le debite cautele ed osservandoli da due o più stazioni e prendendo la media dei risultati quando la discrepanza è di pochi centimetri, si possano, i medesimi, determinare con tutta quella esattezza che comporta l'indole del lavoro che si deve eseguire.

CAPITOLO IV.

POLIGONAZIONI. — AZIMUT AUSILIARI. — DISTANZE ORTOGONALI FRA LE STAZIONI. — COMPENSAZIONI

293. Quando sul rilevamento di una porzione di terreno sono necessarie parecchie stazioni, scelti i punti di stazione nel modo indicato si collegano tra loro seguendo o l'uno o l'altro dei procedimenti esposti nel capitolo precedente.

Le rette che uniscono successivamente i diversi punti di stazione, determinano le così dette *poligonali.* Queste servono di comprovazione contro gli errori, a dare un criterio dell'esattezza raggiunta ad a compensare i risultanti col metodo delle medie aritmetiche, come ora vedremo con un esempio numerico.

Si distinguono tre specie di poligonazioni, cioè le *poligonazioni in catena* dette anche semplicemente *linee poligonali,* le *poligonazioni chiuse* e le *centrali.*

Le *poligonazioni in catena* si applicano specialmente quando il rilevamento si estende molto in lunghezza e poco in larghezza, come è il caso per lo studio di una strada, di un canale.

Nella fig. 132 è rappresentata la linea poligonale compresa fra i picchetti di stazione o di base, 119 e 131. Abbiam detto che le poligonazioni servono alla comprovazione dei collegamenti Infatti qualora fosse stata precedentemente eseguita una triangolazione topografica sul terreno da rilevarsi ed i punti di stazione 119 e 131 fossero due punti trigonometrici, si comprenderà di leggieri che calcolate le coordinate ortogonali dei punti 121, 123, 125, 127 e 129 queste aggiunte algebricamente a quelle del punto 119, dovrebbero dare perfettamente le coordinate dell'altro estremo 131.

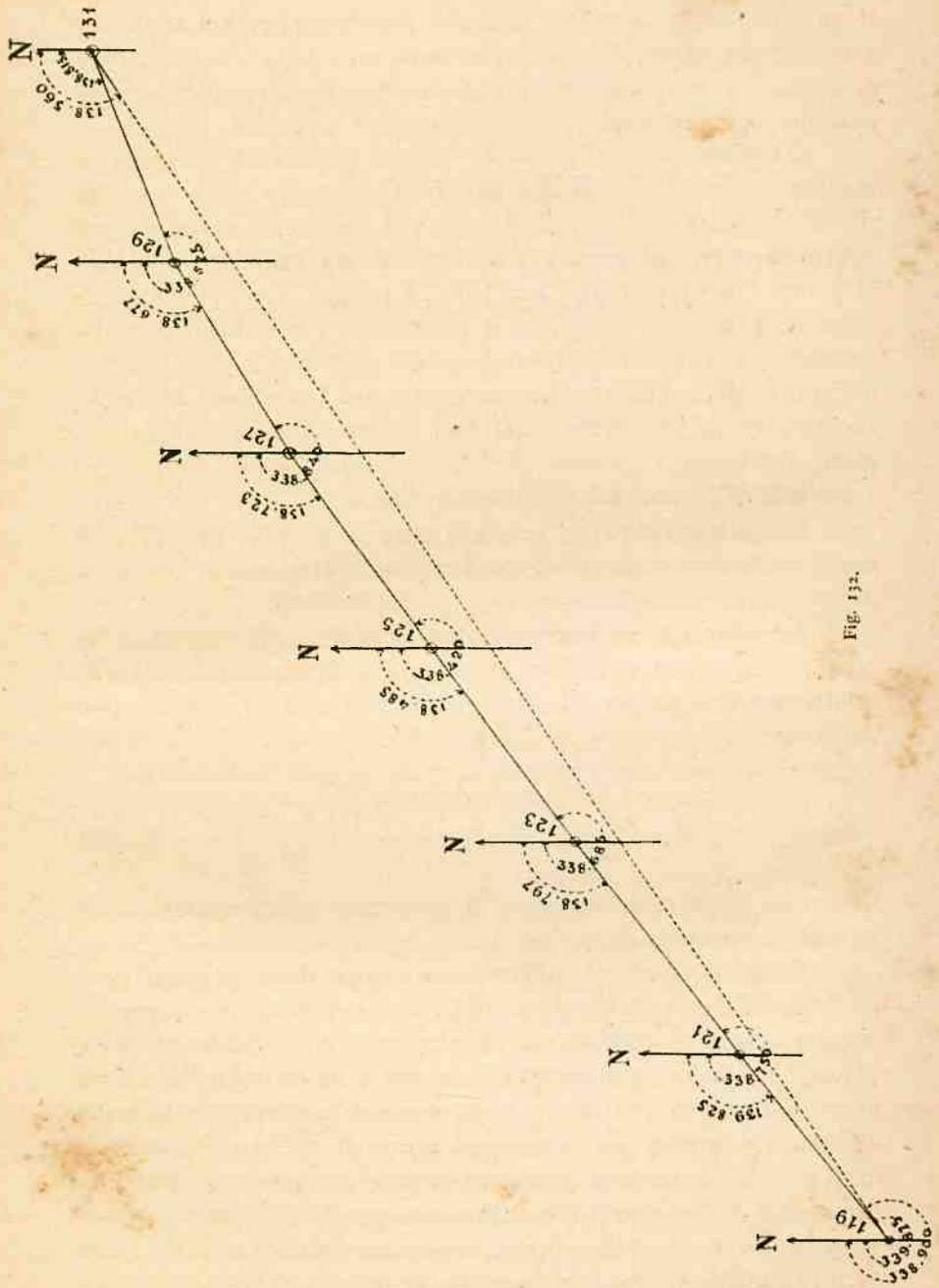


Fig. 132.

Qualora poi non si abbia sulla zona di terreno da rilevarsi alcun punto trigonometrico, allora si può procedere nel modo seguente, ossia spezzando le lunghe poligonali colla interpolazione di stazioni a semplice determinazione angolare θ reciproca, come ora spiegheremo meglio col sussidio della citata fig. 132.

Dalla stazione sul picchetto 119, si collimi ad un punto il più lontano possibile ma che non si scosti molto dalla zona da rilevarsi ad esempio il 131, dal quale poi, dopo eseguite le stazioni intermedie 121, 123, 125, 127 e 129, si dovrà collimare in dietro al punto 119 di partenza anzidetto. La linea 119-131 chiamasi comunemente un *orientamento*, e per essa si determinano semplicemente gli azimut, che diventano in tal guisa due azimut ausiliari mercè i quali comprovare e compensare poi le *residuali incertezze*, ancora esistenti nelle correzioni degli azimut di ogni singola stazione, incertezze rimanenti che alle volte accumulate potrebbero cagionare delle non tollerabili differenze.

La poligonale (119, 121, 123, 125, 127, 129, 131) che si appoggia sull'*orientamento* (119-131) prende il nome di *camminamento*.

La *differenza* dei due azimut determinati agli estremi della retta o lato 119 e 131 è $0^{c},085$ come è indicato nella tabella n.° III a pag. 422-423, che serve per la calcolazione delle coordinate ortogonali, ossia abbiamo

$$\left.\begin{array}{ll} \text{picchetto: } 119 = \theta = 338^{c},900 \\ \text{»} \qquad\quad 131 = \theta = 138^{c},815 \end{array}\right\} \Delta = 0^{c},085$$

Che ci rappresenta la correzione da apportare all'azimut del punto 131 per orientarlo su quella 119.

Se ora facciamo le differenze fra gli azimut reciproci delle stazioni 119, 121, 123, 125, 127, 129 e 131, e prendiamo la somma di tutte quelle differenze nel modo che in detta tabella è indicato e che qui riproduciamo, se non v'ha errore nella misura degli azimut anzidetti, si dovrebbe avere tale somma eguale alla differenza suddetta. Tale eguaglianza non si ha mai non essendo dato mai all'uomo di raggiungere il vero assoluto, ma potremo pretendere di accostarci il più possibile a tale eguaglianza, ed appunto coi due azimut ausiliari surriportati noi abbiamo il mezzo di verificare gli azimut delle singole stazioni non solo ma di compensare le residuali rimanenze.

TABELLA III.

Indicazioni	Angoli osservati: Numero	Angoli osservati: Gradi	Differenze	Azimut del circolo	Lati: Azimut θ	Lati: Lunghezza k	Ascisse $y = k \cos \theta$: parziali y positive	Ascisse: parziali y negative	Ascisse: totali Y	Ordinate $x = k \operatorname{sen} \theta$: parziali x positive	Ordinate: parziali x negative	Ordinate: totali X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Linea principale (orientamento)												
Stazione 60ª	119	— —	— —	— —	0 672	— — —	—	— —	23754 75	— —	— —	24367 78
		338 900	0 085		339 572	1665	969 64	—			1358 64	
		138 815										
» 66ª	131	— —	— —	0 757	— —	— — —	—	— —	24724 39	— —	— —	23014 14
Camminamenti												
60ª-66ª												
Stazione 60ª	119	— —	— —	0 672	— —	— — —	—	— —	24754 75	— —	— —	24367 78
		339 875 6	0 050 1		340 55	303	180 56 60	— —			244 4 11	
» 61ª	121	139 825 — —	— —	0 723	— —	— — —	—	— —	23935 31	— —	— —	24123 64
		338 750 1	399 953 4		339 47	219	127 2 75	— —			178 6 94	
» 62ª	123	138 797 — —	— —	0 677	— —	— — —	—	— —	24063 03	— —	— —	23944 68
		338 685 6	0 200 1		339 36	282	163 5 78	— —			230 8 25	
» 63ª	125	138 485 — —	— —	0 878	— —	— — —	—	— —	24226 78	— —	— —	23714 40
		338 420 1	399 697 8		339 30	261	151 2 25	— —			213 9 07	
» 64ª	127	138 723 — —	— —	0 576	— —	— — —	—	— —	24378 00	— —	— —	23501 31
		338 840 1	0 163 4		339 42	228	132 59 62	— —			186 10 08	
» 65ª	129	138 677 — —	— —	0 740	— —	— — —	—	— —	24510 59	— —	— —	23315 21
		338 575 7	0 015 7		339 32	369	213 0 84	— —			301 7 04	
» 66ª	131	138 560 — —		0 757	— —	— — —	—	— —	24724 39	— —	— —	23014 14
			0 078 85	0 085		1665	969 64 84				1353 64 49	

Difatti si scrivano di seguito e nel modo anzidetto gli azimut reciproci delle singole stazioni comprese fra i picchetti 119 e 131:

picchetto 119 . . .	339.875		
		$\Delta =$	$0^{gr},050$
» 121 . . .	139.825		
	338.750		
		$\Delta =$	$399^{gr},953$
» 123 . . .	138.797		
	338.685		
		$\Delta =$	$0^{gr},200$
» 125 . . .	138.485		
	338.420		
		$\Delta =$	$399^{gr},697$
» 127 . . .	138.723		
	338.840		
		$\Delta =$	$0^{gr},163$
» 129 . . .	138.677		
	338.575		
		$\Delta =$	$0^{gr},015$
» 131 . . .	138.560		
		$\Sigma =$	$0^{gr},078.$

Le incertezze rimanenti si riducono quindi a

$$0^{gr},085 - 0^{gr},078 = 0^{gr},007$$

ossia a sette millesimi di grado centesimale, che sarebbe ancora la differenza fra l'azimut delle due stazioni 119 e 131 e quelli del camminamento corretti già una prima volta nel modo che già sappiamo.

Tale residuale differenza oltre di fornirci un controllo della buona determinazione degli azimut, e quindi sicuri che in essi non v'ha errore propriamente detto, ci offre il mezzo di *compensare* la riscontrata *incertezza rimanente*, distribuendo e compensando tale differenza in proporzione del numero degli azimut e non dell'ampiezza dei medesimi, come appunto si vede praticata nella succitata tabella a pag. 422-423 in cui gli azimut compensati risultano infine quelli che si leggono nella colonna 6.ª della tabella anzidetta.

Le compensazioni* sono scoperta moderna del Gauss, il quale riconoscendo come alla perfezione matematica sia impossibile all'uomo il pretendere, cercò la legge secondo la quale i risultamenti pratici se ne possono discostare, e trovata quella ne fece l'applicazione alla geodesia. Il metodo di Gauss è quello dei minimi quadrati, che non è qui il luogo di svlluppare; solo diremo

* Porro, *Trattato di Celerimensura.*

che nelle condizioni in cui si conducono i lavori in base agli insegnamenti svolti in questo manuale, il semplice metodo della media fornisce risultati sensibililmente identici.

Analogamente dunque a quanto abbiamo visto applicato alla lettura alla stadia eseguita con micrometri provvisti di parecchi fili, non che alle diverse distanze dedotte dalle letture anzidette anche nelle compensazioni ausiliari si fa uso del metodo delle medie aritmetiche.

294. *Distanze ortogonali.* Controllate e compensate sia le distanze, che gli azimut di ciascun punto di stazione nel modo anzidetto, niente di più facile che la determinazione delle x, y, z parziali di ciascun punto di stazione riferito agli assi ortogonali passanti per la precedente quanto delle X, Y, Z di ciascuno di essi ossia delle distanze ortoganali dei medesimi dagli assi generali di riferimento.

Infatti noti gli azimut e le distanze rispettivamente registrati nelle colonne 6 e 7 della tabella a pag. 422-323 colle note formole (123)

$$y = k \cos \theta$$

$$x = k \operatorname{sen} \theta$$

avremo il valore delle distanze ortogonali del punto 121 rispetto agli assi coordinati ausiliari passanti pel 119, date da

$$y = 303{,}66 \times \cos 340^{g},55 = + 180^{m},60$$

$$x = 303{,}66 \times \operatorname{sen} 340\ ,55 = - 244\ ,11$$

ed essendo poi

$$Y = 23\ 754{,}75$$

$$X = 24\ 367{,}78$$

le coordinate generali planimetriche del punto 119 rispetto al sistema degli assi di riferimento di tutto il lavoro, avremo le Y' ed X' del punto 121, date da

$$Y' = 23754{,}75 + 180{,}60 = 23935{,}31$$

$$X' = 24367{,}78 - 244{,}11 = 24123{,}67.$$

Procedendo in tal modo arriveremo a determinare finalmente le coordinate generali Y ed X dell'ultimo punto di stazione 131 che sarebbero risultate

$$Y_{131} = 24724{,}59 \quad \text{ed} \quad X_{131} = 23014{,}19.$$

Ma le coordinate generali del punto 131 le possiamo anche determinare in altro modo e di queste servirci a controllare e compensare le prime nel modo che ora esporremo.

Per determinare le coordinate ortogonali del punto 131 rispetto al 119, si scorge di leggieri che ci occorre la distanza dell'*orientamento* 119-131, e tale distanza l'avremo considerandola come ipotenusa di un triangolo rettangolo di cui i cateti sono per uno la somma algebrica della x parziali di ciascun punto di stazione e per l'altro la somma algebrica delle y parziali delle stazioni anzidette vertici della poligonale compresa fra 119 e 131, somme che vedonsi già eseguite nelle colonne 8.ª e 12.ª.

Avremo quindi evidentemente

$$\text{lato: } (119\text{-}121) = \sqrt{\overline{969,84}^2 + \overline{1353,49}^2} = 1665^m,09$$

e le coordinate parziali del punto 131, rispetto agli assi passanti sul punto 119, saranno

$$y = 1665,09 \times \cos : 339^g,572 = + \ 969,64$$

$$x = 1665,09 \times \text{sen} : 339^g,572 = - 1353,64$$

(essendo $339^g,572$ l'azimut corretto del lato 119-131, rilevato dal punto 119).

Essendo poi

$$Y = 23754,75$$

$$X = 24367,78$$

le coordinate generali del punto 119 rispetto agli assi principali di riferimento del rilievo, avremo le $X'Y'$ del punto 131 riferite agli stessi assi coordinati principali da

$$Y' = Y + y = 24724,39$$

$$X' - X - x = 23014,14$$

invece precedentemente si era trovato

$$Y_{131} = 24724,59$$

$$X_{131} = 23014,19$$

con una differenza in più di $0^m,20$ sulle ascisse e di $0^m,05$ sulle ordinate, differenze che costituiscono le *incertezze rimanenti* sulle

distanze ortogonali già precedentemente calcolate. Se si rifletta allo sviluppo del poligono che è di $1665^{m},09$, le incertezze rimanenti sono tali da non uscire dai limiti della più rigorosa tolleranza. Ciò non ostante sapendosi dalla teoria della probabilità che *compensando ancora queste ultime differenze in proporzione di numero e non di lunghezza* dei lati della poligonale, si hanno risultati ancora più prossimi al vero, per ciò come si vede dalla succitata tabella a pag. 422-423, si è effettuato il riparto di quelle differenze su tutti i lati e si sono ottenute le posizioni compensate nel modo che figurano in detta tabella.

Se tutto fosse proceduto matematicamente esatto aggiungendo successivamente alle X, Y del punto 119 tutte le distanze ortogonali in $(x\,y)$ delle successive stazioni 121, 123 . . . 129 si sarebbe dovuto trovare alla fine pel punto di arrivo 131 le X, Y stesse state determinate in base alla *linea principale* od *orientamento*, ma siccome tale identità praticamente non si verifica mai, così col metodo esposto noi possiamo vedere se la differenza fra le $X\,Y$ del punto di arrivo nei due modi determinati stanno entro i limiti della tolleranza accordata, e poi come la teoria c' insegna ripartire le differenze residuali fra tutte le stazioni vertici della linea poligonale in parti eguali senza riguardo alla grandezza delle distanze ortogonali parziali.

295. *Poligonazioni in anello o chiuse.* Questi si applicano quando, con parecchie stazioni, si è girato intorno ad un ostacolo come un isolato di case, un bosco. Si avrà poi una comprovazione delle medesime se si verificherà

$$\Sigma x = 0$$

$$\Sigma y = 0$$

$$\Sigma z = 0$$

ossia se le somme algebriche delle coordinate di ciascun vertice rispetto al precedente, sono nulle.

296. *Poligonazioni centrali.* E questa la specie più generale di poligonali e che più frequentemente si deve impiegare. Esse costituiscono nel loro assieme la *rete poligonale* che serve al rilevamento di un intiero paese.

Dopo quanto si è detto in ordine alle poligonali in catena, crediamo superfluo lo spender parola sulle verifiche e compensazioni relative alle poligonazioni centrali, essendo le operazioni in

tutto analoghe a quelle esposte per le prime. Essendo poi alle volte parecchie le poligonali o *camminamenti*, come quella considerata precedentemente, che fan capo ad un punto, si avranno per questo non due (come nel caso precedente) ma tre, quattro valori delle coordinate definitive del medesimo dei quali prendere poi la media ed avere un valore di esse finale più prossimo al vero.

CAPITOLO V.

NORME PRATICHE PER LA DETERMINAZIONE DEGLI ORIENTAMENTI

297. Quando il terreno che occorre di rilevare si estende sensibilmente nel senso della lunghezza e poco in quello della larghezza come nel caso di uno studio per un progetto di una strada ordinaria, di un canale d'irrigazione o di una linea ferroviaria, o quando in generale il rilievo è così grande che necessitano parecchie stazioni, ma tale tuttavia che non è assolutamente necessario coordinarlo a punti trigonometrici, allora è questo il caso di appoggiare il rilevamento a semplici *rette cardinali* o di *base* denominate *orientamenti* e per i quali non si determinano che i soli azimut de' suoi estremi.

Nell'esempio numerico svolto al Cap. IV si prese per semplicità in esame un solo orientamento, ma il processo di calcolo è identico qualunque sia il loro numero, avvertendo solo che più i medesimi si potranno assumere lunghi, si avrà naturalmente nei risultati una maggiore approssimazione al vero. Ricorderemo ancora che alla serie di *orientamenti* occorrenti in un dato rilievo dipendentemente dalla estensione e particolare conformazione del terreno abbiam dato il nome di *poligonale* o *linea principale*, alle singole e secondarie poligonali che si appoggiano ai rispettivi orientamenti quello di *camminamenti*.

Ogni *camminamento* ed il suo *orientamento* costituisce un *poligono chiuso* e devono, per ognuno di questi, verificarsi i seguenti principii:

A) Che la somma degli angoli uguagli tante volte due angoli retti (200^{gr}) quanti sono i lati meno due (§ 47), eguaglianza che sussiste manifestamente quante volte la differenza fra gli azimut reciproci dei punti estremi dell'orientamento eguagli la somma

delle differenze degli azimut reciprochi di tutti i lati del corrispondente camminamento. (§ 293).

B) Che la somma algebrica delle coordinate ortogonali parziali di tutti i vertici del camminamento sia eguale alla differenza delle coordinate ortoganali assolute, dei punti estremi dell'orientamento (§ 294).

Mercè dunque gli orientamenti abbiamo il modo di *comprovare* e *compensare* i risultati delle nostre operazioni e vedere se i medesimi sono contenuti entro i limiti di tolleranza imposti o prestabiliti.

E qui c'incombe l'obbligo di dichiarare, che questo metodo di rilevamento topografico, il più comunemente usato e da consigliarsi nei rilievi di non molta estensione, l'abbiamo appreso dallo egregio ing. Giosuè Pensa, ed applicato coi più splendidi risultati nello studio delle linee ferroviarie Bologna, Portomaggiore e diramazione a Massalombarda, alla direzione delle quali era appunto preposto il prefato Ingegnere, ma chi per primo lo esplicava in tutti i suoi particolari e ne faceva larga applicazione con esito brillantissimo, si fu il distinto ingegnere cav. Carlo Villani, al quale per ciò spetta il merito rilevantissimo.

Atteso quindi alla importanza delle *linee cardinali* o *principali* sulle quali appoggiare i *camminamenti*, o poligonali d'infimo ordine, daremo qui le norme pratiche principali che hanno attinenza alla determinazione degli anzidetti *orientamenti*.

Supponiamo che il terreno da rilevarsi sia quello rappresentato dalla figura schematica 133, per rilevare il quale occorrano parecchie stazioni.

Si sceglierà un punto (I) dal quale si possa individuare la *direzione* (I-II) che si protende pressochè da un estremo all'altro della parte più estesa della proprietà da rilevarsi.

Per tale individuazione ci possiamo servire di un ordinario cannocchiale o di un comune binocolo da campagna.

Sul punto II, individuato con apposito picchetto, si pianterà un palone verticale munito di scopo. La retta (I-II) costituirà il nostro *orientamento*. Prima però di assumerlo definitivamente come tale occorre di far collocare un altro palone verticalmente sul punto (I), indi portarsi sull'(II) e traguardare col binocolo al primo onde assicurarsi che la visuale è talmente libera da poter collimare all'asse del palone su I col cannocchiale del Cleps (qualora si abbia sotto mano un tale istrumento) giacchè alle volte

succede che atteso alla eccentricità del cannocchiale (quantunque piccola) si può da 1 collimare al punto 11 e viceversa tale collimazione esatta (ossia all'asse del palone) non ha luogo dall'11 su 1 quantunque lo scopo sia in parte visibile. Si dovrà ancora scegliere il punto 11 in guisa che possibilmente si presti

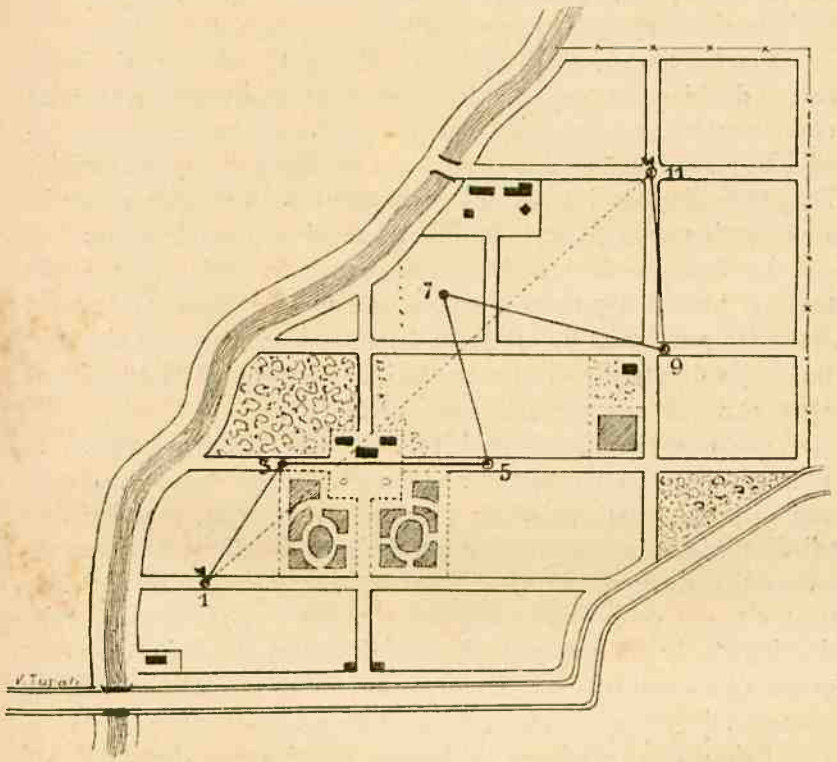


Fig. 133.

anche al rilievo di tutto il terreno circostante al medesimo. Individuata dunque la retta (1-11) colle avvertenze dianzi espresse, si fa stazione sul punto 1 e si rileva innanzi tutto e colla massima precisione l'azimut del lato (1-11), tanto col cannocchiale in posizione diretta o normale che in quella inversa, collimando ben inteso all'asse del palone. Ciò fatto si determina l'azimut del punto 3, indi si procede al rilievo di tutti i punti di dettaglio dipendenti dalla stazione su 1, e poscia si passa successivamente sui punti di stazione 3, 5, 7, 9 ed 11 nei modi che già sappiamo giacchè indicati in tutti i suoi particolari nel Cap. II.

Nel rilievo del *camminamento* (1, 3 5, 7, 9, 11) l'operatore ha la più ampia libertà, e, compatibilmente alla forma ed accidentalità del terreno, può vagare a suo piacere, ossia potrà stabilire le stazioni dove meglio le tornerà, sia ai riguardi della comodità che a quelli ben più importanti di arrecare il minor danno alla proprietà, vincolato solo alla condizione che due stazioni contigue siano reciprocamente visibili.

Questa libertà d'azione è una dei pregi rilevantissimi del sistema di rilievo in parola e che permette di operare in qualunque condizione anche le più accidentate e difficili e nelle quali riuscirebbe estremamente arduo l'operare seguendo i metodi antichi. Ciò parmi di tanta importanza pratica che mi obbliga a citare in proposito il seguente fatto fra i tanti a cui potrei accennare.

La ferrovia Bologna-Portomaggiore più sopra citata si distaccava, giusta il primitivo studio, dalla linea Bologna-Ancona. Ora nella primavera del 1884 fu disposto di studiare una variante allo scopo di stabilire una stazione indipendente nei pressi di Bologna, stazione che prese il nome di *S. Vitale.*

Era una variante di pochi chilometri, ma da svilupparsi in una zona di terreno zeppa di accidentalità e di ostacoli, canali, fossi di scolo fiancheggiati da piante di alto fusto, argini e fossati di fortificazioni militari, caseggiati, campi coltivati ad ortaggi e frutteti e dove perciò vi si trovava un arboratura foltissima e pressochè nel colmo della vegetazione. Ebbene, stante la facoltà di cui gode l'operatore col sistema di rilevamento in esame, il lavoro fu eseguito in pochi giorni senza difficoltà alcuna, e senza arrecare alle proprietà attraversate il menomo danno.

Ciò detto, torniamo al nostro argomento. Pervenuti sul punto (11) s'installerà quivi l'istrumento con le stesse cure e diligenze usate sul punto 1 e si determinerà l'azimut reciproco del lato od orientamento (11-1) sull'orizzonte di 11, previo, come si disse già, aver fatto situare un palone verticale munito di scopo sul punto indietro 1.

Se le letture angolari sono state eseguite con diligenza si dovrebbe trovare l'identità fra la differenza degli azimut reciprochi dell'*orientamento* (1-11) e la somma delle differenze degli azimut reciprochi di tutti i lati del camminamento (1, 3, 5, 7, 9, 11). Naturalmente tale identità la non si verica mai o quasi mai, ma qualora la sconcordanza fra i due risultati sia contenuta entro limiti molto ristretti, avremo una riprova sicura della bontà ed esattezza delle eseguite letture angolari.

Già un primo controllo che le determinazioni angolari sono giuste, è bene ricordare, che lo abbiamo dal confronto degli azimut reciprochi di ciascun lato del camminamento, oltrechè per gl'istrumenti taccheometrici muniti di due indici microscopici si ha per ciascun azimut un altra verifica, giacchè le letture agl'indici suddetti devono, come si sa, differire di 200^{gr}.

Avvertiamo poi che rilevati tutti gli angoli azimutali del poligono chiuso (1, 3, 5, 7, 9, 11) si procede in campagna stessa, e subito, a vedere se si verifica la proprietà sopraenunciata e di cui al comma *A*) trattandosi di un calcolo numerico breve e semplicissimo. Quando la *differenza* fra i due risultati determinati nel modo anzidetto fosse tale da infirmare l'esattezza del rilievo planimetrico al di là dei limiti di tolleranza prestabiliti, occorrerebbe rifare naturalmente il rilievo; quando invece tale differenza è contenuta entro i limiti anzidetti procederemo oltre sicuri e tranquilli che per quanto riguarda il rilevamento nel senso planimetrico, che in massima è il più importante, questo sfiderà il controllo il più rigoroso e potremo garantirlo esatto.

Rammentiamo poi che la *differenza* suddetta dovrà poi venire ripartita in parti eguali su tutti gli angoli del camminamento o meglio del poligono chiuso (1, 3, 5, 7, 9, 11), ma tale operazione rientra naturalmente in quelle di tavolo analogamente a quella di verificare se sussiste d'altra proprietà o principio di cui al comma *B*.

Qualora poi l'estensione del terreno nel senso della larghezza sia tale che non si possa rilevare con stazioni alternativamente a destra ed a sinistra dell'*orientamento* (1-11), come nella fig. 134 in questo caso si praticheranno due *camminamenti* mercè i quali rilevare l'intiero predio in due zone distinte una a destra e l'altra sinistra della linea di base, com'è indicato schematicamente nella fig. 134. Avremo in tal guisa, anzichè una, due poligonali che ci forniranno maggiori mezzi di comprovare e compensare i risultati dell'operazione di rilievo.

Infatti: per ciò che si riferisce al controllo degli azimut, questo lo si potrà avere nel modo indicato pel caso di un solo camminamento considerandoli distintamente. Siccome poi i due camminamenti (1, 3, 5, 7, 9, 11) ed (11, 13, 15, 17, 19, 1) presi nel loro insieme costituiscono un solo poligono chiuso, avremo, indipendentemente dall'orientamento, un altro controllo applicando al medesimo il teorema di cui al § 47 od al comma *A*.

Inoltre le coordinate ortogonali assolute del punto 11 dovranno riuscire identiche o pressochè a quelle risultanti sia dalla somma algebrica delle coordinate ortogonali parziali dei vertici (1, 3, 5, 7, 9, 11) che da quella delle coordinate ortogonali parziali dei vertici dell'altro camminamento (1, 19, 17, 15, 13, 11) oppure considerando che nel caso in ispecie si avrebbe una *poligonazione* in anello, per quanto si è detto al § 295 si potrebbe

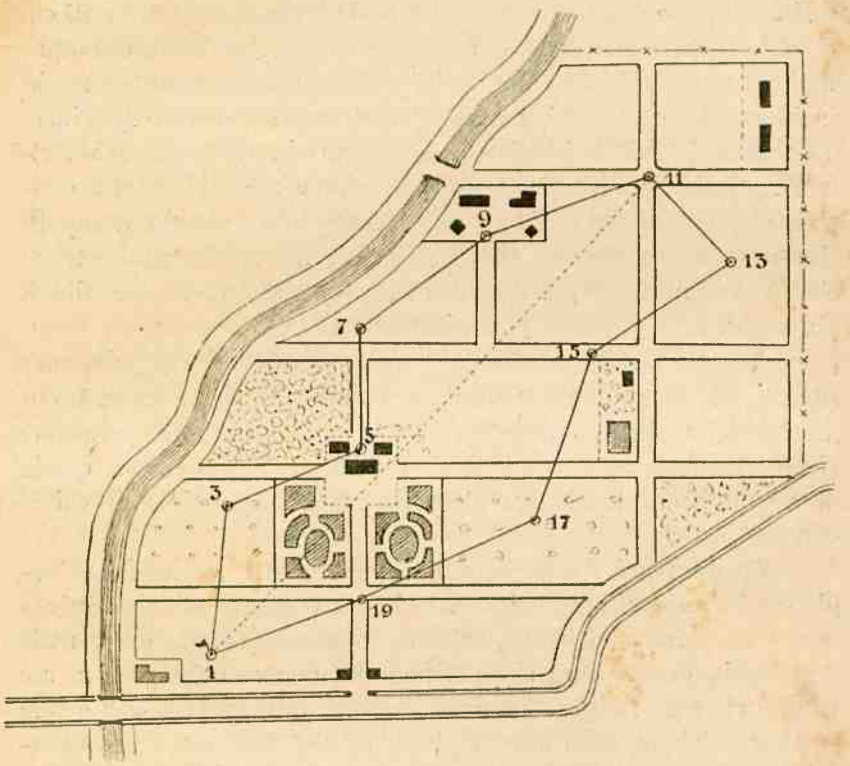


Fig. 131.

fare astrazione o prescindere dalla determinazione dell'orientamento giacchè: calcolate le coordinate ortogonali parziali di tutti i vertici del poligono chiuso (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 1) si dovrà avere

$$\Sigma x = 0$$
$$\Sigma y = 0$$
$$\Sigma z = 0.$$

Non parleremo di altri mezzi di controllo che facilmente si potrebbero avere come ad esempio collegando (durante l'operazione di rilievo) due punti dei due camminamenti come 5 e 17, oppure 7 e 15 mercè gli azimut reciprochi dei lati rispettivi 5-17, e 7-15 giacchè di tali controlli se ne possono stabilire ad esuberanza stante l' essenza puramente geometrica della moderna Topografia.

È qui da avvertirsi che tanto l'orientamento che i punti di stazione si possono stabilire, ed in molti casi è conveniente, a *priori* cioè un giorno o due avanti di passare al definitivo e particolareggiato rilievo del terreno, così la squadra degli operatori procederà seguente e spedita senza mai rimanere inoperosa. I punti di stazione si fissano come si è già detto con picchetti numerati distinguendo quelli degli orientamenti con picchetti più robusti e fissando sui medesimi delle aste munite di scopi o semplici banderuole. Si fa poi un grossolano abbozzo delle *poligonali principali* che il direttore dei lavori consegna alla squadra degli operatori come guida o traccia dei rilevamenti a farsi, libera poi la squadra anzidetta di stabilire come meglio crederà i punti di stazione o vertici dei *camminamenti* da appoggiarsi agli *orientamenti* suddetti già in precedenza fissati sulla zona di terreno da rilevarsi.

Quando gli orientamenti sono molti e si seguano per un lungo percorso (come vedremo fra breve) in tal caso si può disporre ed organizzare il programma di lavoro nel modo seguente: una squadra eseguisce l'operazione di rilievo relativamente alla *poligonale principale* costituita dagli *orientamenti,* un'altra ed anche, occorrendo, più d'una vengono appresso e rilevano le *poligonali secondarie* o semplici *camminamenti.*

Consideriamo ora il caso che il terreno da rilevarsi sia molto esteso nel senso della lunghezza e poco relativamente in quello della larghezza come appunto ha luogo nei rilievi per uno studio di progetto stradale e come viene indicato dalla figura schematica 135. In tale contingenza si comprende come debba riescire difficile, ed alle volte impossibili, lo stabilire un unico orientamento e come quindi si debba invece ricorrere alla determinazione di una serie d'orientamenti (ognuno della maggior possibile lunghezza) che costituiranno quella poligonale che abbiam chiamato *linea principale* o di base, sui lati della quale appoggiare poi altrettanti *camminamenti.* Così nella figura schematica succitata le singole rette (1-9) (9-19) (19-25) (25-33) sarebbero gli *orientamenti* costituenti la poligonale principale, e le poligonali secondarie

(1-3-5-7-9) (9-11-13-15-17-19) (19-21-23-25) (25-27-29-31-33) i singoli *camminamenti.*

Qualora poi il terreno fosse tale da permettere di individuare la *direzione* (1-33), niente di meglio, avremmo così il mezzo

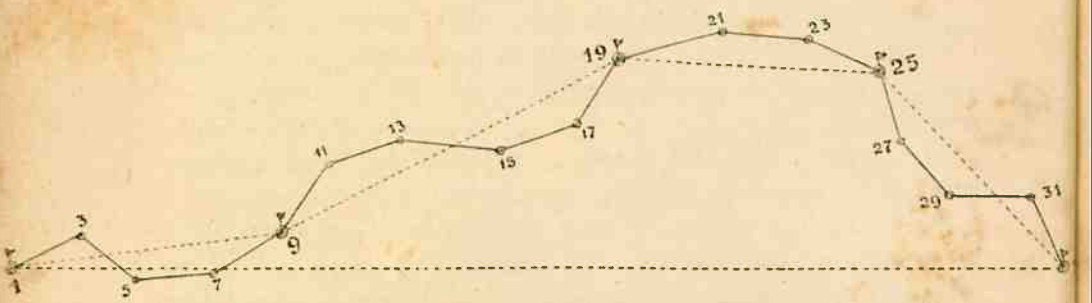


Fig. 135.

di comprovare e compensare anche i risultati per ciò che si riferisce alla *poligonale principale* (1-9-19-25-33) alla quale poi con maggior sicurezza riferirci per comprovare quelli relativi ai singoli *camminamenti* e raggiungere in tal guisa un limite di esattezza molto superiore e confinata entro i limiti della più ristretta pratica tolleranza.

Le due linee ferroviarie Bologna-Portomaggiore e Budrio-Massalombarda succitate la prima della lunghezza di k.^{tri} 46,946 e l'altra di k.^{tri} 26,415 furono appunto studiate basando i rilievi sopra due serie distinte di orientamenti analoghi a quella indicata nella fig. 135 e si ebbero risultati soddisfacentissimi come la si potè anche constatare e verificare nella esecuzione dei tracciamenti che si effettuarono con una speditezza e precisione invano attendibili cogli antichi procedimenti.

CAPITOLO VI.

TRIANGOLAZIONE TOPOGRAFICA

298. Accennando al Capitolo I di questa parte del trattato delle generalità sulle operazioni di campagna si è fatto in massima rilevare che prima di procedere al rilevamento topografico di una vasta plaga di terreno, non eccedente però il limite indicato al § 110, ed a cui in ispecie si riferisce questo trattato necessita premettere talune speciali operazioni delle quali appunto faremo parola in questo capitolo.

Una delle operazioni topografiche che conviene premettere al rilievo particolareggiato completo di una data estensione di terreno si è quella di scegliere fra tutti i punti del terreno di cui è necessario avere la proiezione sul piano orizzontale di rilevamento i più rimarchevoli ed importanti e nel supporli collegati mercè rette in guisa da formare una serie continua di triangoli connessi e disposti così che, dalla determinazione di tutti gli angoli e dalla misura diretta di un solo lato possano essere tutti successivamente risolti.

Tale operazione è quella che chiamasi *triangolazione topografica* per distinguerla dalla grande *triangolazione* che è operazione essenzialmente *geodetica* e che serve per la determinazione della figura della terra. La serie di triangoli orizzontali dicesi *rete trigonometrica*, i vertici dei medesimi appellansi *punti trigonometrici* ed il lato misurato prende il nome di *base*.

La triangolazione *topografica* di cui ora particolarmente trattiamo si appoggia alla prima, ma il principio su cui si basa è identico a quello suindicato e si procede con metodo analogo.

Le *reti trigonometriche* sono di vario ordine cioè di 1°, 2°, 3°, ordine a secondo della grandezza dei lati dei triangoli che le com-

pongono, ed i triangoli stessi di cui risultano si sogliono analogamente denominare di 1°, 2°, 3° ordine, distinzione che si estende anche ai vertici dei medesimi, per cui si hanno i vertici di 1°, 2° e 3.° ordine.

Ciò premesso, e prima di dare le norme pratiche per la determinazione di una triangolazione topografia e di esporre i procedimenti da seguirsi per le diverse calcolazioni relative ad una sifatta operazione, occorre avvertire lo studioso che nella misurazione degli angoli dei triangoli componenti le diverse reti trigonometriche si segue in generale il sistema di misurare *effettivamente gli angoli delle direzioni* ai diversi punti trigonometrici di diverso ordine collegati al centro di stazione, anzichè quello che noi abbiamo indicato e seguito sin qui come il normale ed i cui vantaggi abbiamo a suo luogo indicato, e che consiste nel misurare gli angoli che tali direzioni azimutali fanno con una *determinata direzione fissa* scelta ad arbitrio (che per noi è quella data dal declinatore magnetico annesso a tutti gli istrumenti tacheometri) e dalla loro differenza dedurre l'angolo vero compreso dai piani verticali passanti pel centro dello istrumento e per i punti di mira. Inoltre in tale delicata operazione si suole pure adoperare teodoliti a divisione sessagesimale (come nella determinazione di talune reti trigonometriche del Regno) e possedendo quindi l'operatore o venendogli affidato, uno di tali istrumenti abbiamo creduto opportuno seguire in questa parte un tale sistema, così lo studioso avrà campo anche di esercitarsi sul calcolo degli angoli espressi in gradi sessagesimali, e sulle tavole trigonometriche relative, e ciò tanto più in quanto che, è superfluo il dirlo, sia che si adoperi un goniometro a divisione antica o moderna, sia che si segua l'uno o l'altro metodo di misurare gli angoli le differenze sono puramente di forma anzichè di sostanza.

Ciò nonostante ci riserbiamo nel capitolo seguente di indicare il processo da seguirsi per la determinazione e calcolazione di una rete topografica, quante volte si faccia uso di istrumenti a divisione centesimale e nella misurazione degli angoli si segua il sistema proprio e normale dalla moderna topografia, così avremo occasione di vedere come un tal metodo di rilevamento si presti egualmente bene a tutte indistintamente le varie operazioni comprese nel vasto campo della Topografia, da quelle di infimo alle altre del più elevato ordine, come abbiamo in tutti i suoi particolari già esposto, ma limitatamente a quei rilevamenti che pote-

vano stare da sè senza bisogno cioè di appoggiarli e coordinarli ad una serie di reti trigonometriche.

Esporremo ora le norme pratiche, per la determinazione di una rete puramente topografica non che le istruzioni relative per il calcolo della medesima.

299. *Scelta, stabilimento e conservazione dei punti trigonometrici.* La scelta dei punti vertici della rete trigonometrica e di quelli di dettaglio viene, per quanto è possibile, fatta contemporaneamente colla scorta di carte corografiche (se ve ne hanno) del terreno su cui si deve stabilire la rete topografica e servendosi all'uopo di un goniometro, per esempio una bussola od un sestante a riflessione. Percorrendo il terreno si misureranno approssimativamente gli angoli che faranno le visuali dirette a ciascuno dei siti scelti a *priori* come punti trigonometrici, riscontrando se i triangoli che ne risulterebbero si scostano molto dalla forma tipica che in massima dovrebbero presentare e di cui diremo in appresso.

Fra i punti trigonometrici si comprenderanno a preferenza gli osservatori astronomici, le stazioni meteorologiche, i fori e gli idrometri.

In quanto al loro numero questo varia dipendentemente dal metodo che verrà seguito nel rilevamento dei particolari del terreno.

Per i rilevamenti catastali del piccolo principato di Schwarzburg-Sondershausen diretti dal celebre generale Baeyer si premise una serie di reti trigonometriche che fornirono un punto trigonometrico di infimo ordine per ogni 4 ettari circa, e ciò perchè nel lavoro di riempimento, ossia nel rilievo dei minimi particolari del terreno, si operò collo squadro di riflessione, colla catena e colla pertica. In quelli invece relativi al compartimento modenese in cui giusta le disposizioni dell'art. 69 del Regolamento 8 giugno 1882, nelle operazioni del rilievo degli appezzamenti erano esclusi i metodi meramente grafici ed ingiunto il sistema moderno della celerimensura, il numero dei punti trigonometrici venne sensibilmente ridotto e stabilito approssimativamente di 6 in media per ogni mille ettari di terreno giusta le istruzioni in proposito emesse col Decreto ministeriale 2 febbraio 1884.

I segnali che distinguono i punti trigonometrici si possono dividere in tre distinte categorie a seconda dell'ordine a cui i medesimi appartengono.

a) per i punti trigonometrici di 1.° ordine, ottimi segnali saranno, sia per la loro stabilità quanto perchè facilmente presi

di mira a notevole distanza, le croci di campanili, di cupole, di frontoni di chiese, le banderuole di altane, le aste anemometriche, i parafulmini, ecc.

Per la conservazione di questi punti, ritenuta la loro stabilità, altro non occorre che fare del luogo e dell'oggetto un disegno in prospettiva;

b) per i punti trigonometrici di 2.° ordine buoni segnali saranno i fumajoli di solida costruzione, i frontoni di case, le torri, i belvederi, ecc., sui quali devesi collocare una bandiera coll'asta verticale a cui dirigere la visuale nell'atto di misurare gli angoli. Onde potere poi ad ogni occorrenza ritrovare il vero sito del segnale e ricollocarvelo, si fissano saldamente nel muro due anelli di ferro entro i quali deve entrare l'asta che serve di segnale, e questi anelli si coordinano con misure a spigoli od altri oggetti fissi vicini redigendo all'uopo un abbozzo del modo con cui sono stati riferiti;

c) infine i punti di ultimo ordine e scelti generalmente sul terreno vengono provvisoriamente individuati con piuoli infitti nel suolo e collegati con misure ad oggetti stabili per potervi in seguito collocare il segnale definitivo consistente in un termine di pietra interrato a conveniente profondità ed anche quando occorra con pilastrino in muratura per la più sicura loro conservazione su cui s'innalza pure un'asta con bandiera.

I termini in pietra di cui sopra hanno sezione rettangolare con un triangolo equilatero scolpito sulla faccia superiore ed una scanalatura intagliata in una faccia laterale, onde segnare il vero centro di stazione ed il sito preciso ove collocare l'asta colla bandiera (fig. 136 *a*, *b*, *c*).

Sulla sommità delle montagne, ed in tutti i luoghi rocciosi ove non sia possibile piantare saldamente i segnali nel terreno, si costruiscono pilastrini in muratura di forma piramidale tronca a base quadrata, attraversati nel loro asse e per tutta l'altezza da un foro verticale ove innestare l'asta colla bandiera.

Il foro deve corrispondere ad un triangolo scolpito sovra un sasso collocato nel suolo alla base del pilastrino oppure scolpito sulla roccia nuda se il pilastrino è costruito sul vivo di essa (fig. 137 *a*, *b*).

La scelta dei punti di infimo ordine si fa generalmente dopo la determinazione di quelli di 1.° e 2.° ordine, e dovendo essi servire come punti di appoggio pei rilevamenti dei minuti particolari del terreno si dovranno avere specialmente presenti le avvertenze seguenti:

di scieglierli in guisa da potere stazionare sui medesimi collo istrumento;

di stabilirli nei siti i più importanti ed a distanze tali da poter servire al collegamento dei minuti particolari del terreno che si dovranno poscia rilevare ed ai medesimi coordinare dipendentemente dal sistema o metodo che verrà adottato per il rilievo particellare;

di fissarli possibilmente nei luoghi scoperti onde poterne determinare la loro posizione coi metodi che in appresso diremo:

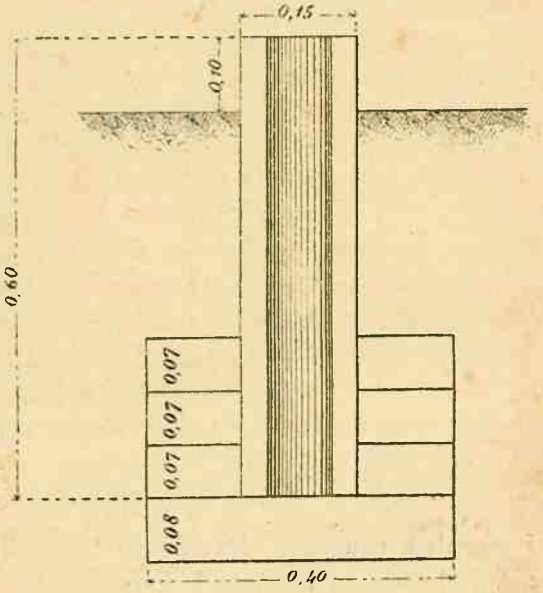


Fig. 136 *a*.

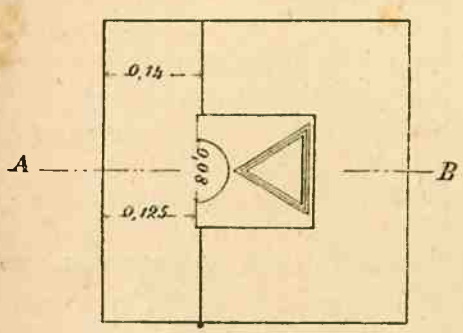


Fig. 136 *b*.

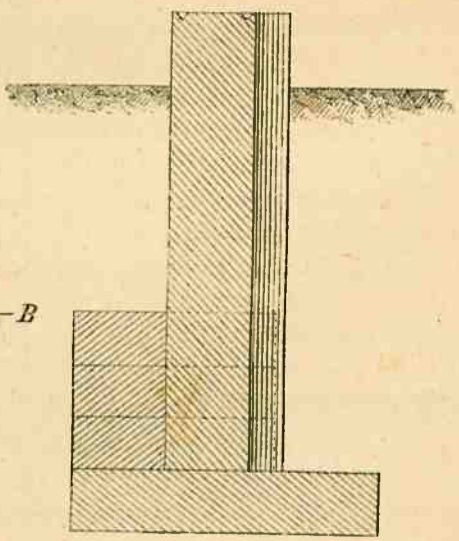


Fig. 136 *c*.

di distribuirne a preferenza lungo le linee che segnano i confini dei singoli territori o dell'intiero terreno su cui si opera onde potere rilevare con esattezza i confini anzidetti.

Come si è detto per i punti trigonometri di 1.° e 2.° ordine, così per quelli di 3.° ordine, onde con tutta facilità riconoscere

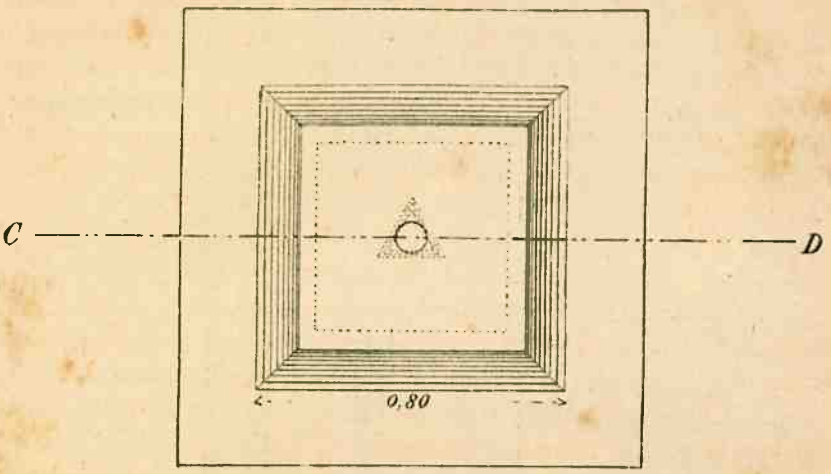


Fig. 137 *a*.

i segnali e rimettere al vero sito i piuoli ed i termini e pilastrini che rispettivamente li individuano, ed anche per evitare il

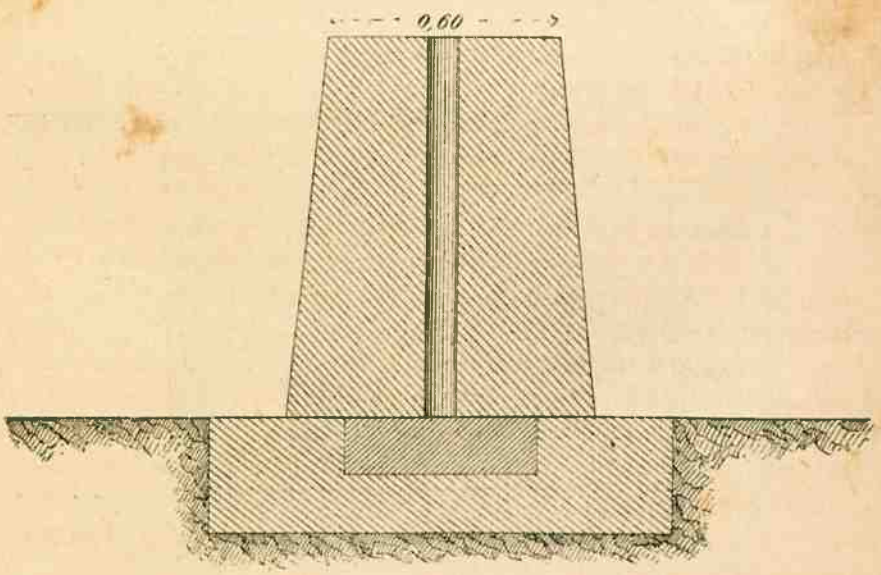


Fig. 137 *b*.

pericolo di confondere due punti che si trovino nella stessa visuale, si fa per ogni punto uno schizzo od abbozzo, i quali si ri-

portano e conservano in apposito registro con una breve descrizione del luogo ove si trova e delle particolarità atte a riconoscerlo. Nella pianta figurativa si dovranno tracciare le direzioni o visuali ai punti osservati nel *giro di orizzonte* su di esso eseguito.

Per la determinazione dei punti trigonometrici di 1.° ordine occorre misurare tutti gli angoli dei triangoli dai medesimi formati. In quanto a quelli di 2.° ordine la loro determinazione si può ottenere con uno dei seguenti metodi da applicarsi a seconda delle circostanze locali:

Mediante un triangolo avente per base un lato di 1.° ordine e di cui si possono misurare i tre angoli:

Con due triangoli aventi un lato comune e le cui basi siano lati di triangoli di 1.° ordine (per ciascuno di questi due triangoli può bastare la misura di due soli angoli);

Col metodo della trisezione detto anche di Pothenot e di cui appresso indicheremo il processo.

Da ultimo per la determinazione dei punti trigonometrici di 3.° ordine, ai quali appoggiare il rilevamento dei minuti particolari del terreno, verranno i medesimi stabiliti mercè almeno tre visuali condotte dai vertici della rete di 2.° ordine assumendone per basi i lati.

In taluni casi speciali si potranno determinare anche con uno dei metodi seguenti:

Misurando solo gli angoli agli estremi del lato comune ai due triangoli che determinano il punto di dettaglio come or ora si disse;

Applicando il metodo di Pothenot più sopra indicato.

In generale poi non si scelgono per punti della rete trigonometrica oggetti su cui o presso la verticale dei quali non si possa far stazione.

Potendo tuttavia accadere che in qualche sito come ad esempio nei boschi e selve folte e molto estese, si debba accettare qual vertice della rete un punto su cui non sia possibile fare stazione, devesi allora aver cura di soddisfare almeno alle seguenti condizioni:

1.° Che si possa far stazione sopra tutti i punti direttamente ad esso legati;

2.° Che gli angoli che hanno il loro vertice sul punto suddetto formino un intiero giro di orizzonte.

Di mano in mano che una zona è riconosciuta, cogli ele-

menti del quaderno delle monografie si forma un grafico dimostrativo della ricognizione nella scala di 1 : 25000 nel quale si nota il numero d'ordine di ciascun punto e si tracciano le direzioni ai punti circostanti da esso osservati.

300. *Forma più conveniente da assegnarsi ai triangoli.* Fra le diverse condizioni a cui devono soddisfare i punti trigonometrici abbiamo già accennato anche a quella che i medesimi si trovino disposti in guisa da formare una rete di triangoli ben condizionati o non scostantisi assai da una forma tipica conosciuta come la più conveniente per le ragioni che appresso vedremo.

Non ostante la perfezione dei goniometri che si avranno sotto mano, e malgrado le cure ed attenzioni usate nella misurazione degli angoli di un dato triangolo della rete trigonometrica, questi saranno sempre affetti da piccoli ma inevitabili errori. Si comprende facilmente che tali errori avranno una diversa influenza sulla lunghezza dei lati dipendentemente dalla forma speciale di quel dato triangolo. Vediamo quindi quale è la forma più opportuna e vantaggiosa da assegnarsi ad un triangolo perchè dati gli stessi errori angolari siano minimi gli errori che inevitabilmente si rifletteranno sui lati corrispondenti.

Abbiasi il triangolo $A\,B\,C$ di cui la *base* $A\,C$ e l'angolo A si possono ritenere esatti. Suppongasi che nella misura dell'angolo C siasi commesso l'errore $\delta\gamma$ che produce sul lato opposto $A\,B$ l'errore rappresentato dalla lunghezza $B\,B$.

Egli è evidente dalla semplice ispezione della fig. 138 che

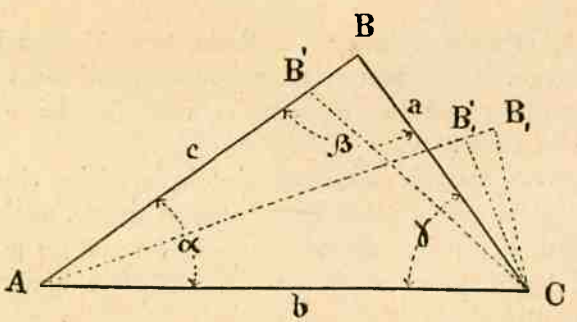


Fig. 138.

per lo stesso errore $\delta\gamma$ la quantità $B\,B'$ è tanto più piccola quanto più l'angolo B si avvicina ad essere retto e quanto più $\delta\gamma$ ed a saranno piccoli giacchè la quantità anzidetta $B\,B'$ è analiticamente

espressa e rappresentata da $\delta\gamma a$. Facendo analoghe considerazioni sull'angolo in A, che dapprima si suppose esatto, siamo egualmente condotti a conchiudere che un errore $\delta\alpha$ commesso nella sua misura determinerà un corrispondente errore sul lato opposto BC che sarà tanto minore quanto più piccolo sarà il lato AB e quanto più l'angolo B si accosterà ai 100^{gr} (90°), dal che necessariamente dobbiamo inferirne che per quanto riflette l'*influenza degli errori angolari sui lati* la forma più conveniente e preferibile sarà quella del *triangolo isoscele rettangolo* come quello evidentemente che meglio soddisfa alle suespresse condizioni.

Supposti ora esattamente misurati gli angoli alla base α e γ, esaminiamo la influenza esercitata sui lati a e c, da un piccolo errore δb commesso nella misurazione della base b.

Indichiamo con δa e δc gli errori che necessariamente proveranno sui lati a e c in conseguenza dell'errore δb di cui è affetta la base b, allora il triangolo dato si trasformerà in un altro di lati $a + \delta a, b + \delta b, c + \delta c$ e di angoli α, β, γ.

Siccome poi in ogni triangolo rettilineo i lati sono proporzionali ai seni degli angoli opposti si può stabilire l'equazione:

$$(a + \delta a) \operatorname{sen}\beta = (b + \delta b) \operatorname{sen}\alpha$$

ed essendo poi

$$a \operatorname{sen}\beta = b \operatorname{sen}\alpha$$

avremo:

$$\delta a = \delta b \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\beta}. \qquad (1)$$

L'equazione (1) ci dimostra:

1.° Che $\delta a = \delta b$ quando $\alpha = \beta$;

2.° Che $\delta a \lessgtr \delta b$ secondo che $\alpha \lessgtr \beta$;

3.° Che δa risulta il più piccolo possibile quando $\operatorname{sen}\beta = 1$ ossia quando $\beta = 100^{gr}$ (90°).

Ora mettendo in confronto la base b coll'altro lato c si verrebbe alle stesse conclusioni e quindi che δc sarà pure il più piccolo possibile quando $\beta = 100^{gr}$ (90°), il che ci porta alla conseguenza che anche nel caso in ispecie, ossia onde rendere poco influenti sugli altri lati le inesettezze occorse nella misura della

base la forma più vantaggiosa da assegnarsi ai triangoli è quella del *triangolo isoscele rettangolo.*

Una tale condizione è praticamente inammissibile in una rete trigonometrica di 1.° ordine stantechè si comprende facilmente che occorrerebbe far decrescere successivamente i lati di ciascun triangolo. Infatti, supposto retto l'angolo β, i lati a e c sarebbero più piccoli di b, i lati che alla lor volta si appoggerebbero su a e c riuscirebbero per la stessa ragione più piccoli ancora e così di seguito e si arriverebbe ben presto a delle proporzioni inammissibili. Si potrebbe ovviare a tale inconveniente assegnando ai triangoli la forma equilatera pure vantaggiosa come quella pure che rende meno influenti sugli altri lati le piccole inesattezze occorse nella misurazione della base e degli angoli.

Ma anche quest'ultima condizione, che scende come conseguenza delle considerazioni fatte sulla fig. 138 e sull'equazione (1), praticamente non si può sempre realizzare, ragione per cui si assumono triangoli di forma svariatissima purchè non presentino (specialmente per le reti di 1.° e 2.° ordine) un angolo maggiore di 135^{gr} (121°) o minore di 35^{gr} (31°). In alcuni casi particolari, come nei triangoli che servono alla determinazione dei punti di dettaglio o di infimo ordine, si possono accettare angoli che sorpassino i limiti suesposti, ed arrivare ad un minimo di 20^{gr} (18°) e ad un massimo di 180^{gr} (162°).

301. *Limite della lunghezza dei lati, risoluzione dei triangoli, base.* Nelle grandi triangolazioni geodetiche si hanno lati che alle volte eccedono i 100 chilometri, ma nelle semplici reti trigonometriche si sta entro limiti sensibilmente più ristretti e si scende sino a pochi chilometri.

In generale per una semplice triangolazione topografica si incomincia collo stabilire una rete di triangoli di 1.° ordine su tutta la superficie da rilevarsi i cui lati non eccedano in lunghezza i 10 chilometri.

Pel rilievo e collegamento delle mappe catastali del compartimento Modenese, lavori che furono eseguiti sotto l'alta direzione dell' Ill.^{mo} comm. Cesare Razzaboni si è premessa la formazione di una *rete trigonometrica di* 1.° *ordine* (appoggiata ai vertici della triangolazione geodetica eseguita dallo Istituto geografico militare) costituita di triangoli i cui lati non eccedono gli 8 chilometri, ad eccezione di quelli che servono direttamente al collegamento coi lati delle reti geodetiche dello istituto anzidetto.

Per la determinazione poi dei punti di dettaglio o di 2.° ordine, mediante lo spezzamento dei triangoli della suindicata rete, si è formata un'altra serie di triangoli (o rete trigonometrica di 2.° ordine) i cui lati hanno lunghezze molto minori e variabili da 6 a 2 chilometri circa. Ed è alla serie di questi ultimi minori triangoli che viene appoggiato tutto il rilevamento particellare o dei minimi particolari del terreno.

La ragione per cui non si devono assumere nella rete trigonometrica principale, lati la cui lunghezza sia maggiore di 10 chilometri, sta in ciò che, eccedendo sensibilmente un tale limite, le projezioni dei vertici della medesima sulla superficie terrestre non si possono più considerare come unite da rette ma realmente da archi di circolo massimo e quindi i triangoli che ne risultano sono sferici anzichè rettilinei, la risoluzione dei quali spetta all'alta geodesia. In una circonferenza di 40 milioni di metri, quali prossimamente può ritenersi quella di un circolo massimo della terra supposta sferica, un arco $A\,T\,A'$ (figura 139) della lunghezza di $10{,}000^{m}$ sottende una corda $A\,S\,A' = 9999^{m},998$ come risulta dal seguente semplicissimo calcolo.

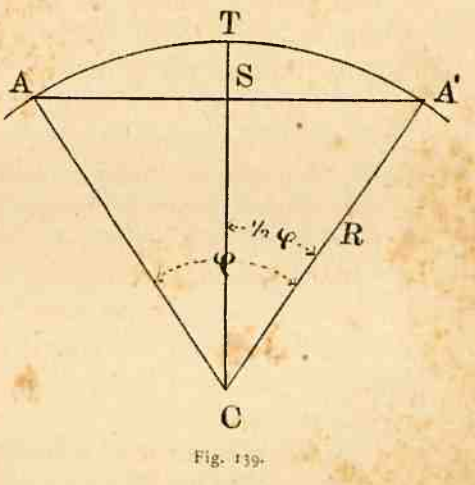


Fig. 139.

Sia φ l'angolo sotteso dall'arco anzidetto.

Atteso la proporzionalità esistente fra la lunghezza degli archi e le ampiezze corrispondenti avremo:

$$10{,}000{,}000^{m}\ \text{(quadrante)}:\ 100^{gr} :: 10{,}000^{m} : \varphi = 0^{gr},001.$$

Dal triangolo rettangolo $S\,A'\,C$ posto

$$R = 6^{m},366{,}198 \text{ (valore medio del raggio terrestre)}$$

$$S\,C\,A' = \frac{1}{2}\varphi - 0^{gr},\ 0005$$

si ha:

$$S\,A' = R \operatorname{sen} \cdot \frac{1}{2}\varphi = 6{,}366{,}198 \times \operatorname{sen}\ 0^{gr},0005$$

ed applicando il calcolo logaritmico

$$\begin{aligned} \text{log.} \quad & 6{,}366198 = 6{,}803880 \\ \text{log. sen.} \quad & 0^{sr}{,}0005 = 6{,}895090 \\ \text{log.} \quad & SA' = 3{,}698970 \\ \text{Antilogaritmo} \quad & SA' = 4999{,}999 \end{aligned}$$

e quindi

$$ASA' = 9999{,}998$$

differenza ($0^{m}{,}002$) certamente al disotto della più ristretta tolleranza e che ci permette di considerare i triangoli che ne risultano rettilinei anzichè sferici. Oltre la suesposta vi hanno altre ragioni che consigliano di contenere la lunghezza dei lati della rete trigonometrica principale al disotto di $10{,}000^{m}$ e fra queste la difficoltà di ben puntare ad un oggetto lontano, la quale cresce col crescere della distanza e quindi gli errori per quanto piccoli ma inevitabili che si commetteranno sempre nella misura di un angolo (dipendentemente dalla imperfezione dello istrumento e per uno stesso istrumento anche dalla personalità dell'operatore) si renderanno tanto minori sul lato opposto quanto più brevi saranno i lati che comprendono l'angolo. Inoltre contenendo i lati fra i limiti da 8 a 5 chilometri circa si ha il notevole vantaggio di un più regolare spezzamento per la rete di 2.° ordine, ovviando di passare dall'una all'altra con un numero troppo grande di triangoli essendo evidente che la determinazione di una rete sarà tanto più esatta quanto minore sarà il numero dei triangoli che la compongono.

Quest'ultima considerazione ci porterebbe a concludere che si dovesse anzi assegnare ai lati dei triangoli la maggior lunghezza, il che se da una parte è vero, dall'altra abbiamo già visto tutti gl'inconvenienti che ne risultano, i quali non compensano il vantaggio che ne seguirebbe, rispetto all'esattezza, qualora ai lati dei triangoli della rete principale si assegnassero lunghezze maggiori di 10 chilometri.

Colle norme or ora esposte circa la forma matematica più conveniente e preferibile che possibilmente dovrebbero presentare i singoli triangoli della rete trigonometrica, ed ai limiti entro i quali dovrebbero contenersi le lunghezze dei singoli lati dei triangoli anzidetti, tenuto presente il grafico dimostrativo della intiera ricognizione e di cui si è fatto parola in fine del § 299 si for-

nerà il *progetto definitivo della rete trigonometrica* coll'indicazione dei punti di dettaglio e di infimo ordine.

Tale progetto sarà costituito da un *piano grafico* redatto pure come il precedente nella scala 1 : 25,000 e da un libretto contenente l'elenco della successione dei triangoli da calcolarsi seguendo il procedimento di cui or ora diremo. Per la compilazione dello elenco suddetto può servire un registro come quello di cui si dà qui appresso il modello: *

REGISTRO N. 1

SUCCESSIONE DEI TRIANGOLI DA CALCOLARSI.

(MODELLO *A*).

Numero progressivo	NOME DEI PUNTI			ANNOTAZIONI
	Da determinarsi	Di appoggio		
1	Casino Maggiera	Modena	Bagno	
2	» Cappelli	Modena	Cas.° Maggiera	
3	Casiglia	Cas.° Maggiera	» Cappelli .	
4				

Ricoperta tutta la zona di terreno da una o più serie di triangoli la cui forma e dimensioni soddisfino per quanto possibile alle condizioni superiormente indicate, la determinazione o risoluzione di ogni singolo triangolo può essere eseguita secondo uno dei tre seguenti mezzi fornitici dalla trigonometrica rettilinea, mezzi che servono ad identificare un dato triangolo.

1.° Misurando i tre lati;
2.° Misurando un angolo e due lati;
3.° Misurando un lato e due angoli.

L'ultimo mezzo è il solo applicabile praticamente trattandosi di una rete trigonometrica stante il lungo tempo, le cure speciali che occorrono, e le difficoltà non lievi da superarsi per eseguire colla richiesta precisione la misura diretta di una data

* Modello estratto dalle Istruzioni sinottiche di cui a pag. 451.

lunghezza, specie quando questa è piuttosto rilevante il che abbiamo avuto occasione di far osservare altrove e su di che dovremo ritornare in seguito.

Quante volte adunque non esistano sulla zona di terreno da rilevarsi dei punti trigonometrici appartenenti ad una rete geodetica, anche seguendo il 3.° dei mezzi suindicati occorrerà sempre la misurazione diretta di almeno un primo lato di un triangolo, lato che prende allora il nome di *base*.

Di quanto riguarda la delicata operazione che si riferisce alla scelta ed alla misurazione di una *base*, ci occuperemo in seguito e particolarmente in apposito capitolo.

Per ora ci limiteremo ad additare che per quanto sia la cura posta nella misurazione della *base* e degli angoli, non sussisteranno meno dei piccolissimi errori i quali mano mano trasmettendosi ed accumulandosi hanno per effetto di spostare la vera posizione dei vertici dei triangoli e sempre più a mano a mano che si procede verso l'estremità della rete. Per ciò si consiglia di assumere per quanto possibile la *base* verso il centro della zona di terreno sulla quale si deve eseguire la triangolazione, e di procedere alla misurazione di un altro lato della rete che prende il nome di *base di verificazione*, giacchè mettendo a confronto la lunghezza di questo secondo lato, ottenuta mercè il calcolo, con quella risultante dalla misurazione diretta si ha appunto il modo di verificare se i due risultati sono oppur no contenuti entro i limiti di tolleranza prestabiliti; nel primo caso potremo ritenere esatta tutta la parte di triangolazione che ha servito a stabilire calcoli, nel secondo occorrerà rifare l'operazione, giacchè le triangolazioni topografiche, essendo destinate appunto a collegare ed orientare tutto il rilevamento e ad impedire che gli errori inevitabili in simili operazioni possono propagarsi ed accumularsi è necessario che le triangolazioni anzidette siano eseguite colla massima esattezza, della quale dobbiamo accertarci in tutti i migliori e più sicuri modi possibili. Per ciò tutti i lati della rete comuni a due o più triangoli dovranno essere calcolati due o più volte per vie differenti, e così vedere se i vari risultati ottenuti per uno stesso lato concordano o differiscano entro i limiti ristretti di tolleranza *a priori* fissati e di cui in seguito si farà parola. In complesso non si dovranno trascurare tutti quei mezzi di verificazione, che il metodo puramente geometrico ci fornisce, onde assicurarci che la precisione e l'esattezza dell'operazione che ha tratto colla formazione di una rete trigonometrica nulla lascia a desiderare.

302. *Misura degli angoli, calcolo dei lati, tolleranze relative.* Per quanto riflette la misurazione degli angoli, le verifiche e rettifiche necessarie al buon uso di un goniometro, appartenente al tipo Teodolite, ben poco abbiamo da aggiungere dopo quanto è stato in proposito esposto nel presente Trattato e particolarmente al Cap. III, parte III ed al Cap. IV della parte IV.

Diremo soltanto che colle istruzioni sinottiche emanate col R. Decreto 2 febbraio 1884* per la formazione della rete trigonometrica per i rilevamenti catastali del compartimento Modenese, e che abbiamo preso in parte a guida nello sviluppare le norme pratiche da seguirsi per la determinazione di una triangolazione topografica, istruzioni che crediamo saranno indubbiamente seguite nello stabilimento delle reti occorrenti nelle altre regioni del Regno, vengono date, in ordine alla misura degli angoli, fra le altre, le seguenti disposizioni:**

La misura degli angoli sarà eseguita con teodoliti che diano l'approssimazione dei 10″ ($0^{gr}003086$) alla prima lettura e col metodo della *reiterazione* (§ 166).

In ogni punto di stazione colla scorta delle indicazioni del grafico (§ 299) si misurano gli *angoli delle direzioni* ai diversi punti trigonometrici e di dettaglio ad esso collegati.

Per il valore di ciascuno degli angoli dei triangoli della rete (*principale*), si prende la media aritmetica di tre misure.

Per il valore di ciascuno degli angoli che servono alla determinazione dei punti di dettaglio, si prende la media di due sole misure.

Misurati i tre angoli di un triangolo si deve riconoscere di quanto la loro somma differisca da 180° (200^{gr}). Succedendo che la differenza ecceda la *tolleranza*, fissata come appresso, si debbono ripetere le osservazioni difettose, conservando però le prime coll'annotazione *annullata.*

Sulla somma degli angoli dei triangoli della rete è accordata la tolleranza massima di 40″ ($0^{gr},012346$). Per i punti di cui si accennò in fine al § 299 sui quali viene a formarsi un giro di orizzonte di angoli conchiusi, si accorda la medesima tolleranza nella differenza che vi può essere fra la loro somma e 360° (400^{gr}).

* *Istruzioni e modelli per la formazione della rete trigonometrica pel nuovo catasto del compartimento Modenese.* (Legge 4 gennaio 1880 n.° 5222. — Serie 2.ª e Regolamento 8 giugno 1882, n.° 839. — Serie 3.ª)

** Veggansi gli art.ⁱ 23, 26, 27, 30 e 31 delle Istruzioni suddette.

Ciò premesso, data la *base* e i tre *angoli* del triangolo la formula trigonometrica generale che serve alla calcolazione degli altri due *lati* è la seguente:

$$b = a \frac{\text{sen. } \beta}{\text{sen. } \alpha} \qquad (2)$$

nella quale b ed a sono i lati rispettivamente opposti agli angoli β e α.

Se poi gli angoli determinati per osservazione fossero due soltanto si conchiuderà il terzo sottraendo la somma dei primi due da 180° (200^{gr}).

Prima di esporre il procedimento da seguirsi in questa calcolazione dobbiamo premettere le seguenti avvertenze:

Nei Teodoliti a divisione sessagesimale, e nei Tacheometri moderni a divisione centesimale, la graduazione procede in generale da sinistra a destra per un osservatore supposto collocato nel centro del circolo azimutale, ossia procede nel senso in cui camminano le sfere di un orologio, e quindi nel misurare un dato angolo si collimerà prima al punto di destra indi a quello di sinistra.

Per ogni punto di mira si collimerà successivamente col cannocchiale a destra e sinistra o viceversa a seconda dell'istrumento che si adopera.

La misura degli angoli verrà eseguita colla scorta delle indicazioni del *piano grafico definitivo* di cui superiormente si è fatto parola, e pel valore di ciascun angolo si terranno presenti le norme in proposito esposte a seconda che i triangoli appartengono ad una rete principale o secondaria.

I risultati delle osservazioni angolari s'inscrivono in apposito registro intitolato: *Libretto delle osservazioni azimutali*, e che può essere del tipo qui appresso indicato, tipo che naturalmente verrà dall'osservatore modificato a seconda dello istrumento di cui disporrà per la misura degli angoli. Quello riportato è il tipo di registro adottato dallo Istituto topografico militare e serve per un teodolite *Repsold* a divisione sessagesimale e munito di due nonii.

LIBRETTO N. 2

DELLE OSSERVAZIONI AZIMUTALI.

(MODELLO *B*).

Stazione alla Terrazza dell'Istituto topografico mili[tare] ..... *188* *istrumento* ..... *Osservatori* .....

Numero dello strato	Destra o sinistra	Tempo Ore	Tempo Minuti	OGGETTO	COLLIMAZIONE	Gradi	Minuti	Microscopi o nonii I Minuti	I Secondi		II Minuti	II Secondi		Medi dei microscopi o nonii Minuti	Medi dei microscopi o nonii Secondi	Medie osservazioni Gradi	Medie osservazioni Minuti	Medie osservazioni Secondi		Direzioni ridotte ad una origine Gradi	Direzioni ridotte ad una origine Minuti	Direzioni ridotte ad una origine Secondi		Elementi di riduzione, misure e notazioni diverse
1	*D*	—	—	1. Senario . .	Campanile .	0	—	00	110	3	01	124	3	—	234	0°	03′	54′′	6	0°	0′	0′′	0	Stazione in centro.
	»	—	—	2. Monte Pilli	Frontone . .	92	—	60	03	—	50	295	»	—	298	92	59	58	0	92	56	03	4	
	»	—	—	3. S. Romolo	Campaniletto	230	—	20	163	5	20	210	3	—	273	30	26	13	8	230	22	19	2	
2	*S*	—	—	1. Id. . .	Id. . . .	270	—	0	185	5	0	151	0	—	336	70	05	36	5	0	0	0	0	
	»	—	—	2. Id. . .	Id. . . .	3	—	0	51	3	0	65	0	—	11	3	01	56	3	92	56	19	8	
	»	—	—	3. Id. . .	Id. . . .	140	—	20	227	0	20	255	0	—	482	40	28	02	0	230	22	25	5	
3	*D*	—	—	1. Id. . .	Id. . . .	30	—	0	145	3	0	150	5	—	295	30	04	55	8	0	0	0	0	
	»	—	—	2. Id. . .	Id. . . .	122	—	60	26	0	60	29	8	—	55	123	00	55	9	92	56	00	1	
	»	—	—	3. Id. . .	Id. . . .	260	—	20	195	8	20	239	5	—	435	260	27	15	3	230	22	19	5	
4	*S*	—	—	1. Id. . .	Id. . . .	300	—	0	209	4	0	183	3	—	392	300	06	32	7	0	0	0	0	
	»	—	—	2. Id. . .	Id. . . .	33	—	0	80	3	0	85	0	—	16	33	02	45	3	92	56	12	6	
	»	—	—	3. Id. . .	Id. . . .	170	—	20	291	—	20	247	5	—	538	170	28	58	5	230	22	25	8	

Le lettere *D* ed *S* della 2.ª colonna indicano se si osserva col cannocchiale a *destra* oppure a *sinistra*. Per ciascuna direzione occorre specificare cosa si collima dell'oggetto a cui si collima, com'è indicato nella finca intestata *collimazione*, eseguendo al caso uno schizzo nella colonna delle annotazioni tanto dell'oggetto a cui si collima quanto del segnale od edificio su cui si fa stazione, precisando sopratutto il centro trigonometrico, e quando si dovrà osservare *ex centro* (il che alle volte può accadere) il punto di stazione colle misure di riferimento al segnale od edificio. Si accennerà pure sommariamente al modo di funzionare dell'istrumento non che le condizioni generali atmosferiche, la data, l'ora in cui le osservazioni vennero incominciate ed ultimate, il tipo dell'istrumento, in complesso tutte le circostanze che hanno potuto avere un'influenza nelle osservazioni stesse.

I valori degli angoli delle direzioni azimutali si riepilogano poi su di un altro registro del modello seguente trascrivendoli dal libretto delle osservazioni azimutali e di cui or ora si è fatto parola.

LIBRETTO N. 3

RIEPILOGO DELLE DIREZIONI AZIMUTALI.

(Modello C).

Stazione in centro all'Istituto topografico militare .....

Libretto N.° ..... *Istrum.°* ..... *Dal* _____ *al* .....

Numero dello strato	Destra o sinistra	Posizione del cerchio orizzontale		Direzione a *Senario*				Direzione a *Monte Pilli*				Direzione a *San Romolo*				Direzione a			
		Gradi	Minuti																
1	*D*	0		0	0	0	0	92	56	03	4	230	22	19	2				
2	*S*	270		0	0	0	0	92	56	19	8	230	22	25	5				
3	*D*	30		0	0	0	0	92	56	00	1	230	22	19	5				
4	*S*	300		0	0	0	0	92	56	12	6	230	22	25	8				
										35	9			90	0				
				0	0	0	0	92	56	08	98	230	92	22	50				

Tacchini, *Topografia*.

Ogni strato di osservazioni viene registrato in una sola riga, premettendovi il suo numero, il *D* od *S* ricavati dal registro precedente ed i gradi e minuti della direzione che serve di origine alle altre dello strato. Questa direzione viene contrasegnata da uno zero nella propria colonna e le altre direzioni dello strato si riportano nelle rispettive colonne deducendole dal succitato registro. Sotto l'ultimo strato si fanno le medie e riduzioni occorrenti.

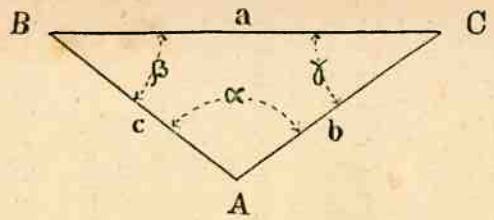
Analogamente si praticherà per le direzioni dei punti di infimo ordine, ma verranno registrati separatamente. La colonna di sinistra si intesterà col nome del punto della rete che serve di origine degli strati relativi.

Ciò premesso passiamo ora alla calcolazione definitiva dei singoli triangoli quando si conosce la base ed i tre angoli, servendoci all'uopo del seguente registro (modello *D*) che oltre di obbligarci ad un metodo costante ed ordinato, tanto indispensabile in qualsiasi calcolazione, servirà all'occorrenza per verificare l'esattezza dei calcoli già eseguiti.

PER LA CALCOLAZIONE DEI TRIANGOLI.

(Modello D).

A B C Denominazione dei punti trigonometrici vertici del triangolo
$\alpha\ \beta, \gamma$ = angoli osservati
α', β', γ' = angoli corretti



Formule per la calcolazione dei lati

a = base nota = 7875.5

$$b = a\frac{\text{sen}.\beta'}{\text{sen}.\alpha'}\ ; \qquad c = b\frac{\text{sen}.\gamma'}{\text{sen}.\beta'}$$

Nome dei punti e formazione degli angoli	ANGOLI AI VERTICI Osservati	ANGOLI AI VERTICI Corretti	Logaritmi dei seni degli angoli corretti	Calcolo dei lati	Lati in metri
A (.....)					
$d = 251°.28'.44'',6$				log. a = 3.8962781	a = 7875.50
$s = 133.54.35,0$	$\alpha = 117°.34',9'',6$	$\alpha' = 117°.34'.4',6$	9.9475995	*c log. sen. α = 0.0523396	
			+ 609	log. sen. β' = 9.7267032	
			9.9476604		
B (.....)					
$d = 140°.25'.14'',3$				log. b = 3.6753209	b = 4735.04
$s = 108.12.46,3$	$\beta = 32°.12'.28'',0$	$\beta' = 32°.12'.23'',0$	9.7266264	c. log. sen. β' = 0.2732968	
			+ 768	log. sen. γ' = 9.7019193	
			9.7267032		
C (.....)					
$d = 171°.50'.33'',7$				log c = 3.6505360	c = 4472.37
$s = 141.36.56,3$	$\gamma = 30°.13'.37'',4$	$\gamma' = 30°.13'.32'',4$	9.7018022		
			+ 1171		
			9.7019193		
	180°.00.15″,0	180°.00.00″,0			
	$\frac{1}{3}$ errore = + 5″				

* Rammentiamo che la lettera *c* preposta a *log* significa: *complemento logaritmico.*

Mercè l'esempio numerico che abbiamo sviluppato ed inserto nel registro anzidetto si comprenderà anche più facilmente il procedimento, del resto semplicissimo, da tenersi nella calcolazione dei lati b e c del triangolo $A\,B\,C$, (nota la base a e tutti gli angoli α, β, γ direttamente misurati) e così determinare la posizione del punto trigonometrico A.

Il procedimento è adunque il seguente:

1.° Si scriveranno i nomi dei vertici del triangolo mettendo al posto di A il nome del *punto da determinarsi*, ed al posto di B e C i nomi degli altri due che comprendono tra loro la *base* conosciuta, sia perchè misurata direttamente, sia perchè lato comune ad una rete geodetica precedentemente determinata, B sarà sempre la sinistra, C sempre la destra della base, riferendosi ad un individuo che posto in A guardi la base stessa.

2.° Trascrivendoli dal libretto n.° 3 (modello C) si riporteranno nella prima colonna del registro in esame le corrispondenti direzioni azimutali e si formeranno gli angoli osservati α, β, γ mediante sottrazione della direzione di sinistra da quella di destra per ogni punto, angoli che si inscriveranno nella seconda colonna.

3.° Se le osservazioni fossero perfette si dovrebbe trovare $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, ma naturalmente un tale risultato non si verifica pressochè mai, e quindi si riscontrerà una piccola differenza in più o in meno dovuta ad errori commessi nelle collimazioni e nelle letture o ad imperfezione dell'istrumento. In ogni modo sappiamo già che tale differenza ossia l'*errore di chiusura del triangolo* non dovrà mai essere superiore alla tolleranza massima di 40″ più sopra indicata. Questo errore (che nell'esempio adotto si è di 15″) diviso per tre ed apportato con segno contrario a ciascuno degli angoli α, β, γ dà origine agli *angoli corretti* $\alpha'\ \beta'\ \gamma'$ della terza colonna la cui somma risulta così di 180°.

L'errore di chiusura può essere all'occorrenza ripartito sugli angoli col tener conto dei seguenti criteri:

Delle condizioni nelle quali si sono eseguite le misure di ciascun angolo;

Di rendere più facili le calcolazioni per mezzo delle tavole logaritmiche facendo in modo che le cifre dei secondi rappresentino sempre nei loro valori un multiplo del n.° 5.

4.° Si cercheranno i seni di questi angoli corretti (mercè le tavole logaritmiche *sessagesimali dei seni, coseni*, ecc.) che si registreranno nella colonna quarta di fronte agli angoli rispettivi.

5.° Si procederà alla calcolazione definitiva del triangolo, scrivendo al posto assegnato nella 5.ª colonna il logaritmo della base a, indi si determinerà il valore del lato b mercè la nota formola trigonometrica alla quale applicando il calcolo logaritmico si ha

$$\log.\ b = \log.\ a + (\log.\beta' - \log.\alpha')$$

e facendo uso del *complemento aritmetico* (§ 44) per convertire la sottrazione in somma, gli elementi per la calcolazione di b si trovano quindi disposti com'è indicato nell'esempio numerico riportato, dalla cui somma posta di fronte all'angolo β' si ha il logaritmo di b, e passando dai logaritmi ai numeri si ha il valore del lato b che s'inserisce nell'ultima colonna.

Analogamente si procederà per la calcolazione del lato c.

Si avverte che nella ricerca dei logaritmi dei seni si dovrà tener conto anche dei decimi di secondo come trovasi praticato nell'esempio addotto, e che si dovranno tanto per i logaritmi anzidetti che per quelli dei lati adoperare tavole a 7 cifre decimali. Nel passare dai logaritmi ai numeri corrispondenti basterà arrestarsi alla seconda cifra decimale.

Quanto sopra per ciò che riguarda la calcolazione dei triangoli appartenenti alla rete topografica principale. Per la calcolazione invece dei triangoli della rete secondaria che determinano cioè i punti di secondo ordine, si procede in modo analogo assumendo per *base* i lati relativi alla rete trigonometrica principale, conchiudendo però gli angoli che non si sono misurati direttamente colla solita condizione che la somma dei tre angoli di ciascun triangolo dia 180° (200^{gr}.)

Diremo ora delle *tolleranze* ammesse nella lunghezza dei lati.

Calcolati i triangoli della rete principale, che hanno un lato comune con una rete geodetica se preesiste (come si verificava nel caso della formazione della rete trigonometrica del compartimento modenese, come altrove si disse) oppure partendo da una base direttamente misurata, si procederà alla calcolazione dei successivi in modo che si possa arrivare per vie diverse ad ottenere due valori di uno stesso lato della rete trigonometrica anzidetta.

Per la differenza fra i due valori che in tal modo si vengono ad ottenere di uno stesso lato, nella rete trigonometrica del modenese più sopra citata, era accordata la tolleranza di 0^{m},25 per 1000 metri.*

* *Istruzioni* succitate, art.° 39.

Le operazioni trigonometriche anzidette furono però condotte con tale accuratezza che la tolleranza anzidetta risultò effettivamente del 0,07 per mille. *

Nelle operazioni ordinarie, e per reti meno estese e di minor importanza si può stabilire la tolleranza di 1^m per 1000^m.

Se adunque la differenza fra le due lunghezze trovate per uno stesso lato è contenuta entro i limiti delle prestabilite tolleranze, si prenderà per lunghezza vera di detto lato la media aritmetica dei due valori.

Se la differenza è maggiore debbonsi rivedere le calcolazioni precedenti e le correzioni degli angoli ed ove ciò non basti a scoprire l' errore, devonsi ripetere in campagna le necessarie operazioni.

Le stesse osservazioni valgono anche allorquando calcolata la serie dei triangoli che intercede fra la base di partenza e quella di arrivo (*base di verificazione*) si trovi fra i due valori di quest'ultima, l'uno determinato col calcolo, l'altro dedotto dalla misura diretta, una differenza eccedente il limite della fissata tolleranza.

In quanto poi alle reti secondarie, nelle differenze fra i valori dei lati comuni dei triangoli che determinano i punti di 2.° ordine è ammessa naturalmente una tolleranza maggiore, così nelle reti parziali della triangolazione del compartimento modenese più volte citata era ammessa fra due valori di uno stesso lato di un triangolo di infimo ordine la tolleranza massima di $0^m,35$ per 1000 metri ** tolleranza che all'atto pratico risultò soltanto di 0,11 per mille *** il che dà un concetto della precisione ottenuta in quelle misure.

Ma come si disse più sopra per reti trigonometriche di minore importanza e non dirette allo scopo importante a cui tendevano quelle suindicate, si possono fissare tolleranze maggiori e tener buoni i risultati quand' anche la differenza superasse 1^m ed anche $1^m,50$. Nel caso poi che le differenze eccedessero i limiti prestabiliti, si dovranno analogamente a quanto abbiamo detto per

---

* Rapporto a S. E. il signor Ministro delle Finanze sulle operazioni catastali eseguito nel compartimento modenese, del Direttore Comm. C. Razzaboni, pag. 4.

** *Istruzioni* succitate art.° 42.

*** Rapporto succitato, pag. 4.

la rete principale, rivedere i calcoli antecedenti, le correzioni apportate agli angoli, quelli conchiusi, e se ad onta di ciò non si riuscisse a trovare la causa delle differenze, si dovrà procedere alla rimisurazione degli angoli, che impiegati nel calcolo condussero a risultati erronei.

303. *Riduzione degli angoli dal centro di stazione al punto o vertice trigonometrico.* Essendo i punti trigonometrici determinati in generale da segnali molto elevati e di tal natura da non potersi far stazione sui medesimi nè sulla verticale passante per gli stessi, in taluni casi è quindi gioco forza far stazione in un altro punto, prossimo a quello che costituisce il vertice dell'angolo da misurarsi. Per ciò non potendosi rilevare il vero angolo occorrerà procurarsi quei dati che si prestano alla sua ricerca, alla sua determinazione. Una tale operazione è quella appunto che dicesi generalmente *riduzione al centro di stazione*, ma noi più propriamente chiameremo: *riduzione degli angoli dal centro di stazione* (su cui si fa realmente stazione per la misura degli angoli) *al punto trigonometrico* (sul quale invece si dovrebbe, e talvolta non si può far stazione), ed anche semplicemente, *riduzione al punto trigonometrico*. *A B C* (fig. 140) sia un triangolo appartenente ad una

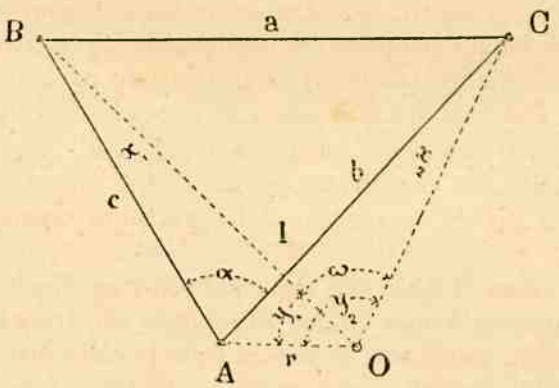


Fig. 140.

rete trigonometrica di 1.° ordine; *A* il *vertice o punto trigonometrico* sul quale non si può far stazione, *O* un punto prossimo al medesimo sulla cui verticale si può installare lo istrumento.

Occorre misurare direttamente:

1.° La distanza

$$A\,O = r$$

che dicesi *eccentricità;*

2.° Rilevare l'angolo

$$B\,O\,C = \omega$$

detto *angolo di direzione;*

3.° Misurare gli angoli di orientamento al punto di stazione O, cioè:

$$A\,O\,B = y_1 \quad \text{ed} \quad A\,O\,C = \omega + y_1$$

detti *angoli di posizione.*

Indichiamo con x_1 ed x_2 rispettivamente gli angoli

$$A\,B\,O \text{ ed } A\,C\,O.$$

Essendo l'angolo $B\,I\,C$ esterno ai due triangoli

$$I\,O\,C \text{ ed } I\,A\,B$$

avremo:

$$B\,I\,C = I\,C\,O + I\,O\,C = x_2 + \omega$$

$$B\,I\,C = A\,B\,I + I\,A\,B = x_1 + \alpha$$

dalle quali:

$$x_2 + \omega = x_1 + \alpha$$

ossia:

$$\alpha - \omega = x_2 - x_1. \tag{3}$$

Atteso alla piccolezza degli angoli x_1 ed x_2 possiamo considerare sensibilmente e rispettivamente eguali ai lati $A\,C$ ed $A\,B$ le distanze $O\,C$ ed $O\,B$, e siccome in ogni triangolo i lati sono proporzionali ai seni degli angoli opposti avremo:

$$\text{sen}\,.\,x_2 : \text{sen}\,(\omega + y_1) :: r : b$$

da cui

$$\text{sen}\,.\,x_2 = \frac{r\,\text{sen}\,(\omega + y_1)}{b} \tag{4}$$

analogamente

$$\text{sen}\,.\,x_1 : \text{sen}\,y_1 :: r : c$$

da cui

$$\text{sen}\,.\,x_1 = \frac{r\,.\,\text{sen}\,.\,y_1}{c}. \tag{5}$$

Osservando poi che i valori di sen. x_2 e sen. x_1 sono quantità piccolissime, giacchè il numeratore r è diviso dalle quantità b e c che sono grandissime in confronto alla *eccentricità*, e riflet-

tendo che tali frazioni sono poi moltiplicate rispettivamente per sen. $(\omega + y_1)$ e sen. y_1 numeri in generale sempre minori dell'unità (questa è il massimo valore che possono assumere), si potrà senza sensibile errore sostituire agli angoli x_2 ed x_1 dell'equazione (3), rispettivamente i loro seni (4) e (5) e quindi con molta approssimazione ritenere:

$$\alpha - \omega = \frac{r \operatorname{sen}(\omega + y_1)}{b} - \frac{r \operatorname{sen} y_1}{c}. \qquad (6)$$

L'equazione (6) ci dà il valore dall'angolo $\alpha - \omega$ espresso in lunghezza assoluta di arco, e perciò onde averlo invece espresso in 1'' (sessagesimali) basterà moltiplicare entrambi i termini del secondo membro per $R'' = 206265$ (§ 60) e quindi avremo:

$$\alpha - \omega = \frac{R'' r \operatorname{sen}(\omega + y_1)}{b} - \frac{R'' r \operatorname{sen} y_1}{c}. \qquad (7)$$

Qualora gli angoli fossero espressi in gradi centesimali e frazioni sarebbe $R' = 636620$ (§ 60) onde aversi l'angolo $\alpha - \omega$ espresso in secondi decimali ossia in dieci millesimi di grado.

La formola (7) dà la correzione da apportarsi all'angolo $B\,O\,C - \omega$ effettivamente misurato per ridurlo a quello α che le condizioni locali non permisero di determinare direttamente.

Assumiamo la formola (7)

$$\alpha - \omega = R'' \frac{r \operatorname{sen}(\omega + y_1)}{b} - R'' \frac{r \operatorname{sen} y_1}{c}.$$

Variando la posizione del punto O *l'angolo* y_1 *che si deve contare di seguito a quello* ω *da destra a sinistra ossia dalla direzione al vertice* C *verso quello* B, il detto angolo può assumere tutti i valori compresi da 0° a 360° (0^{gr} — 400^{gr}). Consideriamo taluni casi particolari.

I. Il punto O si trovi sul lato di destra $A\,C$ (fig. 141), sarà

$$\omega + y_1 = 180° \,(200^{gr})$$

e

$$\operatorname{sen}(\omega + y_1) = O \,(\text{zero})$$

e quindi

$$\alpha - \omega = - \frac{R'' r \operatorname{sen} y_1}{c}. \qquad (8)$$

II. Il punto O cada sul prolungamento dello stesso lato di destra AC (fig. 142) avremo in questo caso

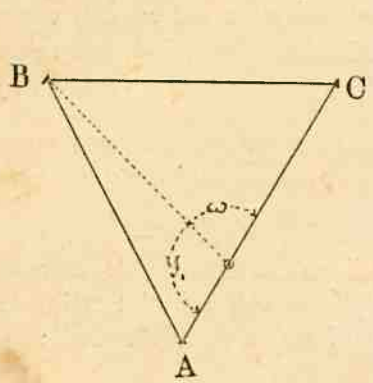


Fig. 141

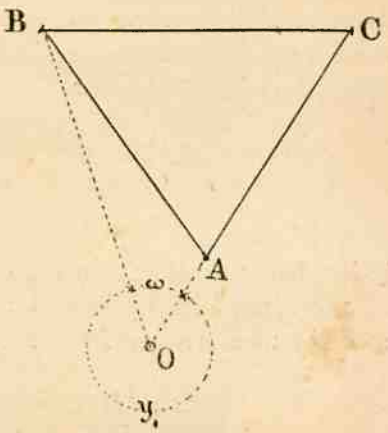


Fig. 142.

$$\omega + y_1 = 360^\circ\ (400^{gr})$$

e quindi

$$\alpha - \omega = -\frac{R' r \operatorname{sen} y_1}{c}. \qquad (9)$$

III. Il punto O venga a cadere sul lato di sinistra AB (fig. 143), si avrà

$$y_1 = 180^\circ\ (200^{gr}),\ \operatorname{sen} y_1 = O\ (\text{zero})$$

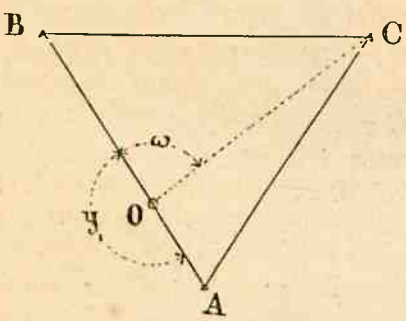


Fig. 143.

e perciò

$$\alpha - \omega = \frac{R' r \operatorname{sen} (\omega + y_1)}{b}. \qquad (10)$$

IV. Finalmente il punto O si trovi sul prolungamento dello stesso lato di sinistra AB (fig. 144). In tal caso risulta evidentemente $y_1 = O^\circ$ e $\operatorname{sen} y_1 = 0$ (zero) e di conseguenza

$$\alpha - \omega = \frac{R'r \operatorname{sen}(\omega + y_1)}{b}. \qquad (11)$$

Vale a dire che nella formola (7) sparisce il primo termine del secondo membro quando il punto O trovasi sul lato di destra o

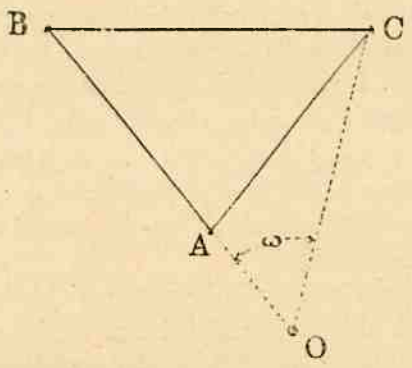


Fig. 144.

sul suo prolungamento, e viceversa scompare il secondo termine quando il punto O cade invece sul lato di sinistra o sul suo prolungamento, ossia quando i vertici C, B sono rispettivamente ad un distanza immensa dal punto O. La stessa formola (7) ci fa vedere che qualora le lunghezze o lati b e c si possano considerare infinitamente grandi per rispetto alla eccentricità r (come nel caso di osservazioni stellari) è nulla la correzione per la riduzione al centro di stazione.

Non occorre determinare con estrema esattezza i valori di ω, y_1, b e c che entrano nel secondo membro della equazione (7), ma soltanto con una sufficiente approssimazione. Anzi faremo osservare che la determinazione di y_1 riesce ben sovente difficile di poterla effettuare con una certa approssimazione stante la vicinanza del punto trigonometrico A al punto di stazione O che non permette di mettere l'oggetto o segnale nel foco del cannocchiale, come pure riesce anche difficile la misura diretta della eccentricità r, la quale invece sarebbe necessario rilevare con una certa esattezza

per la forma sotto la quale entra nella equazione (7). Quando adunque la determinazione di r e di y_1 anche ricorrendo ai processi che c' insegna la geometria piana, riuscisse troppo difficile e poco precisa, occorrerà senz'altro abbandonare il punto A e sceglierne un altro che sotto tale riguardo si trovi in migliori condizioni.

La formola (7) serve come si disse alla determinazione degli angoli α, β, γ del triangolo ABC quando non si può far stazione sui vertici del medesimo, e noti i detti angoli e la base BC a calcolare gli altri due lati $AB = c$ ed $AC = b$, se non che noi vediamo che i lati b e c di cui dobbiamo ancora determinare la grandezza entrano già nella formula stessa. Ecco come si spiega una tale anomalia. I valori di b e c che entrano nella formula (7) non sono che approssimativi e cioè calcolati *a priori* in base agli angoli osservati e non ridotti ancora ai rispettivi centri di stazione. Ciò è permesso atteso alla piccolezza della correzione che in generale si deve apportare all'angolo osservato per ridurlo a quello del vertice relativo.

Una tale operazione preliminare non richiede del resto molto tempo sia perchè alle volte può bastare di desumere i valori di b e c da un semplice piano grafico della triangolazione eseguito con diligenza, sia in base ai semplici angoli osservati fuori centro, e questo è il sistema migliore, giacchè oltre di non ricorrere ad un metodo puramente grafico, basterà nei calcoli numerici prendere i logaritmi con sole cinque cifre decimali senza tener conto delle parti proporzionali, il che abbrevierà l'operazione, col vantaggio ancora che una tale operazione servirà di controllo a quella per la determinazione del triangolo definitivo come ora vedremo con un esempio numerico, eseguendo la calcolazione del triangolo *Aquileia, San Vito, Virco* preso dalla triangolazione del Veneto, avvertendo che in questo triangolo tutti i tre punti furono osservati fuori centro ma la calcolazione della riduzione al centro viene eseguita completamente solo per il primo angolo A (ad Aquileia) limitandoci per gli altri due a dare soltanto i risultati definitivi.

Richiamiamo la formola (7) nella quale ponendo $\alpha - \omega = X$, e $\omega + y_1 = y_2$ avremo:

$$X = x_2 - x_1 = \frac{R'' r \operatorname{sen} y_2}{b} - \frac{R'' r \operatorname{sen} y_1}{c}. \qquad (12)$$

Stando in O abbiamo (fig. 140).

direzione al punto A $= 228°,08',10''$

» al punto B di sinistra $= 48°,53',40$

E quindi l'angolo $A\,O\,B = y_1 = -\ 179°14',30''$ *

(oppure $y_1 = 180°,45',30''$)

direzione al punto A $= 228°,08',10''$

» al punto C di sinistra $- 65°,34',00''$

E quindi l'angolo $A\,O\,C - y_2 = -\ 162°,34',10''$

(oppure $y_2 = 197°,25',50''$)

Dalla misurazione diretta è risultato l'eccentricità:

$$r = 5^m,53.$$

A risolvere quindi la equazione (12) ossia per determinare il valore dei due termini del secondo membro di detta formula occorre, come si è già più sopra esposto, la calcolazione approssimativa dei lati b e c servendosi all'uopo degli angoli α, β e γ misurati *ex centro*, ossia in prossimità del punto o vertice trigonometrico e non su questo.

Si procede quindi alla calcolazione ausiliaria del triangolo $A\,B\,C$ con un processo in tutto simile a quello indicato quando le stazioni sono tutte in centro come nello esempio numerico che abbiamo sviluppato e inserito nel registro modulo D pag. 459.

Le calcolazioni relative trovansi riprodotte nella seguente tabella:

* Veggasi a pag. 465 la convenzione rispetto al modo di contare y_1.

TABELLA N. 4.

Nomi dei punti e formazione degli angoli	Angoli osservati fuori centro α_1 β_1 γ_1	Logaritmi dei seni degli angoli	Calcolazione approssimativa dei lati	Lati approssimati in metri
			$a = 16703.82$ (definitivo)	
A (Aquileia) $d = 65°.33'.58''.3$ $s = 48\ .53\ .46\ .0$	$\alpha_1 = 16°\ 40'.12''.3$	9.45765	log : $a = 4{,}22282$ c . log . sen $\alpha_1 = 0{,}54235$ log . sen . $\beta_1 = 9\ 71175$ log . $b = 4.47692$	$b = 29986.00$
B (San Vito) $d = 62°.44'.51''.7$ $s = 31\ .45\ .18\ ,5$	$\beta_1 = 30°.59'.33''.2$	9 71175		
C (Virco) $d = 277°.51'.31''7$ $s = 145\ .31\ .07\ .4$	$\gamma_1 = 132°.20'.24''.3$	9.86875	c . log . sen . $\beta_1 = 0.28824$ log . sen . $\gamma_1 = 9.86875$ log . $c = 4.63391$	$c = 43044\ 00$

Abbiamo ora tutti gli elementi per calcolare i valori delle riduzioni parziali x_2, x_1 e quindi la riduzione X.

Infatti, applicando il calcolo logaritmico avremo, per la riduzione x_1 alla direzione di sinistra:

$$\log. \quad R'' = \log. 206265 \qquad = 5{,}31443$$

$$\log. \quad r \ = \log. \quad 5{,}53 \qquad = 0{,}74221$$

$$\log. \text{sen}. y_1 = \log. \text{sen} \ (-179°{,}14'30'') = 8{,}12172 \ \text{(negativo)}$$

$$c. \log. AB = c \,.\, \log. c = c. \log. 43044 = 5{,}36608$$

e quindi $\qquad \log. x_1 = 9{,}54444\, n$

e passando dai logaritmi ai numeri:

$$x_1 = -0'',35.$$

Analogamente per la riduzione x_2 alla direzione di destra abbiamo:

$$\log. \quad R'' = \qquad = 5{,}31443$$

$$\log. \quad r = \qquad = 0{,}74221$$

$$\log. \text{sen}. y_2 = \log. \text{sen} \ (-162°{,}34',10'') = 9{,}47647\, n$$

$$c \log. AB = c \log. b = c. \log. 29986 = 5{,}52307$$

$$\log. x_2 = 1{,}05618\, n$$

e quindi

$$x_2 = -11'',38$$

ed

$$X = x_2 - x_1 = -11'03$$

che sarà la correzione totale da apportarsi all'angolo

$$\alpha = 16°{,}40',12'',3$$

letto ex-centro per ridurlo al punto o vertice trigonometrico A. Se indichiamo quindi con α_1' l'angolo ridotto al vertice anzidetto avremo:

$$\alpha_1' = 16°{,}40',01'',27.$$

Analogamente operando per i punti B e C, pure letti *excentro*, le correzioni totali da apportarsi rispettivamente agli angoli β_1 e γ_1 corrispondenti risultano

$$\text{per } B \quad X = +13'',36$$
$$\text{per } C \quad X = -11'',21.$$

Se indichiamo perciò con β'_1, γ'_1 gli angoli corrispondenti ridotti ai rispettivi punti trigonometrici, avremo:

$$\beta_1' = 30°,59',46'',56$$

$$\gamma_1' = 132°,20',13'',09.$$

Ottenuti gli angoli ridotti in centro $\alpha'_1, \beta'_1, \gamma_1$, si sommeranno per ottenere l'errore di chiusura del triangolo, applicando a ciascun angolo una correzione eguale alla terza parte dell'errore di chiusura preso con segno contrario avremo gli angoli corretti $\alpha_1'', \beta_1'', \gamma_1''$, la cui somma dovrà allora essere sempre 180°.

Ciò fatto occorre ritornare come si disse alla calcolazione dei lati b e c seguendo il processo precedentemente indicato colla sola differenza che bisogna tener conto nella ricerca dei *log sen* anche dei decimi di secondo e di tutte le cifre date dalle tavole (7 decimali). Ottenuti così i logaritmi di b e c si passerà ai numeri corrispondenti arrestandosi alla seconda cifra decimale.

Quest'ultima calcolazione trovasi riportata nella seguente tabella:

TABELLA N. 5.

Angoli osservati fuori centro $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$	Riduzione all'angolo $X = x_2 - x_1$	Angoli in centro: Osservati $\alpha_1', \beta_1', \gamma_1',$	Angoli in centro: Corretti $\alpha_1'', \beta_1'', \gamma_1'',$	Logaritmi dei seni degli angoli corretti	Calcolazione definitiva dei lati	Lati in metri
A (Aquileja) $\alpha_1 = 16°.40'.12'',3$	$-11'',03$	$16°.40'.01'',27$	$16°.40'.00'',96$	9.4575840 70		
				9.4575910	log. a = 4.2228158 c. log. sen α_1'' = 0.5424090 log. sen β_1'' = 9.7117910	$a = 16703,82$
					log. b = 4.4770158	$b = 29992.72$
B (S. Vito) $\beta_1 = 30°.59'.33,2$	$+13'',36$	$30°.59'.46'',56$	$30°.59'.46'',25$	9.7117692 218		
				9.7117910	c. log. sen β_1'' = 0.2882090 log. sen γ_1'' = 9.8687605	$c = 43051,21$
					log. c = 4.6339853	
C (Virco) $\gamma_1 = 132°.20'.24'',3$	$-11'.21$	$132°.20'.13'',09$	$132°.20'.12'',79$	9.8687468 137		
				9.8687605		
		$180°\ 00'.00'',92$	$180°.00'.00'',00$			
		$\frac{1}{3}$ errore = + 0,31				

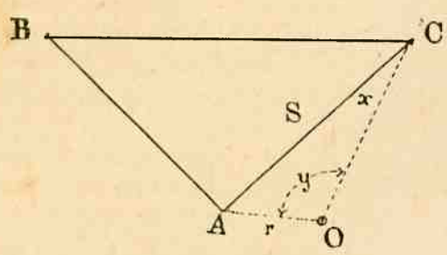
Per la calcolazione ausiliaria e definitiva dei triangoli quando si conosce una base ed i tre angoli può meglio servire il seguente tipo di registro che sostituisce utilmente quello riportato a pag. 459 (Modello *D*) non che le tabelle n.° 4 e 5, che provvisoriamente abbiamo adottato onde rendere allo studioso più facile la esposizione del processo da seguirsi in simili calcolazioni. Questo tipo serve adunque tanto nel caso che le stazioni ai tre vertici sieno tutte in centro ossia sui punti trigonometrici oppure in *ex-centro*. Nella pagina a sinistra si eseguisce la calcolazione delle riduzioni al punto trigonometrico, in quella a destra le calcolazioni approssimata e definitiva dei lati essendosi in sommità delle medesime riportate le formole generali che servono rispettivamente per la *riduzione al punto trigonometrico* e per la calcolazione dei lati.

Dobbiamo avvertire che, trattandosi di stazioni fuori dei vertici, i medii delle misure di r, y, y_2 dovranno essere inscritti nei libretti relativi alle direzioni azimutali e di cui più sopra si è fatto parola. Inoltre nel passare dai $\log x_1$, $\log x_2$ ai numeri corrispondenti x_1, x_2 occorre avere presente che i segni di x_1, x_2 sono sempre rispettivamente contrarii al segno di $\operatorname{sen} y_1$, e di $\operatorname{sen} y_2$ di guisa che un y_1, del 1.° e 2.° quadrante darà un x_1, negativo ed un y_1 del 3.° e 4.° quadrante darà un x_1 positiva. Ottenute le riduzioni parziali x_1 x_2, si otterrà la riduzione totale X all'angolo sottraendo algebricamente la riduzione di sinistra da quella di destra.

LIBRETTO N. 5

PER LA CALCOLAZIONE DEI TRIANGOLI.

LIBRETTO N. 5 PER LA C



Formola generale della riduzione al cen

$x = \frac{R'' r \,.\, \text{sen} \,.\, y}{S}$; in cui

r — eccentricità

y = angolo di orientamento al punto stazione O

S = lato tra il punto di stazione O e punto trigonometrico cui si rifer l'orientamento

R'' = raggio tavolare espresso in seco

Vertici dei triangoli	CALCOLAZIONE DELLE RIDUZIONI AL CENTRO						Ridu all'ang $X =$
	Riduzione alla direzione di sinistra			Riduzione alla direzione di destra			
	dir. centro =	log. R'' =		dir. centro =	log. R'' =		
(*A*)	dir. punto =	log. r =		dir. punto =	log. r =		
		log. sen. y_1 =			log. sen. y_2 =		
	y_1 =	c. log. S =		y_2 =	c. log. S =		
r =		log. x_1 =	x_1 =		log. x_2 =	x_2 =	X =
(*B*)							
r =							
(*C*)							
r =							

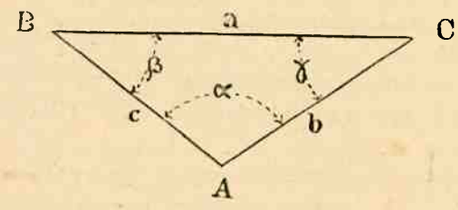
COLAZIONE DEI TRIANGOLI.

A, *B*, *C* nomi dei punti.

α_1, β_1, γ_1, angoli osservati fuori centro.

α_1', β_1', γ_1', angoli in centro osservati.

α_1'', β_1'', γ_1'', angoli corretti.



Formola generale per la calcolazione dei lati

$$b = a \frac{\text{sen} \,.\, \beta}{\text{sen} \,.\, \alpha}$$

in cui b ed a sono i lati opposti rispettivamente agli angoli β e α.

Nome dei punti e formazione degli angoli	Angoli osservati fuori centro	Calcolaz.° approssimativa dei lati	ANGOLI IN CENTRO		Logaritmi dei seni degli angoli	Calcolazione definitiva dei lati	Lati in metri
			Osservati	Corretti			
A (Aquileja)					. . . . .		
d =					. . . . .		
s =		. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	a =
	α_1 =	. . . . .					
		. . . . .					
B (San Vito)		. . . . .					
d =							
s =							
	β		. . . . .	. . . . .	. . . .		b =
C (Virco)							c =
d =							
s =							
	γ						
			$\frac{1}{3}$ errore =				

304. *Metodo Pothenot per la determinazione di un punto mercè altri tre di nota posizione.* Come si disse al § 299 in taluni casi speciali i punti di 2.° o 3.° ordine si possono determinare applicando il metodo anzidetto, appoggiandosi cioè a tre vertici di 1.° ordine già determinati, e misurando gli angoli che fanno fra loro le visuali dirette dal punto a determinarsi ai tre punti trigonometrici anzidetti. Il processo da seguirsi per una tale determinazione è il seguente.

Sieno C, A, B tre punti trigonometrici (fig. 145) di 1.° ordine appartenenti quindi a due triangoli di una rete principale ossia di 1.° ordine; D il punto di cui si vuol determinare la posizione. Supposto unito il punto D con C, A e B, ne risultano

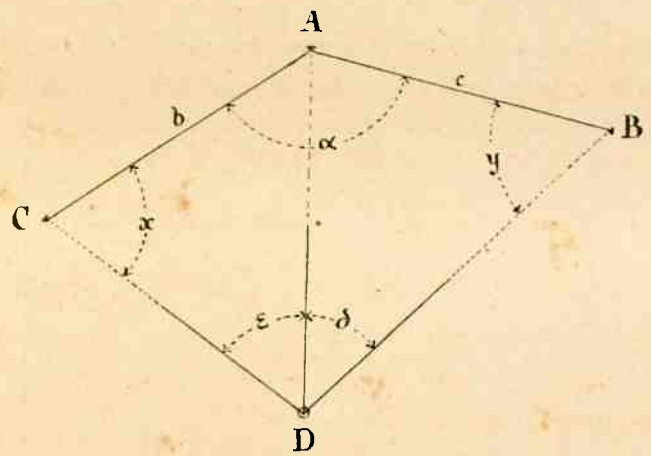


Fig. 145.

i due triangoli $A\,C\,D$ ed $A\,B\,D$. Fatta stazione sul punto D si misurino i due angoli $C\,D\,A$ ed $A\,D\,B$ che indicheremo rispettivamente con ε e δ. Si tratta di risolvere i due triangoli anzidetti $A\,C\,D$ ed $A\,B\,D$ aventi un lato comune $A\,D$ e di cui i due lati $C\,A$ e $B\,A$ appartengono a due triangoli di 1.° ordine della rete principale.

Gli elementi noti sono adunque:

l'angolo $\qquad B\,A\,C = \alpha$

i lati $\qquad B\,A = c\,; \quad A\,C = b$

gli angoli $\qquad A\,D\,B = \delta\,; \quad A\,D\,C = \varepsilon.$

Per risolvere i due triangoli CDA ed ADB occorre determinare innanzi tutto gli angoli

$$ACD = x \quad \text{ed} \quad ABD = y.$$

Dal quadrilatero $ABDC$ possiamo avere una prima relazione fra le due incognite x ed y. Infatti:

$$x + y + \alpha + \delta + \varepsilon = 360°$$

da cui

$$x + y = 360° - (\alpha + \delta + \varepsilon)$$

ed anche

$$\tfrac{1}{2}(x + y) = 180 - \tfrac{1}{2}(\alpha + \delta + \varepsilon). \qquad (13)$$

Un'altra relazione fra x ed y si può ricavare dallo stesso quadrilatero eguagliando fra loro i due valori della diagonale

$$AD = d$$

dati l'uno dal triangolo ADC e l'altro dall'altro triangolo ADB.

Infatti: da questi due triangoli, rammentando che i lati sono proporzionali ai seni degli angoli opposti, si ha:

$$\text{sen} \cdot x = \frac{d \cdot \text{sen} \cdot \varepsilon}{b}; \qquad \text{sen} \cdot y = \frac{d \cdot \text{sen} \cdot \delta}{c}$$

dividendo l'una per l'altra queste due equazioni si ricava

$$\frac{\text{sen} \cdot x}{\text{sen} \cdot y} = \frac{c \cdot \text{sen} \cdot \varepsilon}{b \cdot \text{sen} \cdot \delta}$$

che si può trasformare nell'altra:

$$\frac{\text{sen} \cdot x + \text{sen} \cdot y}{\text{sen} \cdot x - \text{sen} \cdot y} = \frac{c \cdot \text{sen} \cdot \varepsilon + b \cdot \text{sen} \cdot \delta}{c \cdot \text{sen} \cdot \varepsilon - b \cdot \text{sen} \cdot \delta}$$

dividendo numeratore e denominatore del secondo membro per $c \cdot \text{sen}\,\varepsilon$ risulta

$$\frac{\text{sen} \cdot x + \text{sen} \cdot y}{\text{sen} \cdot x - \text{sen} \cdot y} = \frac{1 + \dfrac{b \cdot \text{sen} \cdot \delta}{c \cdot \text{sen} \cdot \varepsilon}}{1 - \dfrac{b \cdot \text{sen} \cdot \delta}{c \cdot \text{sen} \cdot \varepsilon}}.$$

Se ora poniamo:

$$\frac{b \,\text{sen} \cdot \delta}{c \cdot \text{sen} \cdot \varepsilon} = \text{tang.}\, \varphi \qquad (14)$$

(dove φ sarà sempre da prendere nel primo quadrante) e teniamo presente che: la somma dei seni di due dati archi sta alla loro

differenza, come la tangente della semisomma degli archi stessi sta alla tangente della loro semidifferenza, avremo:

$$\frac{\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y} - \frac{\operatorname{tang} {}^1\!/_2 (x+y)}{\operatorname{tang} {}^1\!/_2 (x-y)} = \frac{1 + \operatorname{tang} \varphi}{1 - \operatorname{tang} \varphi}.$$

Rammentando poi che $1 = \operatorname{tang.} 45°$ e traendo partito dell'altra formola trigonometrica che dà la relazione fra la tangente della somma di due archi e le tangenti degli archi semplici, si trasforma il secondo membro dell'ultima equazione così:

$$\frac{1 + \operatorname{tang} \varphi}{1 - \operatorname{tang} \varphi} = \frac{\operatorname{tang} 45° + \operatorname{tang} \varphi}{1 - \operatorname{tang} 45° \operatorname{tang} \varphi} = \operatorname{tang} (45° + \varphi)$$

e quindi:

$$\frac{\operatorname{tang} {}^1\!/_2 (x+y)}{\operatorname{tang} {}^1\!/_2 (x-y)} = \operatorname{tang} (45° + \varphi)$$

dalla quale si ricava:

$$\operatorname{tang} {}^1\!/_2 (x-y) = \operatorname{tang} {}^1\!/_2 (x+y) \cot (45° + \varphi) \qquad (15)$$

seconda relazione che lega le quantità x ed y.

Colle equazioni (13) (14) e (15) si possono quindi determinare i valori dei due angoli x ed y. Infatti: dall'equazione (13) avremo il valore di ${}^1\!/_2 (x+y)$, dalla (14) il valore dell'angolo ausiliario φ che sostituito nella (15) permetterà di ricavare il valore di ${}^1\!/_2 (x-y)$. Se poniamo quindi:

$${}^1\!/_2 (x+y) = m; \qquad {}^1\!/_2 (x-y) = n$$

combinando queste due equazioni per addizione e sottrazione si ricava

$$x = m + n; \qquad y = m - n.$$

Ottenuti in tal guisa i valori dei due angoli x ed y, abbiamo tutti gli elementi per la calcolazione dei due triangoli ADC e ADB e quindi per la determinazione delle distanze o lati DC, DA e DB che fissano la posizione del punto D. Siccome poi il lato DA è comune ai due triangoli anzidetti così lo potremo calcolare in due modi diversi e quindi verificare l'esattezza dell'operazione dal confronto dei due ottenuti risultati.

Infatti in base alla nota formula generale per la calcolazione dei lati, e rammentando che il seno di un angolo è eguale al seno del suo supplemento, avremo:

$$D\,C = b\,\frac{\operatorname{sen}(x+\varepsilon)}{\operatorname{sen}\varepsilon} \tag{16}$$

$$D\,B = c\,\frac{\operatorname{sen}(y+\delta)}{\operatorname{sen}.\,\delta} \tag{17}$$

$$D\,A = c\,\frac{\operatorname{sen} y}{\operatorname{sen}\delta} \tag{18}$$

$$D\,A = b\,\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}\varepsilon}. \tag{19}$$

Se ora noi supponiamo unito il punto C col punto B colla retta $C\,B = a$ e noto quindi questo lato come appartenente al triangolo di 1.° ordine $A\,C\,B$, e cogniti per ciò i due angoli $A\,C\,B$, $A\,B\,C$, che indicheremo rispettivamente con γ e β potremo in altro modo calcolare il valore degli altri due lati $D\,C$ e $D\,B$ onde avere una verifica dell'esattezza delle operazioni eseguite in base alle formole precedenti (16) e (17).

Infatti considerando il triangolo (fig. 146) $B\,D\,C$ avremo:

$$B\,D = a\,\frac{\operatorname{sen}(x-\gamma)}{\operatorname{sen}(\delta+\varepsilon)} \tag{20}$$

$$D\,C = a\,\frac{\operatorname{sen}(y-\beta)}{\operatorname{sen}(\delta+\varepsilon)}. \tag{21}$$

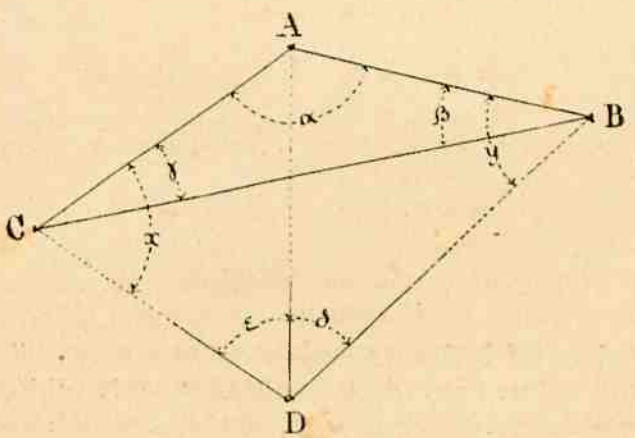


Fig. 146.

Prima di passare ad un esempio numerico consideriamo i

casi principali che possano verificarsi nella risoluzione del presente problema. I due punti A e D possano essere disposti come lo indica la fig. 147; in questo caso l'angolo α che entra nell'equazione (13) è il suo supplemento a 360° e nelle formole (20) e (21) si dovrà mettere rispettivamente $x + \gamma$ ed $y + \beta$ in luogo di $x - \gamma$ ed $y - \beta$.

Se il punto D cadesse nello interno del triangolo ABC (fig. 148) in tal caso si avrebbe $\varepsilon + \delta > 180°$; e se finalmente

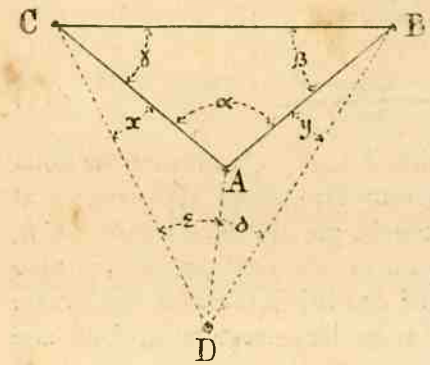


Fig. 147.

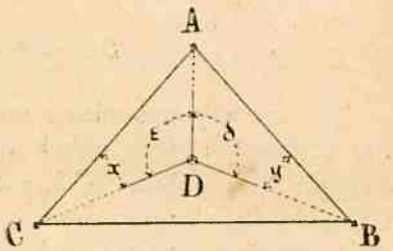


Fig. 148.

il punto D si trovasse sul lato CB (fig. 149) risulterebbe evidentemente:

$$\varepsilon + \delta = 180; \quad \operatorname{sen}\delta = \operatorname{sen}\varepsilon; \quad \operatorname{tang}\varphi = \frac{b}{c}; \quad x - \gamma; \quad y - \beta.$$

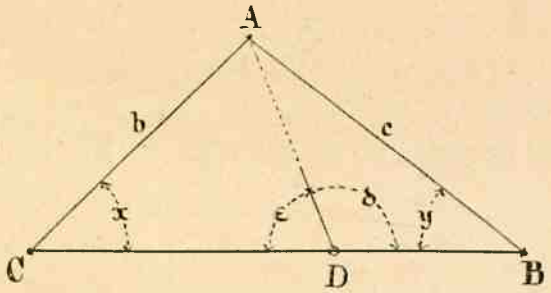


Fig. 149.

Qualora poi il punto D fosse sulla circonferenza di circolo determinata dai tre punti trigonometrici A, B, C, l'analisi dimostra che il problema sarebbe indeterminato, per essere la somma degli angoli

$$\alpha + \delta + \varepsilon = 180°$$

e quindi

$$\text{tang } {}^1/_2 (x + y) = \text{tang } 90° = \infty$$

e

$$\text{tang } {}^1/_2 (x - y) = \infty \times 0 = \frac{0}{0}$$

il che indica appunto la indeterminazione del problema.

Conseguentemente non si dovrà nella pratica seguire il metodo ora esposto quando i tre vertici trigonometrici, ed il punto di cui si vuol fissare la posizione, determinano un quadrilatero nel quale la somma degli angoli opposti sia poco diversa da 180°, (dovendo stabilire una norma) sia compresa, per esempio, fra 150° e 210°.

Esempio numerico.

Supponiamo la stazione eseguita in centro.

Sieno:

$$\alpha = 126°.\ 5'.56'',\ 3$$
$$\varepsilon = \ 55\ .34\ .23\ ,\ 7$$
$$\delta = \ 41\ .55\ .36\ ,\ 3$$
$$\alpha + \delta + \varepsilon = 223°.35'.56'',\ 3$$
$$\frac{\alpha + \delta + \varepsilon}{2} = 111°.47'.58'',15$$

poniamo:

$$c = 5921{,}22$$
$$b = 6262{,}57$$

avremo intanto:

$${}^1/_2 (x + y) = 180° - {}^1/_2 (\alpha + \delta + \varepsilon) = 68°.12'.1'',85.$$

Determiniamo ora il valore dell'angolo ausiliare φ che entra nella formola (14). Richiamiamo per ciò la formola:

$$\text{tang } \varphi = \frac{b \text{ sen } \delta}{c \text{ sen } \varepsilon}$$

applicando il calcolo logaritmo avremo:

$$\log b \quad = 3.7967526$$
$$\log \text{sen } \delta = 9.8248934$$
$$c \log c \quad = 6.2275888$$
$$c \log \text{sen } \varepsilon = 0.0836255$$
$$\log \text{tang } \varphi = 9.9328600$$

a cui corrisponde l'angolo:

$$\varphi = 40°.35'.19'',32$$

e quindi:

$$45° + \varphi = 85°.35'.19'',32.$$

Per determinare ora il valore di $^1/_2 (x - y)$ basterà sostituire nella formula (15) ad $^1/_2 (x + y)$ ed all'angolo $45° + \varphi$ i valori rispettivi superiormente trovati, ciò facendo avremo:

$$\text{tang } {}^1/_2 (x - y) = \text{tang } (68°.12'.01'',85) \text{ cot. } 85°.35',19'',32$$

applicando al solito i logaritmi:

$$\log \text{tang } 68°.12'.01'',85 = 0.3979823$$
$$\log \text{cotang } 85°.35'.19'',32 = 8.8873026$$
$$\log \text{tang } {}^1/_2 (x - y) = 9.2852849$$

e quindi:

$${}^1/_2 (x - y) = 10°.55',01'',52.$$

Combinando i valori di $^1/_2 (x + y)$ ed $^1/_2 (x - y)$ successivamente per addizione e sottrazione si ricava:

$$x = 79°.07'.03'',37$$

$$y = 57°.17'.00',33.$$

Per avere un controllo dell'esattezza delle operazioni eseguite per la calcolazione degli angoli x ed y, basterà addizionare gli angoli del quadrilatero $A\,B\,D\,C$, e vedere se la loro somma è eguale a 360°.

Infatti si trova appunto:

$$\alpha = 126°.05'.56'',30$$
$$x = 79°.07.03,37$$
$$\varepsilon = 55°.34.23,70$$
$$\delta = 41.55.36,30$$
$$y = 57.17.00,33$$
$$360°.00'00'',00$$

il che prova che i valori determinati per x ed y sono esatti.

Onde facilitare allo studioso l'uso delle tavole logaritmiche trigonometriche ed evitare che cada in errore, rammenteremo che

i seni ed i coseni, non che le tangenti (prima che l'arco sia $> 45°$) e cotangenti (dopo che l'arco è $> 45°$) hanno le loro caratteristiche aumentate di 10 unità, le quali dovranno rigettarsi quando accada che per la combinazione con altre caratteristiche di numeri interi se ne ottenga una maggiore di 10 (§ 43); finchè i gradi non eccedano i 45 si troveranno nella parte superiore ed i minuti nella prima colonna a sinistra, ma superando questo limite i gradi si trovano in calce alla tavola relativa ed i minuti nell'ultima colonna; e che infine il seno di un angolo inferiore ad un quadrante è uguale al coseno del suo complemento e così dicasi della tangente; che il seno di un angolo maggiore di un quadrante è eguale al seno del suo supplemento ed analogamente per la tangente come trovasi già esposto ai paragrafi 86, 87 e 88 della Parte I che sarà bene avere presente onde non cadere in equivoci nella ricerca dei logaritmi delle diverse linee trigonometriche.

Ciò premesso, noti i valori di x ed y, potremo, giusta il metodo già esposto, risolvere i due triangoli ABD ed ACD (fig. 145) e quindi determinare i valori delle lunghezze o lati BD e DC non che due volte quello del lato DA, essendo comune ai due triangoli anzidetti, ed in tal guisa fissare la posizione del punto D.

Infatti: mercè le formule (18) e (19) calcoliamo successivamente il valore della distanza DA. Applicando la (19) avremo:

$$\begin{aligned} \log b &= 3.7967530 \\ \log \operatorname{sen} x &= 9.9921189 \\ c \log \operatorname{sen} z &= 0.0836252 \\ \log DA &= 3.8724971 \end{aligned}$$

e passando dai logaritmi ai numeri

$$DA = 7455{,}85.$$

Ricorrendo ora alla (18) ed applicando al solito il calcolo logaritmico si troverà:

$$\begin{aligned} \log c &= 3.7724112 \\ \log \operatorname{sen} y &= 9.9249790 \\ c \,.\, \log \operatorname{sen} \delta &= 0.1751066 \\ \log DA &= 3.8724968 \end{aligned}$$

e quindi:

$$DA = 7455{,}84.$$

L'identità dei due risultati ottenuti per il valore di DA ci garantisce l'esattezza delle eseguite calcolazioni.

Determiniamo ora le due distanze CD e DB.

Mercè la formola (16) applicando il calcolo logaritmico, avremo:

$$\begin{aligned} \log b &= 3.7967530 \\ \log \operatorname{sen}(x+\varepsilon) &= 9.8518157 \\ c\log \operatorname{sen}\varepsilon &= 0.0836252 \\ \log CD &= 3.7321939 \end{aligned}$$

e quindi:

$$CD = 5397^{m},51.$$

Onde poi avere un controllo della esattezza della distanza CD, possiamo calcolarla in altro modo. Infatti dal triangolo ACD abbiamo

$$CD = AD\,\frac{\operatorname{sen}(x+\varepsilon)}{\operatorname{sen} x}$$

e facendo uso dei logaritmi, e ricorrendo al solito al complemento aritmetico per convertire la sottrazione in somma, avremo:

$$\begin{aligned} \log AD &= 3.8724969 \text{ (medio)} \\ \log \operatorname{sen}(x+\varepsilon) &= 9.8518157 \\ c\log \operatorname{sen} x &= 0.0078811 \\ \log CD &= 3.7321937 \end{aligned}$$

e quindi:

$$CD = 5397{,}51$$

valore identico a quello superiormente trovato colla formola (15)

Determiniamo da ultimo il valore della lunghezza DB mercè la formola (17), si avrà:

$$\begin{aligned} \log c &= 3.7724112 \\ \log \operatorname{sen}(y+\delta) &= 9.9943646 \\ c\log \operatorname{sen}\delta &= 0.1751066 \\ \log DB &= 3.9418824 \end{aligned}$$

e passando dai logaritmi ai numeri e tenendo conto della caratteristica, si ricava

$$D\,B = 8747{,}47$$

per verificare l'esattezza di questo risultato basterà calcolare di nuovo la distanza $D\,B$ mercè la formula

$$D\,B = \frac{A\,D\,(\text{sen}\ y + \delta)}{\text{sen}\ y}$$

che evidentemente si ricava dal triangolo $A\,D\,B$.

Avremo quindi:

$$\begin{aligned} \log A\,D &= 3.8724969 \\ \log \text{sen}\,(y+\delta) &= 9.9943649 \\ c\log \text{sen}\ y &= 0.0750210 \\ \log D\,B &= 3.9418825 \end{aligned}$$

e quindi:

$$D\,B = 8747{,}49$$

come superiormente si era trovato.

Se poi come già si accennò supponiamo unito C con B (fig. 146) colla $C\,B$ è quindi noto il lato $C\,B$ come appartenente al triangolo di 1.° ordine $A\,C\,B$, se supponiamo

$$\begin{aligned} \alpha &= 10861{,}43 \\ \beta &= 27°.45'.59''{,}84 \\ \gamma &= 26°.08\ .03{,}86 \end{aligned}$$

mercè le formule (20) e (21) possiamo di nuovo calcolare i rispettivi valori delle distanze $B\,D$ e $D\,C$ ed avere una nuova verifica dei valori per le medesime ottenute per vie diverse.

Per la calcolazione della posizione di un punto coordinato a tre altri già noti, perchè vertici di 1.° ordine di una rete trigonometrica, può utilmente servire la seguente tabella n.° 6.

TABELLA N. 6.

Punto di stazione Punti di mira Dati pel calcolo	CALCOLO DEGLI ANGOLI x, y		
	$x+y=360°-(\alpha+\varepsilon+\delta)$	$\tan\varphi=\frac{b\,.\,\text{sen}\,.\,\delta}{c\,.\,\text{sen}\,.\,\varepsilon}$	$\tan.\frac{1}{2}(x-y)=\tan.\frac{1}{2}(x+y)\cot.(45°+\varphi)$
(D)	$\alpha=$	$\log.b=$	$\log.\tan.\frac{1}{2}(x+y)=$
	$\varepsilon=$	$\log.\text{sen}\,\delta=$	$\log.\cot.(45°+\varphi)=$
(A)	$\delta=$	$c\,.\log.c=$	$\log.\tan.\frac{1}{2}(x-y)=$
(B)	$\alpha+\varepsilon+\delta=$	$c.\log.\text{sen}\,\varepsilon=$	
(C)	$x+y=$	$\log.\tan.\varphi=$	
Dati	$\frac{1}{2}(x+y)=$	$\varphi=$	$\frac{1}{2}(x+y)=$
$\alpha=$		$45°+\varphi=$	$x=\frac{1}{2}(x+y)+\frac{1}{2}(x-y)=$
$\varepsilon=$			$y=\frac{1}{2}(x+y)-\frac{1}{2}(x-y)=$
$\delta=$			
$b=$			
$c=$			

In quanto poi alla determinazione delle distanze *D C*, *D A* e *D B* si potrà far uso della tabella n.° 5 che serve al calcolo dei lati dei triangoli.

Noi abbiamo considerato il caso più semplice della calcolazione di un triangolo determinato col metodo della trisezione, detto anche di Pothenot, come quello più in armonia col quadro che limita il presente Trattato di topografia, servendo esso a collegare a punti trigonometrici un dato rilevamento pel quale non si richiede premettere apposita triangolazione, su di che avremo occasione di ritornare al capitolo seguente.

Qualora però si volesse fare applicazione del metodo suddetto nel caso speciale che la stazione in *D* fosse eseguita excentro e riferendosi a quattro anzichè a tre punti trigonometrici, onde avere una maggiore verifica dei risultati ottenuti per la determinazione della posizione del punto *D*, daremo qui il procedimento da tenersi nelle relative calcolazioni, procedimento che quantunque sommario sarà facilmente appreso dopo quanto si è esposto in ordine alla riduzione degli angoli dal centro di stazione al punto trigonometrico ed al processo da seguirsi quando i punti di nota posizione a cui riferirsi sono semplicemente tre.

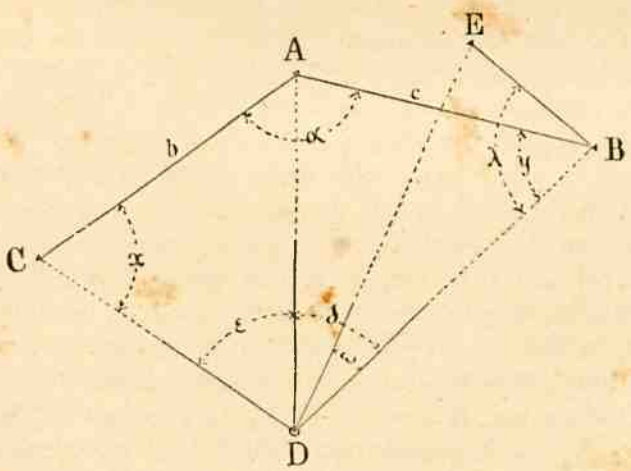


Fig. 150.

Sieno *C*, *A*, *B*, *E* i quattro punti trigonometrici noti ai quali [illegible] appoggiarsi per fissare la posizione del punto *D* (fig. 150) sul quale non si può far stazione.

BIBLIOTECA

TABELLA N. 6.

CALCOLO DEGLI ANGOLI x, y

Punto di stazione Punti di mira Dati pel calcolo	$x+y=360^\circ-(\alpha+\varepsilon+\delta)$	$\tan\varphi=\frac{b\,.\,\text{sen}\,.\,\delta}{c\,.\,\text{sen}\,.\,\varepsilon}$	$\tan.\,{}^1/_2(x-y)=\tan.\,{}^1/_2(x+y)\cot.(45^\circ+\varphi)$
(D)	$\alpha=$	$\log.\,b\;=$	$\log.\,\text{tang}.\,{}^1/_2(x+y)=$
	$\varepsilon=$	$\log.\,\text{sen}\,\delta\;=$	$\log.\,\cot.\,(45^\circ+\varphi)=$
	$\delta=$	$c\,.\log.\,c\;=$	$\log.\,\text{tang}.\,{}^1/_2(x-y)=$
(A)			
(B)	$\alpha+\varepsilon+\delta=$	$c.\log.\,\text{sen}\,\varepsilon=$	
(C)		$\log.\text{tang}.\,\varphi=$	
	$x+y=$	$\varphi=$	${}^1/_2(x+y)=$
Dati	${}^1/_2(x+y)=$		
$\alpha=$		$45^\circ+\varphi=$	$x={}^1/_2(x+y)+{}^1/_2(x-y)=$
$\varepsilon=$			$y={}^1/_2(x+y)-{}^1/_2(x-y)=$
$\delta=$			
$b=$			
$c=$			

In quanto poi alla determinazione delle distanze *D C*, *D A* e *D B* si potrà far uso della tabella n.° 5 che serve al calcolo dei lati dei triangoli.

Noi abbiamo considerato il caso più semplice della calcolazione di un triangolo determinato col metodo della trisezione, detto anche di Pothenot, come quello più in armonia col quadro che limita il presente Trattato di topografia, servendo esso a collegare a punti trigonometrici un dato rilevamento pel quale non si richiede premettere apposita triangolazione, su di che avremo occasione di ritornare al capitolo seguente.

Qualora però si volesse fare applicazione del metodo suddetto nel caso speciale che la stazione in *D* fosse eseguita excentro e riferendosi a quattro anzichè a tre punti trigonometrici, onde avere una maggiore verifica dei risultati ottenuti per la determinazione della posizione del punto *D*, daremo qui il procedimento da tenersi nelle relative calcolazioni, procedimento che quantunque sommario sarà facilmente appreso dopo quanto si è esposto in ordine alla riduzione degli angoli dal centro di stazione al punto trigonometrico ed al processo da seguirsi quando i punti di nota posizione a cui riferirsi sono semplicemente tre.

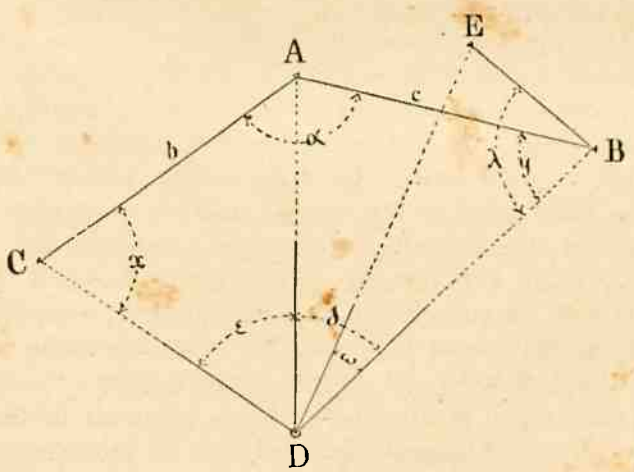


Fig. 150.

Sieno *C*, *A*, *B*, *E* i quattro punti trigonometrici noti ai quali appoggiarsi per fissare la posizione del punto *D* (fig. 150) sul quale non si può far stazione.

BIBLIOTECA

Misurati gli angoli δ e ε non che l'altro $EDB = \omega$, tutti *provvisori* perchè misurati ex-centro, noto l'angolo definitivo α, non che i lati b e c, per la calcolazione *dei vertici di piramide* col metodo di Pothenot si terrà il seguente procedimento:

1.° Si formeranno i valori di x ed y nel modo superiormente indicato;

2.° Si calcoleranno i triangoli provvisori ADC ed ADB colle basi b e c e gli angoli ε, δ, x, y nel modo già indicato precedentemente;

3.° Si formerà l'angolo provvisorio $DBE = \lambda$ aggiungendo all'angolo noto ABE l'angolo y;

4.° Si procederà alla calcolazione del triangolo provvisorio DBE di cui si conosce già la base DB e gli angoli adiacenti ω e λ;

5.° Si troveranno poscia le riduzioni al vertice trigonometrico (secondo il metodo esposto al § 303) alle direzioni DC, DA, DB e DE;

6.° Indi si apporteranno alle direzioni anzidette le relative correzioni per le riduzioni al vertice suddetto e si formeranno gli angoli definitivi ε', δ', ω' ripetendo poscia tutto il processo per la ricerca dei *valori definitivi* di x ed y e per la determinazione dell'angolo definitivo λ';

7.° Ciò fatto si avranno tutti gli elementi per la calcolazione definitiva dei triangoli ACD, ADB ed EDB, essendo noti per ciascheduno una base e due angoli, e quindi aversi le lunghezze dei lati che fissano la posizione del punto D.

Egli è poi evidente che mercè i due triangoli ACD ed ADB si potrà avere in due diversi modi la lunghezza del lato AD comune agli anzidetti due triangoli, analogamente potrassi operare pel lato DB comune ai due triangoli ADB, EDB, e riscontrare in tal guisa l'attendibilità dei risultati, ossia se i valori calcolati in due diversi modi per uno stesso lato sono contenuti entro i limiti di tolleranza superiormente indicati.

Qualora poi la stazione in D sia effettuata in centro, gli angoli ε, δ, ω e λ essendo già definitivi il procedimento resta sensibilmente semplificato giacchè rimangono abolite tutte le operazioni per le riduzioni al centro di stazione e quindi per la ricerca dei triangoli definitivi.

Le fig. 151, 152, 153 sono quelle corrispondenti agli altri tre casi principali del problema di Pothenot.

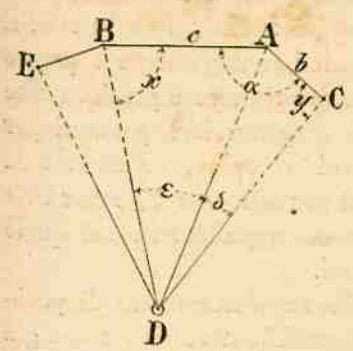


Fig. 151.

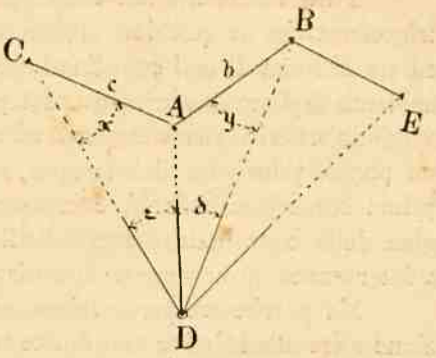


Fig. 152.

305. *Calcolo delle coordinate ortogonali dei vertici di una rete topografica.* Trattandosi di una rete trigonometrica molto estesa come quella che si riferiva ai rilevamenti del compartimento catastale modenese comprendente le due provincie di Modena e Reggio e piccole frazioni delle provincie a quelle limitrofe, occorre necessariamente tener conto della sfericità della terra e quindi prima di passare alla determinazione delle coordinate rettangolari di tutti i punti trigonometrici, occorre la calcolazione delle posizioni geografiche dei punti anzidetti mercè la formula di Delambre, servendosi dei lati dei triangoli già calcolati come piani; occorre cioè determinare la longitudine e la latitudine di ciascun vertice, operazioni queste d'alta geodesia e che perciò non possono naturalmente trovare il loro sviluppo nel presente trattato.

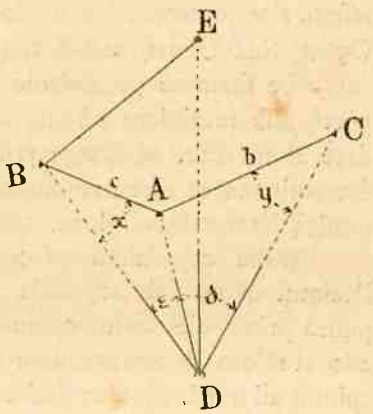


Fig. 153.

Qualora invece si tratti di una rete puramente topografica e non eccedente il limite assegnato al § 110 in tal caso potendosi considerare come piana la superficie di terreno coperta dalla rete suddetta, il calcolo di cui è oggetto il presente paragrafo risulta per noi della massima facilità seguendo il procedimento che ora indicheremo.

Tutti i vertici della rete topografica, ossia i singoli punti trigonometrici di qualsiasi ordine, vengano indistintamente riferiti ad un sistema di assi coordinati ortogonali analogamente a quanto abbiamo esposto in altra parte del presente trattato e precisamente vengono riferiti alla *meridiana* ed alla *perpendicolare* passanti per un punto principale del terreno su cui si opera, assumendo la prima come *asse delle X*, e la seconda per *asse delle Y*, e per origine delle coordinate ortogonali il *punto trigonometrico* sul quale s'intersecano le accennate due direzioni.

Ma perchè un *punto trigonometrico* sia determinato di posizione oltre alle relative coordinate topografiche necessita, come già sappiamo, conoscere ancora il valore algebrico delle medesime, che giusta la convenzione fatta al n.° 73 dal segno di cui saranno affette riconosceremo se un dato vertice ricade nella regione Nord-Ovest, Sud-Ovest, Sud-Est oppure Nord-Est.

Le formole pel calcolo delle coordinate dei vertici per rapporto alla meridiana ed alla sua perpendicolare sono quelle stesse date al n.° 123. Mediante poi il calcolo dei lati dei triangoli si determinano le distanze orizzontali che i vertici della rete topografica hanno fra di loro.

Dalle cognizioni precedentemente acquisite, conoscendosi l'azimut di un sol lato della rete trigonometrica concorrente nel punto principale scelto come origine delle coordinate, sarà facile allo studioso il comprendere oramai come si possano dedurre gli azimut di tutti gli altri lati concorrenti nello stesso punto.

Nella fig. 154 abbiamo rappresentato nella scala da 1 : 100 000 una piccola parte della *triangolazione* del compartimento catastale modenese, nella quale i *punti trigonometrici* sono individuati da un piccolo triangolo, e i lati sono distinti come segue:

Quelli appartenenti alla *triangolazione geodetica* dello Istituto geografico con linee nere continue;

Quelli della rete trigonometrica catastale con linee a punti ed a tratti; quelli dei triangoli dei punti secondari o d'infimo ordine con linee punteggiate.

Nei triangoli di 1.° ordine *A b c* ed *A b d* della rete catastale anzidetta non abbiamo segnato che pochi triangoli di 2.° ordine, per non generare confusione atteso alla scala piccola in cui è redatto il piano grafico.

Ora assumendo giusta la fatta convenzione (§ 118) la *meridiana* come asse delle *Y*, e la *perpendicolare* come asse delle *X*

e contando gli azimut da destra a sinistra partendo dal Nord e andando successivamente verso Ovest, Sud ed Est, se indichiamo con 0 l'azimut del lato Ab (fig. 154) della rete trigonometrica succitata riferito alla meridiana passante per A, l'azimut $0'$ dello stesso lato Ab preso all'altro estremo b sarà dato evidentemente da

$$0' = 0 + 200^{gr}$$

ed in generale avremo:

$$0' = 0 \pm 200^{gr}$$

a seconda che il vertice del nuovo azimut trovasi a ponente o ad oriente del vertice dell'azimut cognito, ossia secondo che quel vertice è nelle regioni Nord-Ovest e Sud-Ovest oppure in quelle di Sud-Est e Nord-Est, per rapporto al sistema d'assi coordinati condotti pel vertice A qualsivoglia d'azimut cognito.

Ora se per ciascuno dei punti trigonometrici b, g, i e B (fig. 154) assunti come origini delle coordinate, si conducono due rette rispettivamente paralelle alla meridiana ed alla perpendicolare passante pel vertice A assunto come origine delle coordinate generali, si avranno altri sistemi di assi coordinati che abbiam chiamato *ausiliari* (n.° 123). Se indichiamo con

$$x \,.\, y$$

le coordinate del punto b per rispetto al vertice A assunto come origine delle coordinate generali; con

$$x' \,.\, y'$$

le coordinate parziali del punto g riferite ai due assi ausiliari condotti per il punto b; con

$$x'' \,.\, y''$$

quelle del punto i per rispetto agli assi ausiliari passanti per il punto g, ed infine con

$$x''' \,.\, y'''$$

le coordinate ausiliari del vertice B riferite agli assi sussidiarii condotti sul vertice i, da quanto si è esposto in fine del Capitolo III della parte seconda del presente trattato si avrà evidentemente che le coordinate generali X ed Y del vertice B riferite al vertice A assunto come origine delle dette coordinate ortogonali saranno date da

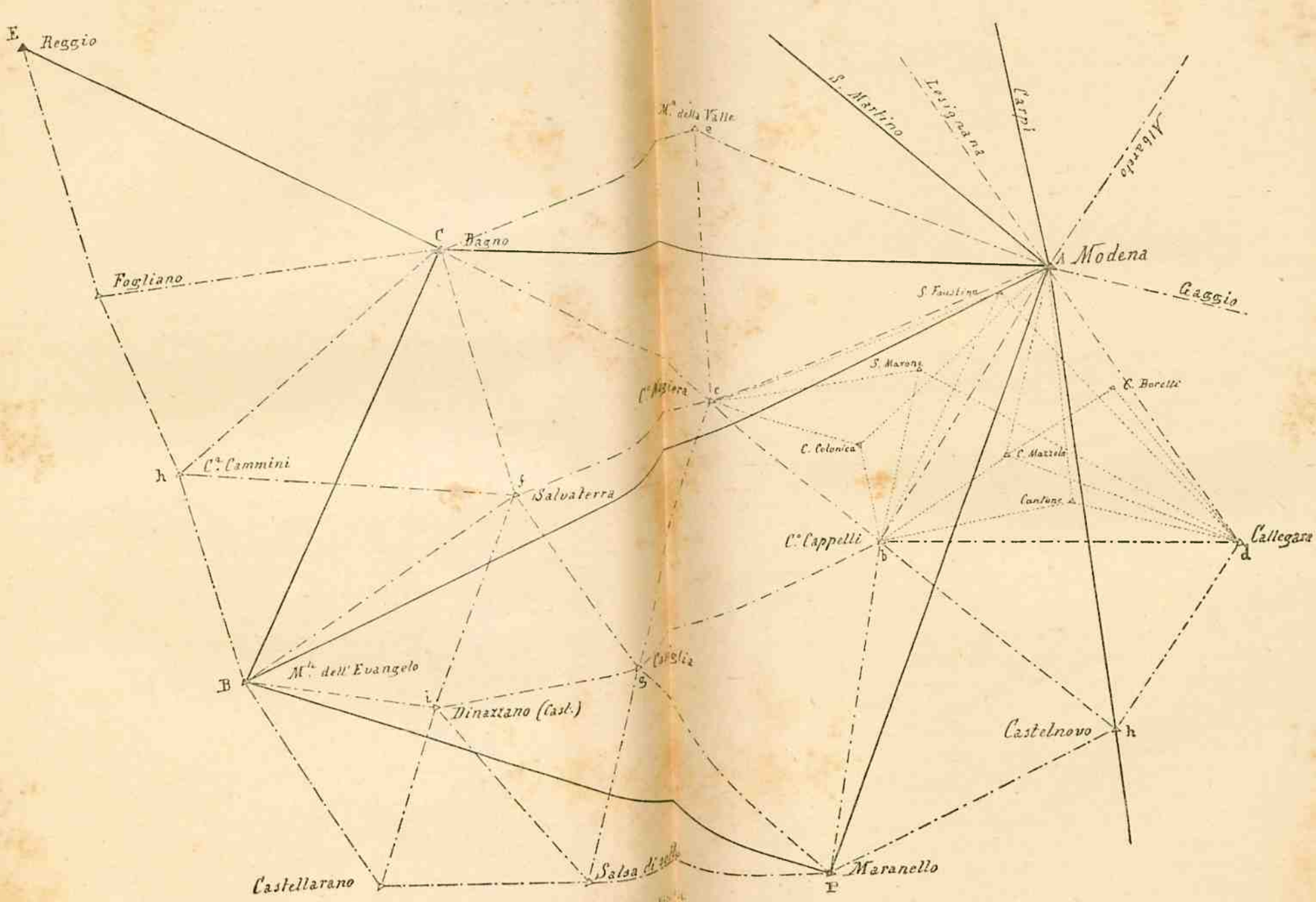
$$+ X = + x + x' + x'' + x''' = + \Sigma x$$
$$- Y = - y - y' - y'' + y''' = - \Sigma y.$$

Nel calcolare le coordinate ortogonali dei vertici di una rete trigonometrica nel modo anzidetto si è supposto naturalmente che le *meridiane* condotte per ciascun punto di essi sieno parallele, parallelismo, che a tutto rigore non si verifica sapendosi come i meridiani geografici sieno tutti concorrenti ai poli. Ma gli errori che si commetterranno riescono insensibili in una rete puramente topografica non eccedente i limiti stabiliti al n.° 110.

Colla scorta poi dei calcoli istituiti si può costruire un piano grafico nel quale tracciata la meridiana e la perpendicolare, si possono individuare tutti i vertici della rete trigonometrica mercè le relative coordinate ortogonali. Per costrurre un tal piano usasi dividere il foglio o i fogli che devono contenerlo in tanti quadrati eguali i cui lati siano un sottomultiplo esatto del metro come avremo occasione di esporre particolarmente più innanzi e precisamente al Capitolo IV della Parte VI.

Eseguite tutte le diverse operazioni esposte nel presente Capitolo e redatto il piano grafico di tutta la rete mercè le coordinate ortogonali dei singoli vertici della medesima, si passa al rilevamento dei minimi particolari del terreno appoggiandosi ai punti trigonometrici come ad altrettanti capi-saldi e seguendo il metodo proprio della moderna topografia incomparabilmente migliore e preferibile ai tanti che vengono indicati nella vecchia scuola topografica, e le di cui norme sono già state minutamente svolte nei Capitoli precedenti e le verremo man mano completando in quelli che seguono.

Resterebbe ora a dire della parte altimetrica, ossia della determinazione delle quote dei singoli vertici di una rete trigonometrica riferite al livello del mare, del che ci occuperemo appunto nel seguente Capitolo.


E
Reggio
M.a della Valle
e
S. Martino
Leggiana
Carpi
Albaredo
C
Bagno
Modena
Fogliano
S. Faustina
Gaggio
S. Maroni
C. Borelli
C.a Migliera
c
C. Colonica
h
C.a Cammini
C. Mazzola
f
Salvaterra
Cantone
C.a Cappelli
Callegara
d
Castelnovo
M.te dell' Evangelo
B
Castellarano
P
Maranello

CAPITOLO VII.

RILEVAMENTI COORDINATI A PUNTI TRIGONOMETRICI, OD APPOGGIATI AD APPOSITA TRIANGOLAZIONE ESEGUITA IN BASE AL METODO, ED AGLI ISTRUMENTI PROPRI DELLA MODERNA TOPOGRAFIA. — OPERAZIONI ALTIMETRICHE.

306. Da quanto siamo venuti sin' ora esponendo relativamente alle operazioni di campagna, di cui appunto è oggetto precipuo la Parte V del presente Trattato, noi sappiamo già come dobbiamo comportarci per il rilevamento planimetrico di una data plaga di terreno non eccedente in estensione il limite indicato al § 110. A completare la serie delle operazioni anzidette non resterebbe ora che ad indicare come si possa determinare *l'azimut vero* di un lato di una data poligonale onde orientare assolutamente l'intiero rilevamento a cui la poligonale appartiene, e come si proceda alla misurazione diretta di una *base*. Prima però di procedere a tali ricerche che rimettiamo ai due seguenti Capitoli, dobbiamo, come già si accennò altrove, fare qui parola nel modo il più sommario possibile, del metodo generale numerico proprio della moderna scuola topografica per coordinare un determinato rilevamento sia a punti trigonometrici già esistenti sul terreno su cui si opera, sia ad apposita rete trigonometrica.

Il metodo, come ebbesi già occasione di far notare, non differisce essenzialmente da quello esposto ne' suoi particolari nel Capitolo precedente, ma presenta il grande vantaggio di essere più consono, più in armonia coi procedimenti dati per i rilievi appoggiati a semplici *camminamenti* ed *orientamenti* (di cui ai Capitoli III, IV e V della presente Parte V) rilievi che per la loro limitata estensione o per altri motivi non necessitava coordinare a punti trigonometrici od inquadrare entro apposita triangolazione.

Qualora dunque il territorio di cui occorre la levata topografica sia molto estesa e non si ritenga sufficientemente esatto appoggiare i rilevamenti a dei semplici *orientamenti,* ma invece opportuno e necessario coordinarli a punti o linee cardinali più esattamente determinate di posizione, si possono presentare due casi:

1.° Che nella zona di terreno di cui si deve eseguire il rilievo esistano di questi punti o di queste linee principali appartenenti ad una rete topografica o geodetica precedentemente determinata;

2.° Che non ve ne siano e che quindi occorra procedere alla determinazione di apposita rete trigonometrica.

307. Consideriamo il 1.° caso e vediamo come avendo nelle vicinanze della regione su cui ricade il terreno da rilevarsi dei *punti trigonometrici,* si proceda per coordinare ai medesimi il rilievo stesso.

Tutto il problema si riduce a scegliere convenientemente taluni punti analoghi a quelli 1 e 33 della fig. 135 da determinarsi planimetricamente ed altimetricamente di posizione mercè osservazioni a punti trigonometrici dai medesimi visibili, ossia determinare le coordinate ortogonali x, y, z degli stessi rispetto al sistema di assi ortogonali ai quali sono riferiti i punti trigonometrici in discorso.

Allora la retta che unisce i punti 1 e 33 in tal guisa determinati, prende il posto del nostro *orientamento* 1-33 colla differenza di avere *a priori* note le coordinate ortogonali generali dei suoi estremi la lunghezza della medesima, e gli azimut veri de' suoi estremi e di avere così *a priori* una *retta cardinale,* una *base* determinata con una maggior precisione ed esattezza alla quale appoggiare la serie degli *orientamenti* (1-9), (9-19) (19; 25) e (25; 33), ai quali alla lor volta appoggiare rispettivamente i *camminamenti* (1-3-5-7-9) (9-11-13-15-17-19) e ...

Trattandosi adunque in sostanza di determinare la posizione di un punto riferendolo a tre altri di posizione già nota è ancora il problema di Pothenot che si tratta di risolvere, risoluzione estremamente facile dopo quanto abbiamo esposto al § 304.

Sieno T_1 T_2 T_3 tre punti trigonometrici (fig. 155) visibili dalla stazione 1; per determinare la *posizione planimetrica* di 1 per rispetto al sistema di assi coordinati ortogonali $O\,Y$ (*meridiana*) $O\,X$ (*perpendicolare*) ai quali sono appunto riferiti i tre vertici anzidetti appartenenti ad una rete trigonometrica, occorrono i seguenti elementi:

1.° *L'azimut vero* 0 di uno qualunque dei vertici anzidetti sull'orizzonte del punto di stazione 1;

2.° La distanza orizzontale K del punto trigonometrico sopraconsiderato dalla stazione 1.

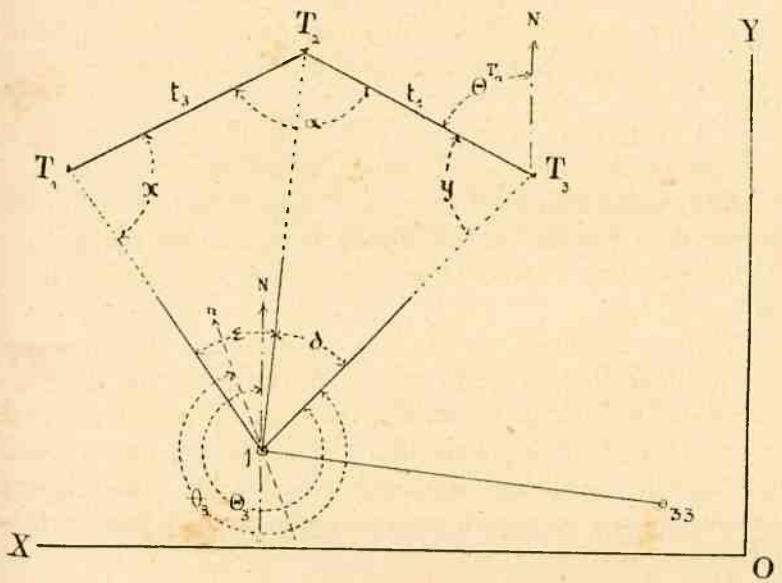


Fig. 155.

Supponiamo unito il punto 1 coi vertici T_1, T_2, T_3, ed indichiamo al solito con α l'angolo cognito $T_1\,T_2\,T_3$, rispettivamente con x ed y gli angoli 1 $T_1\,T_2$, e $T_2\,T_3$ 1 del quadrilatero 1 $T_1\,T_2\,T_3$ e pure rispettivamente con ε e δ i due angoli T_2 1 T_1, e T_2 1 T_3.

Fatta stazione sul punto 1 e coll'istrumento orientato comunque, ma meglio mercè il declinatore magnetico al medesimo annesso, si determinino gli azimut approssimati od istrumentali dei punti trigonometrici T_1, T_2, T_3 dai quali possiamo evidentemente ricavare i valori di ε e δ.

Ciò fatto, calcoliamo i valori degli angoli x ed y mercè le note formole (13) e (14) del § 304.

Avremo:

$$^1/_2\,(x+y) = 200^g - {}^1/_2\,(\alpha+\varepsilon+\delta)$$

$$\text{tang}\,{}^1/_2\,(x-y) = \text{tang}\,{}^1/_2\,(x+y)\,\cot(50^g+\varphi)$$

nella quale l'angolo ausiliare φ è dato dalla formola (14) dello stesso § 304, cioè da

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{t_3 \operatorname{sen} \delta}{t_1 \operatorname{sen} \varepsilon}$$

indicando con t_1 e t_3 rispettivamente le basi note $T_1\,T_2$ e $T_3\,T_3$.

Ottenuti i valori degli angoli x ed y nel modo che già sappiamo, abbiamo tutti gli elementi per risolvere i due triangoli $1\,T_1\,T_3$ e $T_2\,1\,T_3$ con uno dei quali calcolare la posizione planimetrica di 1 per rispetto allo stesso sistema di assi coordinati ortogonali ai quali sono riferiti i punti trigonometrici, ossia alla *meridiana* ed alla *perpendicolare* a cui vengono sempre riferiti i vertici di una triangolazione topografica.

Infatti indichiamo con:

θ_3 l'*azimut approssimato* del vertice T_3 sull'orizzonte del punto 1; con:

Θ_3 l'*azimut vero* dello stesso vertice pure sull'orizzonte del punto di stazione; evidentemente

$$\delta\,0 = \theta_3 - \Theta_3$$

rappresenterà l'*azimut del circolo* orizzontale o più propriamente del diametro $0^g - 200^g$ del cerchio orizzontale, ossia la correzione da apportarsi all'azimut approssimato del punto 1 per aversi l'azimut vero del medesimo.

Ora se indichiamo con Θ^{T_2} l'*azimut vero* (già noto) del lato $\overline{T_3\,T_2}$ sull'orizzonte di T_3, risulta dalla semplice ispezione della figura:

$$\Theta_3 = y + \Theta^{T_2} + 200^g$$

e quindi:

$$\delta\,0 = \theta_3 - (y + \Theta^{T_2} + 200^g)$$

equazione che ci darà il valore dell'*azimut del diametro* $0^g - 200^g$ *del circolo orizzontale,* ossia la correzione da farsi all'orientamento approssimato od istrumentale θ_3 del punto di stazione 1 su T_3 per aversi l'*azimut vero* dello stesso lato $\overline{1\,T_3}$ sull'orizzonte di 1.

Analogamente indicando con θ_2 e Θ_2 rispettivamente gli azimut approssimato e vero del lato $\overline{1\,T_2}$ sull'orizzonte di 1, e con θ_1 e Θ_1 pure rispettivamente gli azimut approssimato e vero del lato $\overline{1\,T_1}$ sull'orizzonte del punto di stazione, dalle equazioni:

$$\delta\,0 = \theta_2 - \Theta_2$$

$$\delta\,0 = \theta_1 - \Theta_1$$

avremo le correzioni da apportarsi rispettivamente agli azimut approssimati θ_0 e θ_1 per avere quelli veri od assoluti delle direzioni 1 T_2 ed 1 T_1 sull'orizzonte di 1.

Ottenuti gli azimut veri

$$\Theta_1 = \theta_1 - \delta\theta; \quad \Theta_2 = \theta_2 - \delta\theta; \quad \Theta_3 = \theta_3 - \delta\theta$$

delle visuali dirette dal punto di stazione 1 ai punti di mira T_1, T_2, T_3, ossia noto il 1.° *elemento,* resta ora a determinare il 2.° ossia le *distanze orizzontali* $1\overline{T_1}$, $1\overline{T_2}$, $1\overline{T_3}$ del punto di stazione dai singoli vertici T_1 T_2 e T_3 che indicheremo rispettivamente con

$$K_1, \quad K_2, \quad K_3.$$

Ricorrendo alle formole (16) (17) e 18) del § 304 avremo:

$$K_1 = t_3 \frac{\text{sen}\,(x + \varepsilon)}{\text{sen}\,.\,\varepsilon}$$

$$K_2 = t_3 \frac{\text{sen}\,.\,y}{\text{sen}\,.\,\delta}$$

$$K_3 = t_1 \frac{\text{sen}\,(y + \delta)}{\text{sen}\,.\,\delta}.$$

Note ora le *coordinate polari* dei punti trigonometrici T_1, T_2 e T_3 sull'orizzonte del punto di stazione 1 niente di più facile della determinazione delle *coordinate ortogonali planimetriche* X, Y del punto 1 per rispetto al sistema generale di assi ortogonali a cui sono riferiti i vertici anzidetti, ossia della *determinazione planimetrica* dello stesso punto 1, il che appunto era dato di risolvere.

Infatti se noi indichiamo con

$$x_1, y_1$$
$$x_2, y_2$$
$$x_3, y_3$$

rispettivamente le coordinate ortogonali ausiliari dei punti T_1, T_2, T_3 rispetto agli assi ortogonali ausiliari condotti pel punto di stazione 1 parallelamente a quelli generali a cui sono riferiti i vertici della rete trigonometrica avremo evidentemente:

$$\{x_1 = K_1 \text{sen}\,.\,\Theta_1; \quad y_1 = K_1 \cos\,.\,\Theta_1\} \qquad (1)$$
$$\{x_2 = K_2 \text{sen}\,.\,\Theta_2; \quad y_2 = K_2 \cos\,.\,\Theta_2\} \qquad (2)$$
$$\{x_3 = K_3 \text{sen}\,.\,\Theta_3; \quad y_3 = K_3 \cos\,.\,\Theta_3\} \qquad (3)$$

le quali aggiunte algebricamente alle coordinate ortogonali dei punti T_1, T_2 e T_3 ci daranno le coordinate ortogonali generali X_1, Y_1 del punto di stazione per rispetto agli assi OY, OX, ossia il punto 1 sarà planimetricamente determinato di posizione per rispetto agli assi generali di riferimento dei punti trigonometrici anzidetti.

Se ora, mercè altri tre punti trigonometrici (supposti visibili dall'altro punto 33) e mercè le formole suindicate affatto generali, determiniamo la posizione planimetrica del punto 33 riferita allo stesso sistema d'assi coordinati generali OX, OY ai quali son riferiti i vertici della triangolazione topografica nella quale ricade la plaga di terreno che dobbiamo rilevare, avremo nella retta $\overline{1\text{-}33}$ una *linea cardinale* o di *base* della quale conoscerem o

1.° *le coordinate ortogonali*

$$X_1, \quad Y_1$$
$$X_{33}, \quad Y_{33}$$

de' suoi estremi riferiti alla *meridiana* ed alla *perpendicolare* di un dato vertice della rete trigonometrica anzidetta;

2.° La lunghezza della base 1-33, perchè data dalla formula (§ 294):

$$1\text{-}33 = \sqrt{\overline{\Delta'_{33}\,X}^{\,2} + \overline{\Delta'_{33}\,Y}^{\,2}}$$

essendo il lato $\overline{1\text{-}33}$ l'ipotenusa del triangolo rettangolo avente per cateti le differenze delle coordinate ortogonali de' suoi estremi;

3.° Gli *azimut veri* de' suoi estremi.

Infatti se esprimiamo con Θ_{33} l'azimut vero del lato $\overline{1\text{-}33}$, sull'orizzonte del punto 33, avremo evidentemente:

$$\text{tang. } \Theta_{33} = \frac{\Delta'_{33}\,X}{\Delta'_{33}\,Y}$$

e di conseguenza

$$\Theta_1 = \Theta_{33} \pm 200^{gr}$$

indicando con Θ_1 l'azimut vero dello stesso lato $\overline{1\text{-}33}$ sull'orizzonte di 1.

Basandosi dunque sulla retta $\overline{1\text{-}33}$ in tal modo determinata avremo il mezzo di *comprovare* e *compensare* tutte le *poligonazioni* che fan capo alla medesima con un grado di approssimazione al vero superiore di quello che si può ottenere con un semplice *orientamento*.

Analogamente ai punti 1 e 33 potremo, occorrendo, determinarne altri e così avere una serie di rette principali, cardinali o di *base* convenientemente disposte sulla plaga di terreno da rilevarsi, ed alle quali appoggiare tutte le singole *poligonizzazioni* che necessita sviluppare sul terreno stesso per poterne rilevare tutti i minimi particolari.

Per la determinazione della posizione planimetrica di un punto mercè osservazioni ai punti trigonometrici sono necessarie sempre almeno *tre* punti di nota posizione; abbiamo già indicato al § 304 come potendo collimare ad un quarto ciò sia vantaggioso onde vie più controllare l'esattezza dell'operazione. Ma anche con tre soli si possano egualmente verificare i risultati stantechè i tre valori trovati per la posizione del punto 1 mercè le tre coppie di equazioni (1) (2) e (3) devono fra di loro collimare; si prenderà poi la media dei medesimi quando non ha luogo l'identità, ben inteso le quante volte la differenza fra i detti risultati sia contenuta entro i limiti della prestabilita tolleranza. In generale si possono ritenere i medesimi praticamente buoni quando in via assoluta non diversificano di $\pm$ 0^m,50. Dovrassi poi procurare che la distanza fra i punti analoghi ad 1 e 33, ossia fra gli estremi della base, sia sempre superiore ai due chilometri, e che i punti stessi sieno possibilmente e reciprocamente visibili. Faremo da ultimo rimarcare come la determinazione planimetrica di un punto per rispetto alla *meridiana* e *perpendicolare* passanti per un dato punto del terreno mercè il metodo di Pothenot, serva pure a correggere l'orientamento approssimato del diametro 0^g-200^g del circolo azimutale dato dal declinatore magnetico, o fissato arbitrariamente, in un dato rilevamento senza bisogno di ricorrere alle operazioni speciali precedentemente indicate ed a quella che indicheremo nel seguente Capitolo.

È da avvertirsi però, come già altrove si accennò, che questo metodo non si deve applicare quando i quattro punti 1, T_1, T_2 e T_3 si trovano sulla stessa circonferenza di circolo il che avviene quando la somma degli angoli

$$\alpha + \varepsilon + \delta = 200^{gr}$$

giacchè in tal caso riesce indeterminata la posizione del punto A e quindi anche la direzione del meridiano passante sul medesimo. Conseguentemente nella pratica non si dovrà seguire il suesposto procedimento quando la somma degli angoli α, ε e δ non diversifichi in più o in meno da 200^{gr} di almeno 25^{gr} (§ 304).

Da quanto abbiamo sin' ora esposto nel presente Capitolo possiamo quindi conchiudere che mercè il metodo di Pothenot noi possiamo:

1.° *Coordinare* un dato rilevamento ad una rete trigonometrica o geodetica esistente sul territorio nel quale ricade il rilevamento suddetto;

2.° Avere il mezzo di *correggere l'orientamento approssimato* del diametro 0^g-200^g del circolo azimutale, e quindi orientare in modo assoluto il nostro rilievo;

3.° *Verificare le poligonazioni* in catena che fan capo ai diversi punti fissati di posizione per rispetto agli assi generali a cui son riferiti i vertici della rete trigonometrica anzidetta.

Abbiamo ancora una prova ulteriore del come nella moderna scuola topografica tutto si coordini, si colleghi ad un fine unico, importantissimo la maggiore cioè e possibile attendibilità nei risultati, la maggiore esattezza od approssimazione al vero dei medesimi. Infatti le coordinate ortogonali dei vertici di una data rete trigonometrica vengono naturalmente determinate con tutta quella cura ed esattezza che richiede una tale importante operazione, seguendo tutte le norme ed istruzioni che abbiamo avuto campo di minutamente svolgere nel Capitolo precedente, e quindi col massimo grado di approssimazione. Appoggiando le *poligonazioni principali* ai vertici di una rete trigonometrica abbiamo veduto come mercè il metodo di Pothenot possiamo aver modo di *comprovarne* la loro esattezza, e siccome queste servono alla lor volta a comprovare e compensare le *poligonazioni secondarie* che facessero capo alle medesime, e queste ultime alla verifica dei *camminamenti* e quindi dei *collegamenti*, che costituisce la parte principale di qualunque rilievo, noi vediamo, ripeto ancora una volta, quanto il metodo così detto celerimetrico sia razionale e nulla lasci a desiderare, il che meglio riuscirà manifesto da quanto verremo esponendo nel paragrafo seguente.

308. Se nella regione in cui si deve eseguire la levata topografica non esistessero punti trigonometrici appartenenti ad una data rete geodetica ed ai quali coordinare i nostri rilievi, in tal caso, e supposto che il territorio da rilevarsi sia molto esteso occorrebbe necessariamente praticare un' apposita triangolazione topografica analogamente a quanto abbiamo indicato nel Capitolo precedente, colla sola differenza che anche in questa operazione di un ordine superiore possiamo seguire, come ora appunto indi-

cheremo in modo affatto sommario, lo stesso sistema che abbiamo esposto per il rilievo di una limitata estensione di terreno, sistema o metodo che forma la base e l'essenza della moderna scuola topografica.

Ed è appunto questa uniformità di metodo in tutte le operazioni topogtafiche dalle più limitate alle più estese, purchè comprese entro i limiti di cui al più volte citato § 110, che costituisce uno dei pregi principalissimi della moderna topografia, pregio che unito all'altro capitale di essere un metodo essenzialmente numerico, la rende eminentemente superiore all'antica, e tale da doversi preferibilmente seguire specie in talune delicate operazioni topografiche come quelle ad esempio per i rilevamenti catastali come fu praticato per quelli eseguiti coi più splendidi risultati, nel compartimento catastale Modenese, e verrà certamente praticato nei consimili rilevamenti occorrenti nelle altre regioni del Regno mancanti di mappe catastali, la cui formazione venne disposta colla legge 1.° marzo 1886.

Abbiasi adunque il territorio delimitato dalla punteggiata della fig. 156 per rilevare il quale occorra premettere apposita triangolazione topografica stante la sua vasta estensione, le svariatissime ed accentuate accidentalità che il medesimo presenta, la natura dei diversi apprezzamenti di cui è composta, e la necessità di individuare esattamente i confini delle diverse proprietà che lo costituiscono, ecc.

In quanto alle norme generali per la scelta dei punti costituenti i vertici della rete trigonometrica a determinarsi, alla forma più conveniente da assegnarsi ai triangoli, ai limiti di ampiezza degli angoli dei singoli triangoli e della lunghezza dei lati, alle tolleranze sulla misura dei tre angoli di un triangolo e sulle lunghezze dei lati dei medesimi, nulla abbiamo da aggiungere a quanto fu esposto particolareggiatamente ai paragrafi 299, 300, 301 e 302 del Capitolo precedente.

Ci limiteremo quindi ad esporre il processo da seguirsi per la calcolazione della *rete* stessa, calcolazione che si collega armoniosamente con quelle delle *poligonazioni principali* e *secondarie* e con quelle dei *camminamenti* che sono già state svolte precedentemente per cui il procedimento che appunto ora andiamo ad esporre riuscirà della massima facilità.

Premesso un esame circostanziato di tutta la vasta plaga di terreno da rilevarsi (fig. 156) si siano scelti i punti 0, 1, 2, 3, 4, 5

come opportuni per costituire la serie di triangoli (0, 1, 2) (0, 2, 3).. che chiameremo di 1.° ordine, e che inquadrano convenientemente tutto il territorio da rilevarsi.

Collo spezzamento dei triangoli della suindicata rete, si formerà, all'occorrenza, una seconda serie di triangoli che serviranno alla determinazione dei punti di 2.° ordine e appoggiandosi ai

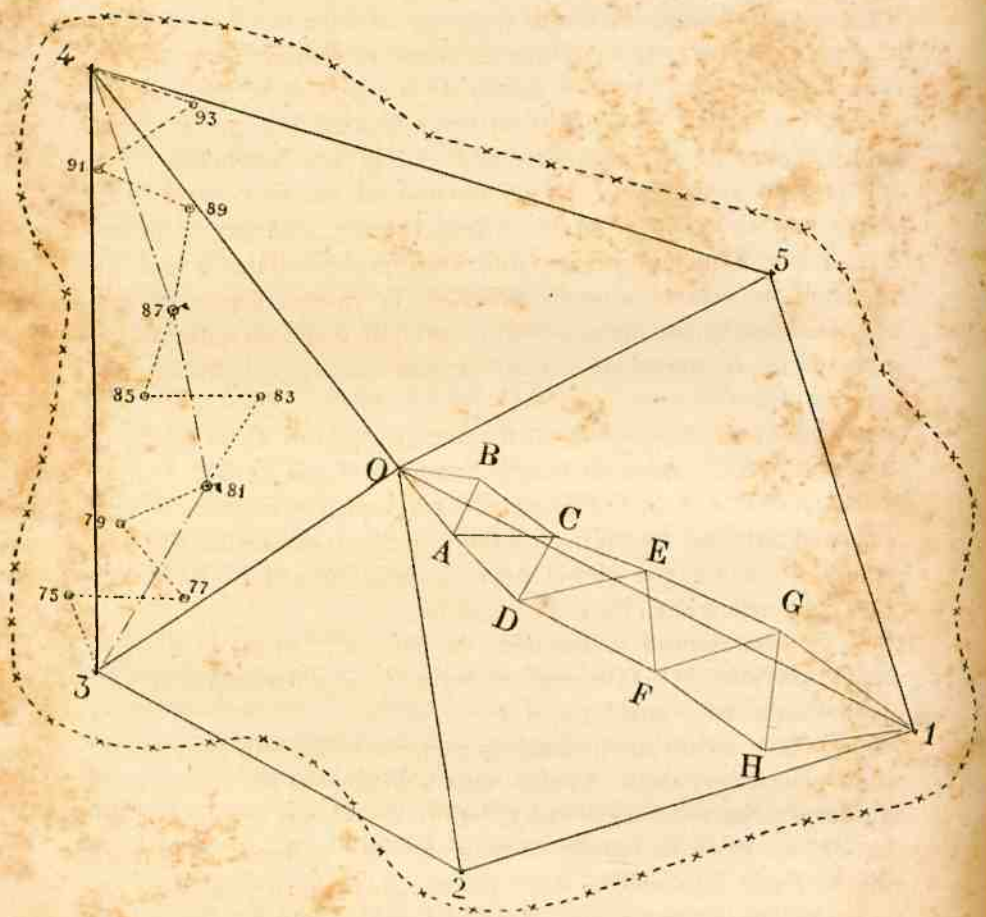


Fig. 156.

lati 0.1, 1.2, 0.3, 3.4, ... come ad altrettante *basi* potremo sviluppare delle *poligonazioni* alle quali appoggiare i *camminamenti*, costituendo così tutta la collegata ossatura che servirà per il rilievo di tutti i particolari del terreno. Per quanto riguarda la risoluzione dei singoli triangoli costituenti le reti trigonometriche necessita come già sappiamo conoscere almeno la lunghezza di un

lato o di una *base* e procedere alla misurazione di tutti gli angoli (almeno di quelli dei triangoli della rete principale).

Siccome i lati della rete principale hanno sempre lunghezze di parecchi chilometri, e come vedremo a suo luogo, la misurazione diretta di una tale lunghezza costituisce una delle operazioni più delicate e difficili, così, analogamente a quanto si pratica nell'alta geodesia invece di misurare ad esempio il lato $\overline{O—1}$ del triangolo $(O, 1, 2)$ si ricorre al seguente artificio.

Possibilmente verso il centro della plaga di terreno di cui si deve eseguire il rilevamento si cerca una località che si presti convenientemente alla misurazione diretta di una lunghezza limitata dai 200 ai 300 metri e supponiamo sia questa la retta $\overline{A\,B}$. Lungo una strada orizzontale o leggermente inclinata, o in un terreno sensibilmente pianeggiante è sempre possibile, e non richiede molto tempo nè serie difficoltà, la misura diretta di una lunghezza contenuta entro i limiti anzidetti e con un determinato grado di approssimazione come particolarmente indicheremo al Capitolo IX.

Ciò fatto, e scelti opportunamente i punti C, D, E, F, G ed H, mercè la catena di piccoli triangoli $O\,A\,B$, $A\,B\,C$, $C\,A\,D$, $D\,C\,E$, $E\,D\,F$, $F\,E\,G$, $G\,F\,H$ ed $H\,G\,1$ dei quali si conosce la *base* $\overline{A\,B}$, e si saranno misurati gli angoli, potremo determinare la posizione del punto 1 e quindi avere la lunghezza del lato o *base* $(\overline{O, 1})$ del triangolo $(O, 1, 2)$ anzidetto.

In altri termini si amplifica la *base* $\overline{A\,B}$ misurata direttamente, nell'altra $(O, 1)$ mercè una serie di piccoli triangoli appoggiantisi sulla base anzidetta $\overline{A\,B}$.

Svilupperemo con un esempio numerico questa speciale operazione giacchè per tutto il resto nulla abbiamo specificatamente da aggiungere che non sia già noto al lettore che ci avrà seguito sin qui.

Il punto O sia quello di origine o di partenza del nostro rilievo. Fatto stazione sul detto punto, situato prossimamente nel centro del territorio su cui si deve operare, si orienti l'istrumento approssimativamente mercè il declinatore magnetico, e si assuma provvisoriamente un tale orientamento come *assoluto* ritenendo cioè l'*azimut del diametro* $0^g—200^g$ *del circolo* nel punto O eguale a *zero*, e quindi la *meridiana* fittizia e la *perpendicolare* coincidenti rispettivamente coi diametri $0^g—200^g$ e $100^g—300^g$ del circolo azimutale come gli *assi generali* a cui riferire, mercè le relative coordinate rettangolari, tutti i punti del rilievo.

Ciò fatto, e supposto, si collimi successivamente ai punti B ed A si rilevino gli azimut relativi col cannocchiale tanto in posizione normale che in quella inversa (o coniugata); dalla differenza dei due azimut avremo l'angolo al vertice O, ossia l'angolo AOB; fatto poscia stazione su A oltre all'azimut reciproca del punto O, ossia della stazione precedente, si rilevi quello relativo al punto B, dalla differenza di questi due azimut avremo il valore dell'angolo al vertice A; infine situato l'istrumento sul punto B si determini l'azimut reciproco del lato $\overline{BA}$ non che l'azimut del lato $\overline{BO}$, dalla cui differenza avremo evidentemente l'angolo al vertice B.

Per semplicità abbiamo ora indicato che nelle stazioni fatte sugli estremi dei lati $\overline{OA}$, $\overline{AB}$ e BO del triangolo OAB si sieno rilevati soltanto gli azimut reciprochi dei lati anzidetti allo scopo di conchiudere il valore dei tre angoli del triangolo succitato, ma naturalmente da ogni singola stazione si determineranno gli azimut di tutti i lati concorrenti nella medesima. Così ad esempio dalla stazione su A oltre l'azimut reciproco del lato $\overline{AO}$, e l'azimut del lato $\overline{AB}$, si rileveranno pure quelli relativi ai lati $\overline{AD}$ ed $\overline{AC}$; analogamente dalla stazione su B oltre degli azimut reciprochi dai lati BO e $\overline{BA}$ si rileverà l'altro relativo al lato $\overline{BC}$ e così successivamente.

È da avvertirsi ancora che da ogni singola stazione si dovranno rilevare gli *apozenit* o *distanze zenitali* di tutti i punti dalla medesima visibili e pei quali si è determinato il relativo azimut. Così ad esempio dal punto O si determineranno le distanze zenitali dei punti A e B, dalla stazione su A, quella reciproca del punto O non che le altre relative ai punti B, C e D; analogamente dalla stazione su B si determineranno le distanze zenitali reciproche su O ed A non che quella relativa al punto C, e così di seguito, stantechè l'anomalia φ è uno degli elementi che entra nella determinazione delle quote altimetriche dei punti anzidetti e di cui appresso faremo parola.

Le anomalie ϑ e φ s'inscriveranno nella apposita tabella di cui si è dato il modulo al § 293.

Avvertiamo ancora che gli azimut reciproci servono per controllare le letture eseguite, giacchè avremo una garanzia delle medesime quando la loro differenza sia prossimamente eguale a 200^g.

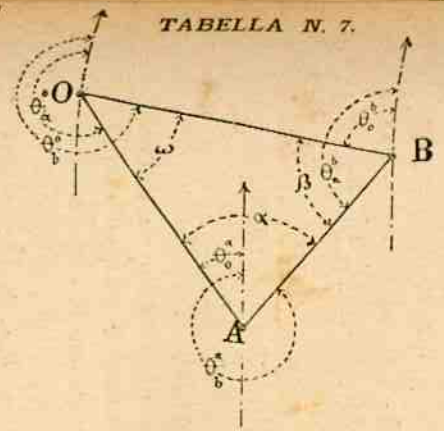
Ciò premesso la calcolazione dei lati di ciascun triangolo si eseguisce com'è indicato nella tabella n.° 7 sul quale procedimento non crediamo soffermarsi dopo quanto è stato detto in proposito al § 302.

TABELLA N. 7.

(O) (A) (B) denominazione dei punti osservati o di stazione

ω, α, β, angoli ai vertici

ω', α', β', angoli ai vertici corretti



Formole per la calcolazione dei lati

AB = base nota = 337.55

$$OB = AB\frac{\text{sen}.\alpha'}{\text{sen}\,\omega'}$$

$$OA = OB\frac{\text{sen}.\beta'}{\text{sen}.\alpha'}$$

Stazioni	Punti osservati	Azimut osservati	Angoli a vertici: Osservati o conchiusi ω, α, β	Angoli a vertici: Corretti ω', α', β'	Logaritmi dei seni degli angoli corretti	Calcolazione dei lati	Lati in metri	NOTE
O	B	294ᵍ.0335	46ᵍ.8765	46ᵍ.876	9.8270470 450 9.8270920	log. AB = 2.5283381	AB = 337ᵐ,55	Calcolazione della catena di triangoli compresa fra i vertici O ed I
	A	247ᵍ.1570				log. sen. α' = 9.9722810		
						c. log. sen. ω' = 0.1729080		—
A	O	47 .1532	77ᵍ.4962	77ᵍ.496	9.9722660 150 9.9722810	log. OB = 2.6735271	OB = 471ᵐ,55	
	B	369 .6570				log. sen. β' = 9.9673654		Vedi tabelle eidipsometriche N. .....
						c. log. sen. α' = 0.0277190		
B	A	169 .6455	75ᵍ.6285	75ᵍ.628	9.9673430 224 9.9673654	log. OA = 2.6686115	OA = 466ᵐ,24	
	O	94 .0170						
			200ᵍ.0012	200ᵍ.000				
			⅓ errore = + 0ᵍ.0004					

Analogamente al triangolo OAB di cui è data la calcolazione nella superiore tabella, procedendo al riguardo degli altri successivi ABC, ACD, DCE..., risolveremo tutta la catena di triangoli compresi fra il punto O di partenza e quello 1 di arrivo. Ciò fatto abbiamo evidentemente due poligonali $OBCEC1$, e $OADFH1$, di cui conosciamo rispettivamente le lunghezze dei lati e gli azimut dei vertici e per ciò assumendo, come si disse, per assi generali di riferimento la meridiana fittizia e la sua perpendicolare passanti pel punto O di origine del rilevamento, potremo, giusta le norme già a suo luogo esposte, calcolare le coordinate ortogonali dei punti B, C, E, G ed 1, non che quelle degli altri A, D, F, H ed 1 ed avere in tal guisa due valori delle coordinate ortogonali del punto 1 riferite al sistema di assi anzidetti passanti per O. Se la differenza fra questi due valori è contenuta entro i limiti dell'ammessa tolleranza si potrà assumere la media dei detti valori per quelli delle *coordinate ortogonali assolute* del punto 1. Note queste sappiamo già come determinare la lunghezza del lato $\overline{O.1}$ mercè la formula:

$$\overline{O.1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}$$

indicando con X_1 ed Y_1 le coordinate ortogonali assolute anzidette del punto 1.

Questo secondo processo di calcolo è già stato sviluppato in tutta la sua interezza al § 293 relativamente alla poligonale (119-121-123-125-127-129-131) e quindi crediamo di nulla dover aggiungere in proposito.

Ricorderemo soltanto che trascritti in una tabella, analoga a quella del modello inserito al § 293 suddetto, tutti gli azimut reciproci dei lati $\overline{OA}$, $\overline{AD}$, $\overline{DF}$, $\overline{FH}$ ed $\overline{H1}$, dalle loro differenze rispettive deduremo l'*azimut del diametro* 0^r-200^g *del circolo orizzontale* in ciascuna stazione onde apportare le opportune correzioni agli azimut stessi ed ottenere nelle medesime il parallelismo del diametro 0^g-200^g e ridurre cioè tutti gli azimut alla direzione che avea il diametro anzidetto nella stazione O di partenza assunto come origine del sistema d'assi generali di riferimento del nostro rilievo, operazione, come si disse, anche questa sviluppata nell'esempio adotto al succitato paragrafo 293. Analogamente si procederà per la poligonale $OBCEG1$.

Determinato il valore del lato $\overline{O-1}$ avremo la *base* per la calcolazione del triangolo $(O.1.2)$ noti gli angoli $O.1.2$, ed $O.2.1$.

Dalla stazione ultima fatta sul punto 1 si sarà rilevato non solo l'azimut reciproco del lato $\overline{1\text{-}O}$, ma l'azimut pure del lato $\overline{1\text{-}2}$, onde dalla loro differenza dedurre l'angolo al vertice 1; analogamente fatta poscia stazione sul vertice 2 rileveremo l'azimut reciproco del lato $\overline{2\text{-}1}$ non che l'azimut del lato $\overline{2\text{-}O}$, e dalla loro differenza conchiudere l'angolo al vertice 2 anzidetto.

Anche qui è quasi superfluo il dire che tanto dalla stazione su 1 che da quella su 2 dovremo rilevare gli azimut di tutti i lati concorrenti nei vertici anzidetti; che l'istrumento in ciascuna stazione si orienterà approssimativamente mercè il declinatore magnetico, e che gli azimut si dovranno rilevare prima col cannocchiale in posizione diretta indi in quella inversa (o coniugata) ossia col metodo Bessel come più sopra già si accennò per la stazione d'origine.

Ciò fatto si procederà alla calcolazione del triangolo ($O.1.2$) analogamente a quanto si è detto relativamente al triangolo (OAB) servendoci della tabella n.° 7. Saremo in tal modo pervenuti alla determinazione della lunghezza rispettiva degli altri due lati $\overline{1.2}$ e $\overline{2.O}$. Assunto poscia il lato $\overline{2.O}$ come *base,* e noti gli angoli adiacenti, passeremo alla calcolazione del triangolo ($2.3.O$), e successivamente a quella di tutti i triangoli della rete trigonometrica.

Note tutte le lunghezze dei lati ed i rispettivi azimut reciproci dei loro estremi si passerà alla determinazione delle *coordinate ortogonali* di tutti i vertici della rete anzidetta, operazione anche questa che non presenta nessuna difficoltà dopo quanto abbiamo in precedenza ed in proposito esposto.

Colla serie delle operazioni or ora descritte noi siamo arrivati alla determinazione completa della nostra rete trigonometrica, e quindi alla determinazione della posizione planimetrica di tutti i vertici della medesima per rispetto agli assi coordinati (*meridiana* fittizia e sua *perpendicolare*) ortogonali passanti per il punto O di origine del rilevamento.

Per riconoscere il grado di approssimazione raggiunto nell'operazione anzidetta, e verificare l'operazione stessa, il mezzo migliore sarebbe quello, come già si accennò al § 301, di procedere alla misurazione di una seconda *base* detta appunto *base di verificazione.* A ciò ottenere si procederà nel modo seguente. Onde evitare di dovere effettuare una misura diretta relativamente rilevante, operazione, come si disse, piuttosto delicata, lunga e diffi-

cile, lungo uno dei lati della rete trigonometrica e dove specialmente può ritenersi che i piccoli errori inevitabili in tali operazioni, per quanta sia la bontà degli istrumenti adoperati e le cure diligenti usate, abbiano esercitato una maggiore influenza, si costruisce una catena di piccoli triangoli analoga a quella eseguita sul lato $\overline{O.1}$, e si procede poscia alla misura diretta di uno dei lati degli anzidetti triangoli. Messa a confronto la lunghezza di questo lato, come risulta dal calcolo, con quella dedotta dalla misurazione diretta, potremo vedere se i due risultati collimano, o se la discrepanza ecceda i limiti della prestabilita tolleranza. Nel primo caso la triangolazione si potrà ritenere esatta, nel secondo dovrassi necessariamente rifare l'operazione almeno in quella parte in cui si giudica possono essere occorsi gli errori. Altri mezzi di verificazione potremo poi avere calcolando in due diversi modi i lati comuni a due triangoli.

Una volta accertati, mercè tutti i mezzi possibili di verificazione, che la rete trigonometrica è esatta, nelle rette che uniscano i vertici della triangolazione abbiamo altrettante *linee cardinali* o di *base* alle quali appoggiare le *poligonali principali* (*orientamenti*) a cui alla lor volta coordinare i *camminamenti* che ci serviranno a rilevare tutti i particolari del terreno.

Così ad esempio sul lato 3-4, possiamo appoggiare la serie degli *orientamenti* (3-81), (81-87) e (87-4) giacenti entro la zona di terreno racchiusa dal triangolo 3.*O*.4, ed essendo note le coordinate ortogonali dei punti 3 e 4 avremo il mezzo di procedere alla *comprovazione* e *compensazione* della poligonale (3-81-87-4) stantechè (§ 296):

1.° La somma delle coordinate rettangolari dei punti 81, 87 e 4 deve risultare eguale alla differenza delle coordinate ortogonali dei punti 3 e 4;

2.° La somma degli azimut del diametro 0^g-200^g del circolo orizzontale nei punti anzidetti dev'essere eguale alla differenza degli azimut del diametro 0^g-200^g del circolo dei due punti 3 e 4 stantechè la poligonale (3-81-87-4) forma un poligono chiuso col lato $\overline{3\text{-}4}$.

Fissati in tal modo di posizione anche i punti 81 e 87, nelle rette $\overline{3.81}$; $\overline{81.87}$; $\overline{87.4}$ avremo nuove *basi* secondarie a cui appoggiare i *camminamenti* o poligonali di infimo ordine.

Così sull'orientamento 3-81 potremo appoggiare il camminamento (3, 75, 77, 79, 81) e questo alla sua volta *comprovarlo* e

compensarlo in modo analogo a quanto si è detto per gli orientamenti o poligonazioni principali e così riuscire infine a determinare con tutta l'esattezza possibile compatibile in simili lavori la posizione dei punti d'infimo ordine o di stazione 75, 77 e 79, dai quali rileveremo tutta l'estensione di terreno visibile dai medesimi e quindi tutti i punti del terreno stesso alla portata del distanziometro.

Ecco nel suo complesso il metodo da seguirsi nei rilevamenti topografici, metodo facile ed uniforme, geometrico ed essenzialmente numerico che fondato dal nostro Porro veniva mano mano perfezionato e reso più pratico dai suoi discepoli e seguaci specialmente dal distinto ingegnere C. Villani come, e meritamente, si ebbe altra volta ad accennare.

A completare quanto si riferisce ai rilevamenti topografici anzidetti dovremmo ora accennare al modo di determinare l'azimut vero di uno dei lati della rete trigonometrica onde orientare in modo assoluto il rilievo, e dare le formole per la livellazione dei vertici della rete suddetta.

Della prima operazione occupandoci in apposito capitolo faremo ora parola della *livellazione topografica* giacchè un dato rilevamento per essere completo deve essere determinato anche altimetricamente. Prima però di entrare in quest'ultimo argomento, considereremo brevemente il caso che non si possa far stazione su di un punto scelto come vertice della triangolazione, onde esporre il procedimento da seguirsi nell'operazione che al § 303 abbiamo distinto col nome di *riduzione degli angoli dal centro di stazione al punto trigonometrico*, processo in tutto analogo a quello esposto al paragrafo succitato come risulta dal seguente esempio numerico.

Sia A (fig. 157) il punto trigonometrico sul quale non si può far stazione, O un altro punto prossimo al primo sul quale si può installare l'istrumento e collimare ai punti B e C le cui direzioni AB ed AC determinano l'angolo BAC che occorre misurare.

Indichiamo con:

$OA = r$ l'*eccentricità*;
Θ_b = l'azimut della direzione OB;
Θ_a = l'azimut della direzione OA;
x_1 = l'angolo ABO
$y_1 = \Theta_a - \Theta_b$ l'angolo BOA
c = il lato AB

Θ_b' = l'azimut corretto ossia l'azimut della direzione AB avremo:

$$\text{sen } x_1 = \frac{r \,.\, \text{sen } y_1}{c}$$

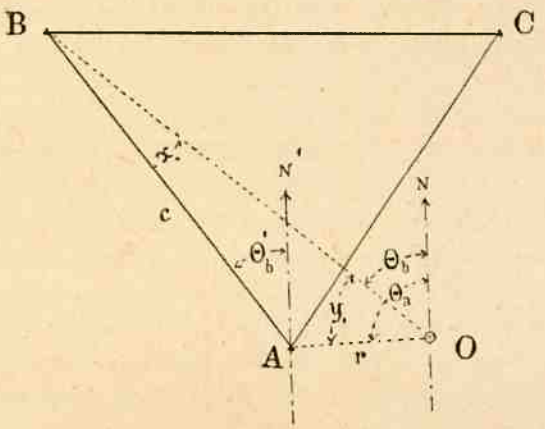


Fig 157.

e per la piccolezza dell'angolo x_1 potendosi ritenere sen $x_1 = x_1$

$$x_1 = \frac{r \,.\, \text{sen } y_1}{c}$$

ed espresso in gradi e frazioni decimali

$$x_1 = R \,.\, \frac{r \,.\, \text{sen } y_1}{c} \qquad (4)$$

nella quale $R = 636620$ (§ 60).

La equazione (4) ci darà la correzione da apportarsi all'azimut Θ_b per avere Θ_b' ossia l'azimut letto ridotto dal centro di stazione al vertice trigonometrico.

Analogamente per la riduzione alla direzione di destra.

Se indichiamo al solito (fig. 158) con:

$OA = r$ l'eccentricità;

Θ_c = l'azimut della direzione OC;

Θ_a = l'azimut della direzione OA;

x_2 = l'angolo ACO;

$y_2 = \Theta_a - \Theta_c$ l'angolo AOC (Θ_a essendo minore di Θ_c si dovrà esso aumentare di 400^g, ossia di un' intiera circonferenza);

b = il lato AC;

Θ_c' = l'azimut Θ_c ridotto dal centro di stazione al punto

trigonometrico avremo:

$$x_2 = \frac{r \cdot \operatorname{sen} y_2}{b} R \qquad (5)$$

la quale ci darà appunto la correzione da fare alla direzione di destra ossia all'azimut Θ_c per avere quello ridotto al vertice trigonometrico Θ_c'.

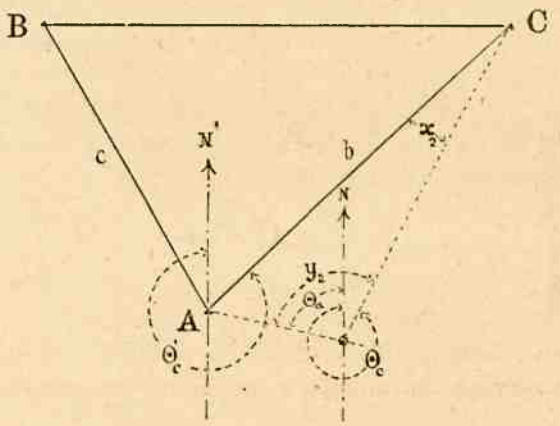


Fig. 158.

Quindi dalle due formule (4) e (5) avremo:

$$\Theta_b' = \Theta_b - x_1 \qquad (6)$$

$$\Theta_c' = \Theta_c - x_2 \qquad (7)$$

e conseguentemente il valore dell'angolo al vertice A sarà dato da

$$BAC = \alpha = \Theta_b' - \Theta_c'. \qquad (8)$$

Facciamone un'applicazione numerica. Pongansi:

$$\Theta_b = 15^g,7587 \text{ (fig. 157)}$$

$$\Theta_a = 52^g,4$$

$$r = 4^m,55$$

$$AB = c = 5760^m,5$$

sarà

$$y_1 = \Theta_a - \Theta_b = 36^g,6413.$$

Sostituendo nella formula (4) ad r_1, y_1, c ed R i rispettivi valori ed applicando il calcolo logaritmico avremo:

$$\log r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 0.6580110$$
$$\log \operatorname{sen} y_1 = \log \operatorname{sen} 36^g,6413 = 9.7358290$$
$$c \,.\, \log 5760^m,5 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 6.2395398$$
$$\log R = \log 636620 \,.\, . \quad . \quad = 5.8038803$$
$$\log x_1 = 2.4372601$$

e quindi:

$$x_1 = + 273,69 \text{ (diecimillesimi di grado).}$$

Ora facciamo (fig. 158):

$$\Theta_c = 315^g,4235$$
$$A\,C - b - 5630^m,4.$$

Essendo costante il valore di Θ_a avremo:

$$y_2 = (400^g + \Theta_a) - \omega_1 = 136^g,9765$$

e siccome rimane pure costante il valore dell'eccentricità, sostituendo nella (5) ad r, R, y_2, b i loro rispettivi valori ed applicando il calcolo logaritmico si avrà:

$$\log r \,.\, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 0.6580110$$
$$\log \operatorname{sen} y_2 = \log \operatorname{sen} 136^g9765 = 9.9222120$$
$$c \,.\, \log 5630^m,4 \,.\, . \quad . \quad . \quad . \quad = 6.2494608$$
$$\log R = \log 636620 \,.\, . \quad . \quad = 5.8038803$$
$$\log x_2 = 2.6335641$$

e quindi passando dai logaritmi ai numeri

$$x_2 = + 430,00 \text{ (diecimillesimi di grado).}$$

Dalle formole (6) e (7) avremo poi:

$$\Theta_b' = \Theta_b - x_1 = 15^g,758700 - 0^g,027369 = 15^g.7313$$
$$\Theta_c' = \Theta_c - x_2 = 315^g,4235 - 0^g,0430 = 315^g.3805$$

azimut corretti, ossia ridotti dal centro di stazione al punto trigonometrico e finalmente dalla (8) si ricaverà

$$BAC = \alpha = (400^g + 15^g,7313) - 315^g,3805 = 100^g,351.$$

Relativamente ai valori di r, y_1, y_2, b e c che entrano nelle formole (4) e (5) valgono naturalmente le stesse considerazioni fatte al paragrafo 303, soltanto faremo rimarcare che i valori di x_1, ed x_2 dipendono necessariamente e rispettivamente da quelli di sen y_1 e sen y_2 e quindi positivi per angoli cadenti nel 1.° e 2.° quadrante, negativi per quelli compresi nel 3.° e 4.° come d'altronde è dimostrato dall'esempio numerico superiormente sviluppato.

Le norme ed istruzioni sin qui esposte per la levata topografica di una non vasta superficie terrestre valgano pel caso che il rilevamento, sia per la sua eccezionale estensione, sia per lo scopo a cui è diretto, non si ritenga sufficiente appoggiarlo a dei semplici *orientamenti* di cui si tenne speciale parola al capitolo V. Qualora poi il territorio da rilevarsi eccedesse i limiti indicati al § 110 od anche raggiungendoli si ritenesse necessario tener conto della sfericità della terra onde collegare il rilevamento ad altri relativi a territori limitrofi al primo, in tal caso la rappresentazione del terreno mercè un sistema di coordinate rettangolari (in cui si suppone il parallelismo dei meridiani) non sarebbe rigorosamente esatto e si dovrebbe dagli elementi misurati e calcolati dei triangoli, e dalle coordinate geografiche note di un vertice dedurre la longitudine e latitudine di ciascun vertice della rete trigonometrica ossia calcolare la posizione di tutti i punti trigonometrici mercè le relative *coordinate geografiche* (§ 303) col mezzo di apposita formula, e dedurre le *coordinate rettangolari* dalla differenza fra la posizione geografica di un dato punto e quella del centro (preso come origine) di una data plaga di terreno non eccedente in estensione dai 50 ai 60 chilometri quadrati. Suddividendo il territorio da rilevarsi in tante sezioni di estensione non eccedente quei limiti la convergenza dei meridiani diventa cosa trascurabile ed il rilievo dalle medesime compreso può allora riferirsi alla *meridiana e perpendicolare* passanti pel punto centrale della sezione stessa e di cui sopra si disse. Si ottiene in tal guisa una serie di piani rappresentanti altrettante faccie di un poliedro circoscritto alla superficie terrestre che quantunque in apparenza indipendenti, sono però effettivamente fra di loro collegati dalla triangolazione. La conversione dalle coordinate geografiche (espresse

in gradi e frazioni di grado) in quelle rettangolari (espresse come si sa in metri) si fa mercè apposite tavole.

È questo appunto il sistema che si segue nei rilevamenti catastali del Regno in base alla Legge 1 marzo 1886 e relativo Regolamento più volte citato e delle cui operazioni non crediamo fare parola come esorbitanti i limiti del quadro di questo trattato.

309. Perchè un dato rilevamento topografico sia completo, e possa dare cioè una adeguata rappresentazione delle sue accidentalità e servire ai molteplici scopi a cui ora sono rivolti simili lavori, occorre per ciascun punto del medesimo la determinazione della terza coordinata, ossia della ordinata verticale Z riferita ad una determinata superficie di paragone che abbiamo già accennato essere quella media delle acque del mare in assoluto riposo, sottratta cioè a tutte le azioni (attrazione del sole e della luna, venti, correnti) che non le permettono di rimanere in equilibrio e supposta protratta sotto i continenti a ravvolgere l'intiero globo terrestre. Da quanto abbiamo precedentemente esposto sappiamo già che il coordinare un dato rilievo a punti trigonometrici significa determinare planimetricamente ed altimetricamente di posizione tutti i punti del rilievo stesso, ossia determinare le coordinate ortogonali X, Y, Z dei punti anzidetti rispetto al sistema di assi ortogonali ai quali sono riferiti i punti trigonometrici stessi, ed al paragrafo suddetto abbiamo pure veduto come si proceda per la determinazione *planimetrica* di un dato punto 1 (fig. 155) ossia della formazione delle X, Y del medesimo per rispetto al sistema d'assi ortogonali $O\,Y$, $O\,X$ a cui erano riferiti i punti trigonometrici T_1, T_2, T_3.

Resta ora, per completare il problema propostoci al succitato paragrafo, a vedere come si proceda per determinare la terza coordinata Z_1 del punto 1.

Qualora uno dei punti trigonometrici non sia molto lontano dal punto di stazione, per aversi la quota assoluta del punto suddetto basterà ricorrere alla formola generale (§ 203)

$$Z_1 = Z_s + I + (H - h).$$

Se ora indichiamo con:

$Z_1 =$ la *quota assoluta* del punto trigonometrico T_1, quota già nota essendo che i vertici di una qualsivoglia triangolazione topografica vengono sempre riferiti al livello del comune marino; con:

$Z_1 =$ la *quota assoluta* del punto di stazione 1 da determinarsi, e con:

$I =$ al solito *l'altezza* dello istrumento; e se consideriamo che nel caso in ispecie si collima ad un punto trigonometrico di distanza nota K, e quindi senza la interposizione della stadia per cui $h = 0$, la formula generale si cangia nell'altra

$$Z_t = Z_1 + I \pm H$$

e siccome

$$H = K_1 \cot \varphi$$

(indicando con φ l'apozenit o distanza zenitale del punto T_1 rilevata dal punto 1) così si avrà:

$$Z_t = Z_1 + (I \pm K_1 \cot \varphi) \qquad (9)$$

da cui

$$Z_1 = Z_t - (I \pm K_1 \cot \varphi). \qquad (10)$$

Se invece della distanza zenitale si avesse l'angolo α di elevazione e depressione della visuale 1 T_1 sull'orizzonte del punto 1 la (10) si convertirebbe nell'altra:

$$Z_1 = Z_t - (I \pm K \text{ tang. } \alpha) \qquad (11)$$

formole che valgono, ben inteso, nella ipotesi di considerare come piana la superficie di terreno da rilevarsi ossia confondentesi (§ 111) col piano normale alla verticale condotta per un punto prossimamente centrale alla plaga di terreno di cui si vuol eseguire la levata topografica, e di assumere per *piano generale di livello* quello tangente alla superficie sferica delle acque del mare in istato di perfetta tranquillità convenientemente protratta a tutta la terra, nel punto in cui viene incontrata dalla verticale suddetta.

Anticamente i rilievi topografici relativi a studi di progetti sia civili che stradali od idraulici venivano riferiti bensì ad una medesima superficie orizzontale, ma presa ad arbitrio e qualche volta assunta al dissopra di tutti i punti del terreno che dovevano alla medesima riferirsi, per cui s'incorreva nell'anomalia che le quote altimetriche riuscivano tanto più piccole quanto i punti suddetti erano più elevati dal suolo, e questa arbitrarietà nella scelta del piano di paragone rendeva oltremodo difficile il confronto od il collegamento fra loro di diversi rilievi.

Da qualche tempo per tutti i rilievi che riflettono lavori dipendenti da pubbliche Amministrazioni, tali rilievi vengono ri-

feriti ad unica superficie orizzontale determinata dal così detto *comune marino*, che è l'altezza media delle comuni alte maree desunte da speciali apparecchi denominati *mareometri o mareografi*.

Abbiamo per ciò una quantità di punti sparsi su tutto il Regno quotati già relativamente alla detta superficie di livello (e qui aggiungiamo che sarebbe opportuno estendere il numero di simili punti in tal guisa quotati) ed ai quali collegare per la parte altimetrica i nostri rilievi che cadessero in prossimità dei medesimi. Così ad esempio tutte le linee ferroviarie del Regno sono appunto quotate rispetto alla superficie di livello suddetta ossia al *comune marino* al quale sono egualmente riferite le graduazioni degli *idrometri* esistenti lungo i nostri principali fiumi. Qualora poi i rilievi si eseguissero a non molta distanza dal mare si potrebbe senz'altro collegare ad un *mareometro*, al quale naturalmente corrisponderebbe la quota *zero* prendendo per quota *zero* il punto della scala del mareometro, che si sa corrispondere al *comune marino* ossia all'*altezza media delle comuni alte maree*.

Ma il comune marino non corrisponde al *livello medio* del mare che è dato invece dalla media aritmetica di tutte le ordinate della curva mareografica estesa ad un lungo periodo di anni. E per esempio, a Venezia si è trovato che sulla scala del mareografo mentre il *comune marino* è indicato dalla lettura $1^m,50$ (sullo *zero* della scala) il *livello medio* è invece dato da $1^m,24$, cioè il livello medio è più basso del comune marino di m. 0,26.*

Evidentemente sarà più opportuno riferirsi al livello medio poichè mentre questo si può ritenere molto prossimamente lo stesso in tutto il mare che circonda l'Italia, il comune marino sarà naturalmente diverso dipendendo esso dalla quantità delle maree che, come si sa è diversa nei diversi mari. Perciò sarebbe raccomandabile che d'ora in avanti le quote di livello venissero riferite tutte al *livello medio* del mare e ciò sarà facile tutte le volte che si possa riferirci a capisaldi determinati nelle recenti livellazioni di precisione eseguite dallo Istituto Geografico militare italiano.

---

* Veggasi *Correzione di Scala* ecc. Nota del prof. G. Lorenzoni, Direttore del R. Osservatorio astronomico della R. Università di Padova. Venezia. Tip. Antonelli, 1888.

Betocchi prof. cav. Alessandro, *Dei mareografi esistenti in Italia*. Roma, Palotta, 1875. Provincia di Venezia. *Monografia* del conte L. Sormanni-Moretti. Venezia. Tip. Antonelli, 1880-81.

310. *Formule per il calcolo delle ordinate o quote assolute dei punti trigonometrici.*

Le quote assolute dei vertici di una triangolazione topografica essendo riferite a quell'*orizzonte vero* speciale determinato dalla superficie delle acque del mare in istato di assoluto riposo (rispetto alle parti solide del globo terrestre) convenientemente protratta a tutta la terra in guisa di costituire quella sfera di raggio medio di 6, 366, 740^{m} e non già ad un *orizzonte apparente*, non si può fare capitale delle formole (10) e (11) primieramente: perchè nel caso in ispecie non si può far astrazione dalla convergenza delle verticali passanti per due dati punti trigonometrici e considerarle cioè parallele come sin'ora abbiamo ammesso e come in tale ipotesi sono appunto dedotte le formole anzidette; in secondo luogo perchè nel caso in ispecie si deve tener conto di un altro elemento che sin'ora abbiamo trascurato come non influente sulla determinazione della differenza di livello di due punti posti tra loro a breve distanza, vogliamo accennare alla *rifrazione atmosferica*, fenomeno fisico di cui già abbiamo altrove fatto cenno, il cui effetto si è quello di farci vedere il punto di mira (quando questo è molto lontano) più alto di quello che realmente lo sia.

Trattandosi dunque di una *livellazione topografica* propriamente detta, ossia di dover procedere alla livellazione dei vertici di una rete trigonometrica, o di determinare la quota di un punto di stazione deducendola da quella nota di un punto trigonometrico dal primo visibile, vediamo come vanno modificate le formule (3) e (4) suddette.

Sieno (fig. 159) T_{I}, T_{II} due punti trigonometri, $T_{I}A$ e $T_{I}V$ le traccie rispettive degli *orizzonti apparente* e *vero* col piano verticale passante per i punti anzidetti; $T_{I}C$, $T_{II}C$ le verticali condotte per i punti T_{I} T_{II} le quali, perciò comprenderanno un certo angolo che sarà sempre piccolissimo stante la limitata distanza che corre fra i punti T_{I} e T_{II} ossia la limitata lunghezza della *base* in confronto del raggio medio R della terra. Infatti abbiamo già veduto al § 109 come tale angolo sia precisamente di 32″,4 (sessagesimali) ossia di un millesimo circa di grado centesimale per una distanza fra T_{I} e T_{II}, ossia fra le due verticali, di un chilometro. Perciò potremo suporre rettangolo in a il triangolo T_{I} a T_{II}.

Indichiamo al solito con φ la distanza zenitale della visuale diretta da T_{I} a T_{II} supposto il centro del circolo zenitale coinci-

dente collo stesso punto T_I, e con K la distanza orizzontale $T_I a$ sensibilmente eguale alla lunghezza della *base* ossia del lato della rete trigonometrica che congiunge i due punti T_I e T_{II}.

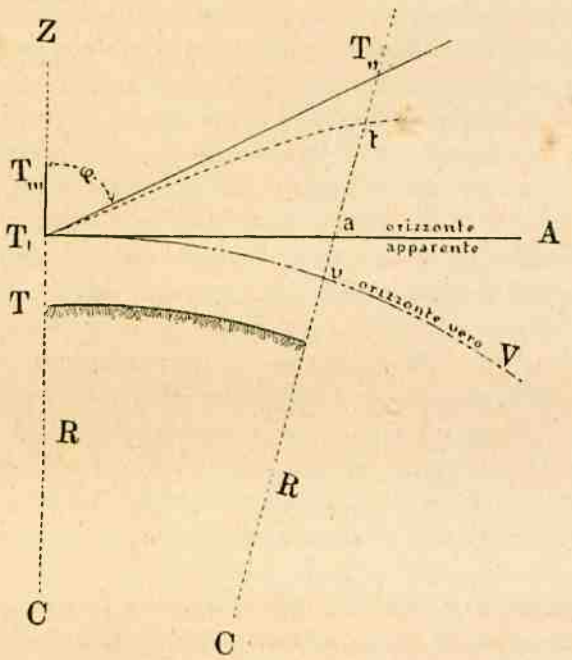


Fig. 159.

Ora nella ipotesi della terra piana, ossia di prendere come piano generale di livello quello tangente alla superficie terrestre (supposta sferica) nel punto T_I, sappiamo già che la *differenza di livello apparente* $\Delta'_{II} T$ è data da

$$T_{II} a = \Delta'_{II} T - K \cot \varphi$$

mentrechè la *differenza di livello vero* fra i due punti anzidetti è realmente la

$$T_{II} v - T_{II} a + a v$$

Per calcolare la quantità $a v$ indichiamo con:

$2R =$ il diametro della terra con:

$K =$ la tangente $T_I a$, e con:

$s =$ la quantità incognita $a v$.

Dal noto teorema di Geometria piana che la *tangente è media proporzionale fra la segante intiera e la sua parte esterna*, avremo:

$$2R + s : K :: K : s$$

da cui

$$K^2 = s(2R + s)$$

ed

$$s = \frac{K^2}{2R + s}$$

e trascurando nel denominatore la quantità s in confronto di $2R$ grandissimo, si avrà

$$s = \frac{K^2}{2R}$$

e conseguentemente la formula che ci darà il valore della differenza di *livello vero* fra i due punti T_I e T_{II} (astrazione fatta dall'errore proveniente dalla rifrazione atmosferica di cui appresso diremo) diventa

$$\Delta_{II}' T - T v = K \cot \varphi + \frac{K^2}{2R}. \qquad (12)$$

Ma siccome i raggi luminosi provenienti dal punto T_{II}, nello attraversare gli stati atmosferici (la cui densità non è uniforme ma anzi variabilissima dipendentemente da molteplici circostanze) vengono rifratti, ossia si piegano secondo una linea curva che rivolge la sua concavità verso la superficie terrestre, per cui avremo la percezione del punto di mira in T_{II} anzichè in t, così ne segue che la differenza di *livello vero* calcolato colla formula (5) riescirà maggiore della quantità $T_{II} t$ che con molta approssimazione possiamo rappresentare con Kr indicando con r l'angolo di rifrazione, sempre piccolissimo, $T_{II} T_I t$ e supponendo (come appunto si è già superiormente ammesso) eguali le diverse lunghezze $T_I T_{II}$, $T_I t$, $T_I a$, e l'arco $T_I v$ confondentesi colla base K.

In quanto al valore di r, qualora si segua il sistema di non eseguire simili osservazioni quando l'atmosfera è soverchiamente agitata dai venti, nè troppo di mattino o poco prima di sera, ed evitando sopra tutto che le visuali non debbano attraversare strati atmosferici eccessivamente mobili e rarefatti come ha luogo per quelli prossimi ad una zona di terreno arido riscaldata da un sole ardente, in una parola qualora si operi in condizioni climateriche

non straordinarie, si può assumere

$$r = 0{,}08$$

dell'angolo al centro $\frac{K}{R}$, e quindi:

$$0{,}08\,\frac{K^2}{2\,R}$$

pel valore dello spostamento $T_{II}\,t$.

La differenza dunque di *livello vero* fra i due punti trigonometrici $T_I\,T_{II}$, qualora si avesse osservato realmente al punto T_{II} nella sua vera posizione t, sarà data dalla formola:

$$\Delta_{II}' = K\cot\varphi + \frac{K^2}{2\,R} - 0{,}08\,\frac{K^2}{2\,R} = K\cot\varphi + 0{,}46\,\frac{K^2}{R} \qquad (13)$$

e se poniamo la quantità costante

$$\frac{0{,}46}{R} = c$$

avremo

$$\Delta_{II}'\;T = K\cot\varphi + c\,K^2. \qquad (14)$$

Dalla (14) si ricavano, nel modo seguente, le relazioni che danno le quote *assolute* od *altidi* dei punti T_I e T_{II} qualunque sia la cognita: o quella di stazione oppur l'altra del punto di mira. Infatti sia *cognita* la quota assoluta od altide Z_{II} del punto trigonometrico T_{II} dall'orizzonte vero speciale determinato dal livello medio delle acque del mare oppure dal comune marino, e con Z_I l'ordinata verticale od altide *incognita* del punto di stazione T_I riferita naturalmente alla stessa superficie di paragone, avremo evidentemente

$$Z_I = Z_{II} - \Delta_{II}'\,T = Z_{II} - (K\cot\varphi + c\,K^2). \qquad (15)$$

Se poi fosse cognita invece la quota Z_I del punto di stazione T_I ed incognita quella Z_{II} del punto di mira T_{II}, allora si avrebbe evidentemente l'altra relazione

$$Z_{II} = Z_I + \Delta_{II}'\,T = Z_I + (K\cot\varphi + c\,K^2). \qquad (16)$$

Le formule (15) e (16) sono state determinate facendo astrazione dell'altezza dello istrumento ossia supponendo, per sem-

plicità, che il centro del circolo verticale coincida col punto di stazione il che naturalmente non avviene mai; anzi, trattandosi di una *livellazione topografica* come quella di cui è parola, i punti trigonometrici a livellarsi essendo, come già si disse, determinati in generale da segnali molto elevati dal suolo occorrerà per ciò di sovente far stazione al disotto dei medesimi, e sopra gli stessi nel solo caso speciale che i punti anzidetti siano indivuati da segnali situati sulla superficie del suolo. Da ciò la necessità d'introdurre nelle formule suddette (15) e (16) la distanza verticale fra il centro dell'istrumento e la sommità del segnale, sommità che costituirebbe a tutto rigore il vero vertice dello apozenit.

Se i punti trigonometrici a livellarsi (fig. 159) fossero T e T_{II} anzichè T_I e T_{II} e l'istrumento o centro del medesimo fosse stato collocato in T_I ossia al disopra del vertice T, si rileva dalla semplice ispezione della figura che alla differenza di livello

$$\Delta_{II}' T = T_{II} v$$

si dovrebbe aggiungere la quantità $T_I T$ che indicheremo con $d Z$ e quindi la formula che darà la differenza di livello fra i punti T e T_{II} sarà evidentemente

$$\Delta_{II}' T + d Z$$

e le formule che daranno le quote assolute reciproche dei punti T e T_{II} diventano

$$Z_I = Z_{II} - (\Delta_{II}' T + d Z) \qquad (17)$$

$$Z_{II} = Z_I + (\Delta_{II}' T + d Z) \qquad (18)$$

Se invece i punti trigonometrici a livellarsi fossero T_{III} e T_{II} e quindi l'istrumento fosse stato collocato al disotto del primo e precisamente col suo centro in T_I, dalla stessa figura si scorge di leggieri che alla differenza di livello

$$\Delta_{II}' T = T_2 v$$

occorrerebbe togliere la quantità $T_{III} T_I$ e quindi la differenza di livello fra i due punti anzidetti $T_{III} T_{II}$ sarebbe espressa da

$$\Delta_{II}' T - d Z$$

indicando al solito con $d Z_I$ la distanza verticale fra il centro del-

l'istrumento e la sommità del segnale. Le espressioni poi che daranno le quote assolute reciproche dei punti T_{III} e T_{II} diventano

$$Z_I = Z_{II} - (\Delta_{II}' T - d Z) \qquad (19)$$

$$Z_{II} = Z_I + (\Delta_{II}' T - d Z). \qquad (20)$$

Sostituendo nelle formole (17) (18) (19) e (20) a $\Delta_{II}' T$ il suo valore

$$K \cot \varphi + c K^2$$

avremo:

$$Z_I = Z_{II} - (K \cot \varphi + c K^2 + d Z) \qquad (21)$$

$$Z_{II} = Z_I + (K \cot \varphi + c K^2 + d Z) \qquad (22)$$

$$Z_I = Z_{II} - (K \cot \varphi + c K^2 - d Z) \qquad (23)$$

$$Z_{II} = Z_I + (K \cot \varphi + c K^2 - d Z). \qquad (24)$$

311. *Osservazioni.* La formola (21) serve a calcolare la quota assoluta del punto di stazione, quando si conosce quella del punto di mira.

La formola (22) serve invece a calcolare l'altezza assoluta del punto osservato nota quella del punto di stazione ed entrambe nella ipotesi che il centro dello istrumento si trovi collocato al *dissopra* del punto di stazione.

Le formole (23) e (24) servono pure ai due usi anzidetti, ma nella ipotesi che il centro dello istrumento si trovi invece al *dissotto* del segnale sulla verticale del quale od in prossimità della medesima è soltanto possibile far stazione.

Se mettiamo a confronto le coppie di formole (21) (22) e (23) (24) colle altre corrispondenti (9) e (10) del § 309 rileveremo subito che le prime non diversificano dalle seconde se non pel secondo termine fra parantesi

$$c K^2 = 0{,}46 \frac{K^2}{R}$$

che rappresenta le correzioni dovute alla forma della terra (supposta sferica) ed alla rifrazione. In quanto al terzo termine $d Z$, esso rappresenta la distanza verticale fra il centro del circolo zenitale e la sommità del segnale che individua il punto trigonometrico, distanza che evidentemente si riduce alla semplice I delle

formole (9) e (10) nel solo caso speciale in cui si possa far stazione sul punto trigonometrico e determinato sulla superficie del suolo.

Trattandosi di punti trigonometrici le cui quote assolute vengono determinate mercè una sola distanza zenitale, non occorre ridurre l'anomalia φ letta a quella vera corrispondente alla sommità del segnale, ma basterà determinata la differenza di livello

$$\Delta'_{II}\ T$$

fra i punti T_I e T_{II}, mercè la distanza zenitale letta φ, dedurre dal risultato la quantità dZ (misurata direttamente) e col segno proprio che le compete, ossia assumendo dZ *negativo* quando il centro dello istrumento trovasi *sopra* il punto che dovrebbe essere vertice della distanza zenitale e viceversa come *positivo* quando il centro anzidetto è invece al *dissotto* del punto trigonometrico che devesi prendere come vertice dell'anomalia φ anzidetta.

In quanto al segno algebrico del termine

$$K \cot \varphi$$

questo naturalmente dipende da quello della funzione trigonometrica $\cot \varphi$, e sarà perciò positivo quando $\varphi < 100^{gr}$, e negativo nel caso contrario di $\varphi > 100^{g}$.

Il secondo termine:

$$c\,K^2 = 0.46\,\frac{K^2}{R}$$

che, come si disse, dà la correzione dovuta alla forma della terra ed alla rifrazione, è sempre positivo, e lo si determina facilmente mercè il calcolo logaritmico, giacchè basterà aggiungere al doppio del logaritmo di K quello della costante c che è

$$\log c = \log \frac{0.46}{6.366.740} = 2.85884$$

(prendendo i logaritmi con sole 5 cifre decimali).

Esempi numerici.

1.° Si supponga nota la quota assoluta Z_I, del punto di stazione T_I ed incognita quella del punto di mira T_{II}; il centro

dello istrumento sia posto al dissopra del punto trigonometrico della sola altezza dello istrumento stesso.

Si abbia

$$K = 4375.85$$
$$d\,Z = \quad 1.32$$
$$Z_{\text{I}} = \quad 657.35$$
$$\varphi = \quad 99^{\text{g}}.797.$$

Assumiamo la formola

$$\Delta'_{\text{II}}\,T = K \cot \varphi + c\,K^2 + d\,Z$$

Avremo:

$$\log K = \log \quad 4375.85 = 3.64106$$
$$\log \cot \varphi = \log \cot \quad 99^{\text{g}}.797 = \underline{7.50361}$$
$$\log \text{ del } 1.^{\circ} \text{ termine} = 1.14467$$

Numero corrispondente . . . . . + 13.95

$$\log c = 2.85884$$
$$\log K^2 - 2 \,.\, \log 4375.85 = \underline{7.28212}$$
$$\text{log. del } 2.^{\circ} \text{ termine} = 0.14097$$

Antilogaritmo . . . . . + 1.38

$$\Delta_{\text{II}}'\,T = + 15.33$$

$3.^{\circ}$ Termine . . . . . $d\,Z = + 1.32$

$$\Delta_{\text{II}}'\,T + d\,Z = + 16.65.$$

E quindi la quota assoluta del punto di mira T_{II} sarà data da

$$Z_{\text{II}} = Z_{\text{I}} - (\Delta_{\text{II}}'\,T + d\,Z) = 657{,}35 - 16.65 = 640.70.$$

Se fosse stata nota invece l'altide $Z_{\text{II}} = 641.05$ del punto di mira T_{II}, quella del punto di stazione T si sarebbe ricavata dall'altra formula

$$Z_{\text{I}} = Z_{\text{II}} + (\Delta_{\text{II}}'\,T + d\,Z)$$

e quindi

$$Z_{\text{I}} = 640.70 + 16.65 = 657.35.$$

Per evitare gli errori grossolani in cui alle volte si cade non eseguendo ordinatamente i calcoli relativi alla determinazione delle altidi Z dei punti trigonometrici, si può far uso di una tabella analoga a quella seguente n.° 8 nella quale appunto si sono registrati i dati ed i calcoli che si riferiscono allo esempio numerico suesposto.

TABELLA N. 8.

Indicazione dei punti	Dati	DIFFERENZA DI LIVELLO $\Delta_{11}' T = K \cot \varphi + c K^2 + d Z$ $\log c = 2.85884$			Quote assolute od Altidi Z
T_1 Punto di stazione (di altezza assoluta nota Z_1).	$K = 4375.85$ $d Z = 1.32$ $Z_1 = 657.35$ $\varphi = 99^g.797$	$\log K = 3.64106$ $\log \cot \varphi = 7.50361$ $\log$ 1.° Ter. $= 1.14467$	$2 . \log K = 7.28212$ $\log c = 2.85884$ $\log$ 2.° Ter. $= 0.14097$ (3.° Termine)	1.° Ter. $= +13,95$ 2.° Ter. $= + 1.38$ $\Delta_{11}' T = + 15.33$ $d Z = + 1.32$	$Z_1 = 657.35$
T_{11} Punto di mira (di altezza incognita)			$\Delta_{11}' T + d L$	$= + 16.65$	$- 16.65$ $Z_{11} = 640.70$
T_{11} Punto di mira di altezza nota.					$Z_{11} = 640.70$
T_1 Punto di stazione (di altezza assoluta incognita).	$K = 4375.85$ $d Z = 1.32$ $Z_{11} = 640,70$ $\varphi = 99^g.797$	$\log K = 3.64106$ $\log \cot \varphi = 7.50361$ $\log$ 1.° Term. $= 1.14467$	$2 \log K = 7.28212$ $\log c = 2.85884$ log. 2.° Ter. $= 0.14097$ (3.° Termine)	1.° Ter. $= +13.95$ 2.° » $= + 1.38$ $\Delta_{11}' T = +15.33$ $d L = + 1.32$ $\Delta_{11}' T + dZ = +16.65$	$+ 16.65$ $Z_1 = 657.35$

2.° Si supponga al solito nota la quota assoluta del punto di stazione ed incognita quella del punto di mira, ma il centro dell'istrumento sia posto al *dissotto* dal vertice trigonometrico ed inoltre si abbia $\varphi > 100^{gr}$.

I dati sieno adunque:

$$K = 3594.75$$
$$dZ = \quad 12.25$$
$$Z_I = \ 865.45$$
$$\varphi = \ 100^{gr}.402.$$

Nel caso in ispecie la differenza di livello fra i due punti qualsivoglia T_I e T_{II} è data dalla formola

$$\Delta_{II}' T = K \cot \varphi + c K^2 - d L.$$

Avremo:

$$\log K - \log 3594{,}75 = 3.55567$$
$$\log \cot \varphi = \log \cot 100^{gr}.402 = \underline{7.80143}$$
$$\log 1.^{\circ} \text{ termine} = 1.35710.$$

Antilogaritmo corrispondente . . . . $= -22.75$

$$\log c = 2.85884$$
$$\log K^2 = 2 \log 3594.75 = \underline{7.11134}$$
$$\log 2.^{\circ} \text{ termine} = 9.97018$$

Numero corrispondente $= \underline{+ \ 0.93}$

$$\Delta_{II}' T = -21.82.$$

3.° Termine . . . . . $dZ = \underline{-12.25}$

$$\Delta_{II}' T - dZ = -34.07.$$

E perciò la quota assoluta di T_{II} sarà data da

$$Z_{II} = Z_I - (\Delta_{II}' T - dZ) = 865.45 + 34.07 = 899.52.$$

Se fosse stata nota invece l'altide Z_{II} del punto T_{II}, quella del punto di stazione si sarebbe ricavato dall'altra espressione

$$Z_I = Z_{II} + (\Delta_{II}' T - dZ) = 899{,}52 - 34{,}07 = 865{,}45.$$

312. Il procedimento pratico per la determinazione delle *altidi* dei punti trigonometrici può in massima essere il seguente.

Se nella regione in cui viene eseguita la triangolazione topografica a cui appoggiare i rilievi di dettaglio esiste già una rete geodetica alla quale coordinare la prima anche per la parte planimetrica, per procedere alla determinazione delle quote assolute occorre innanzi tutto fissare quelle di taluni punti della triangolazione suddetta mercè altra già nota appartenente ad un vertice della rete geodetica.

Così per es. (fig. 154) partendo dall'*altide* del punto *A* appartenente alla rete geodetica stabilita dall'Istituto geografico militare potremo mercè la formula generale (14) avere le quote assolute dei vertici o punti trigonometrici di 1.° ordine *c*, *b*, *d*, *e*, della rete trigonometrica. Se poi dai punti suddetti sono state rilevate le distanze zenitali relative al punto *A*, mercè la formula generale (15) si potrà di nuovo calcolare le altidi dei medesimi, e quindi avere un primo controllo sull'esattezza dei valori delle relative ordinate verticali, e vedere se le discrepanze eccedano i limiti delle prestabilite tolleranze.

Se ora si prende come punto di partenza quello *b* di 1.° ordine di altide già nota, si può mercè la (14) determinare le quote assolute dei punti di 2.° ordine (*C. Colonica*), (*C. Mazzola*), (*Cantone*), . . . ; inoltre la quota assoluta del punto (*C. Colonica*) può venire fissata anche partendo dall'altra cognita del punto di 1.° ordine *c*, come pure quelle dei punti (*G. Mazzola*) e (*Cantone*) possono essere di nuovo calcolate mercè le distanze zenitali rilevate pei detti punti stando sul punto *d* di quota già nota ed avere così dei controlli e verifiche sull'esattezza ed attendibilità delle altidi relative ai punti trigonometrici di 2.° ordine anzidetti.

In generale se nel prendere le distanze zenitali si son fatte delle osservazioni reciproche, l'altide di ciascun punto si potrà calcolare due volte applicando successivamente le formole (14) e (15) ed in massima le quote assolute di un punto stesso si può determinare tante volte mercè la (14) quante sono le distanze zenitali prese da punti diversi di altezza cognita su quello che si considera.

La concordanza poi fra le diverse quote calcolate per uno stesso punto nel modo ora espresso, ci assicurerà della esattezza delle medesime, concordanza che nelle livellazioni in parola si può ritener buona quando sia contenuta entro i limiti da $0^m,50$ ad 1^m.

Ammesso ben inteso che si operi con la maggior possibile precisione e nelle condizioni le più opportune i risultati somministrati dalla formola generale (14) non saranno naturalmente tutt'affatto esatti dipendentemente dai piccoli errori di cui saranno sempre affetti gli elementi che entrano nella medesima, ed in ispecie il termine $K \cot \varphi$. L'analisi ci indica che l'influenza dei piccoli errori che si commetteranno nella determinazione della base K e dell'anomalia φ sui risultati che si otterranno applicando la formola generale anzidetta, è tanto più piccola quanto più breve sarà il lato K, e quanto più φ si accosterà a 100^{gr} ossia le visuali si approssimeranno all'orizzonte passante pel centro del circolo verticale.

CAPITOLO VIII.

AZIMUT VERO DEL LATO DI UNA POLIGONALE

313. Al Capitolo VII della Parte III del presente Trattato abbiamo sommariamente accennato ai diversi metodi per determinare la direzione della *meridiana* passante per un punto di stazione relativo ad un dato rilevamento ed in tal guisa orientare in modo assoluto il rilevamento stesso.

In questa parte speciale del presente Manuale, in cui si accenna alle principali operazioni di campagna, crediamo utile far parola del procedimento che a nostro avviso sembraci più semplice e comodo per determinare l'azimut vero di un lato di una data poligonale, servendoci di osservazioni fatte sul sole.

Prima però di esporre un tal metodo occorre richiamare talune nozioni elementari di cosmografia e far cenno delle coordinate celesti: *ascensione retta* e *declinazione* mercè le quali si fissa la posizione di un astro sulla sfera (ideale) celeste, sebbene per lo scopo nostro non debbasi far uso che di una sola coordinata dell'astro.

Il circolo $P\,Q\,P'\,Q'$ (fig. 160) rappresenti la sfera celeste $P\,P'$ l'*asse del mondo* attorno al quale sembra ruotare la sfera ideale anzidetta; P sia il *polo Nord* o *boreale* P' il *polo Sud* od *australe*. In prossimità del polo Nord vi ha una stella di 2ª grandezza abbastanza distinta da quelle vicine che la circondano, che chiamasi appunto *stella polare* e che appartiene alla costellazione denominata *orsa minore*. Il circolo massimo proiettato sul piano della figura in $Q\,Q'$ e normale all'asse del mondo dicesi *equatore celeste* e divide la sfera celeste in due emisferi *boreale* l'uno, *australe* l'altro; i circoli minori come $M\,M$, $M'\,M'$ normali alla retta $P\,P$ e quindi paralleli all'equatore, diconsi appunto *paralleli celesti*, e

gli altri analoghi a $PRP'R'$ passanti per l'asse del mondo *circoli orari*.

Il sole nel periodo di un anno descrive apparentemente un circolo massimo della sfera celeste proiettato in EE' e che dicesi *eclittica* la quale risulta inclinata all'equatore di circa 23°, 38′.

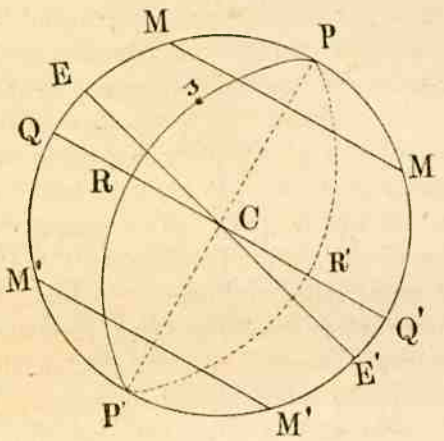


Fig. 160.

L'eclittica interseca naturalmente l'equatore in due punti diametralmente opposti detti *equinozî* o *nodi* dell'eclittica. Il punto in cui il sole incontra l'equatore venendo dall'emisfero australe nel boreale dicesi *nodo ascendente* od *equinozio di primavera*, l'altro *nodo discendente* od *equinozio di autunno*.

Il *meridiano celeste* o *circolo orario* che passa pel nodo ascendente è quello che prendesi per *primo* e da cui si contano le coordinate celesti dette *ascensioni rette*, che colle *declinazioni* servono a fissare un astro qualsiasi sulla volta celeste e delle quali ora faremo parola.

Dicesi *declinazione* di un astro s la sua distanza angolare dall'equatore data dall'arco sR del circolo orario suddetto $PsRP'R'$ passante per l'astro stesso; si misura in gradi partendo dall'equatore e può variare da 0° a 90°; è poi *boreale* od *australe* a seconda che l'astro si trova nell'uno o nell'altro dei due emisferi omonimi, e si distingue anche coi segni + o —, ritenendo *positive* le declinazioni boreali e *negative* le australi. Si comprende poi che gli astri posti sullo stesso parallelo (come ad esempio MM) avranno tutti la stessa declinazione.

Chiamasi *ascensione retta* dello stesso astro s l'angolo che il meridiano o circolo orario $PsRP'$ che passa per s fa col meridiano *primo* di cui si è fatto parola. Se il circolo massimo PQ $P'Q'$ è il circolo orario che si assume per *primo*, l'arco RQ dell'equatore misurerebbe l'*ascensione retta* dell'astro suddetto; questa coordinata poi si misura da occidente verso oriente da 0° a 360°.

In astronomia per origine delle ascensioni rette si prende l'equinozio di primavera così che tale coordinata è data dall'arco di equatore compreso fra il detto equinozio ed il circolo orario che passa per l'astro, contato l'arco nel senso dianzi espresso.

È evidente poi che gli astri che si trovano sulla stessa metà di un circolo orario come $PsRP'$ avranno tutti la stessa ascensione retta che differirà di 180° dall'ascensione retta comune a tutti gli astri che si trovano nell'altra metà $PR'P'$.

Si vede poi come tali coordinate siano analoghe a quelle per fissare di posizione un punto sulla sfera terrestre e di cui al § 113, corrispondendo l'ascensione retta e la declinazione rispettivamente alla *longitudine* e *latitudine* delle coordinate geografiche, e come mercè le medesime si possa analogamente dedurre la posizione di un astro sulla sfera celeste.

314. Ciò premesso riuscirà più facile l'apprendere il processo per determinare l'*azimut vero* od *assoluto* di un lato di una data poligonale mercè osservazioni eseguite sul sole, il che forma appunto l'oggetto del presente capitolo.

Sia O (fig. 161) il luogo dell' osservatore, $SENW$ l'*orizzonte razionale*, OZ la *verticale* e quindi Z il *zenit*, Z' il *nadir* dello stesso punto O sul qnale si fa stazione coll'istrumento.

Sia PP' l'asse del mondo, $PZSP'N$ il meridiano locale la cui traccia SN sull'orizzonte segna la *meridiana;* la retta EW normale ad SN, e giacente sull'orizzonte razionale anzidetto, determina gli altri due punti cardinali *Est* ed *Ovest* indicati con E e W.

Sieno: s la posizione del centro del sole al momento dell'osservazione,

$$Zs = \varphi$$

la *distanza zenitale* del centro del sole letta al circolo verticale dello istrumento; indichiamo con $\lambda = PN$ la *latitudine* del luogo che si potrà ricavare con facilità dalle carte topografiche del nostro Stato Maggiore, per cui avremo:

$$ZP = 90° - \lambda.$$

Rappresentiamo con δ la *declinazione* del sole s (che si può avere dalle effemeridi astronomiche) sarà:

$$P s = 90° - \delta.$$

Poniamo

$$P s = 90° - \delta = a$$

$$Z s = \varphi \quad = b$$

$$Z P - 90° - \lambda = c$$

e l'angolo

$$s Z P = Z.$$

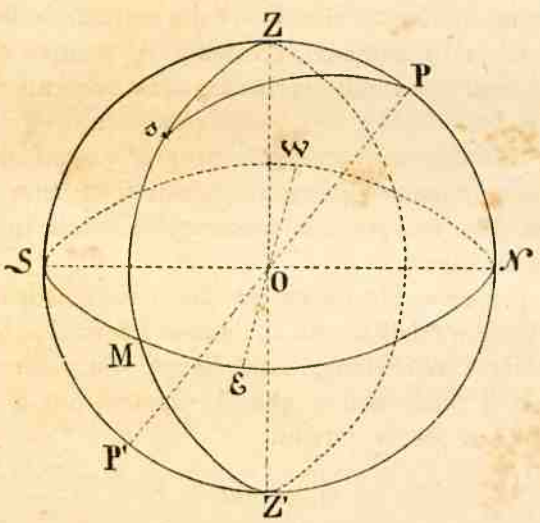


Fig. 161.

Sono quindi noti i tre lati a, b, c del triangolo sferico obliquangolo $s Z P$ e ponendo

$$a + b + c = 2p \text{ e quindi } p = \frac{a + b + c}{2}$$

potremo determinare il valore dell'angolo Z mercè la formula di trigonometria sferica

$$\overline{\text{sen}}^{\,2} \frac{1}{2} Z = \frac{\text{sen}\,(p - b)\,\text{sen}\,(p - c)}{\text{sen}\,b\,\text{sen}\,c}$$

la quale si presta benissimo al calcolo logaritmico.

Prima però di procedere oltre occorre fare una considerazione che forse non sarà sfuggita allo studioso e cioè che λ e δ, ossia la *latitudine* del luogo di osservazione e la *declinazione* del sole ci vengono fornite in gradi sessagesimali mentre la distanza zenitale φ è data in gradi centesimali servendoci per tali osservazioni d'istrumenti tacheometrici propri della moderna topografia i cui circoli sappiamo già essere appunto graduati centesimalmente. Converrà quindi per avere gli elementi della formula (1) tutte della stessa natura esprimere pure l'anomalia φ in gradi sessagesimali mercè la tavola n.° 1 a pag. 37.

Dobbiamo inoltre rammentare che secondo la convenzione fatta al § 72 l'origine delle anomalie θ (*azimut topografico*) l'abbiamo assunto sull'asse delle Y e dalla parte di detto asse rivolto al Nord, inoltre l'andamento crescente o positivo dell'anomalia anzidetta abbiamo stabilito proceda ordinatamente verso Ovest, Sud ed Est.

Ora una tale convenzione è propria ed esclusiva della moderna topografia mentre gli azimut celesti si contano partendo dal Nord verso Est ma più comunemente e, specie in Astronomia, da Sud verso Ovest.

Ciò premesso risulta chiaro che determinato mercè la formula (1) il valore dell'angolo Z, l'*azimut topografico del sole* in base alla ricordata convenzione, ossia l'angolo misurato dall'arco di orizzonte N *W S M*, non è che il supplemento a quattro retti dell'angolo Z e perciò avremo:

$$\Theta_s = 360° - Z$$

indicando con Θ_s l'*azimut vero topografico* del sole.

(In altri termini l'angolo Z, nel caso della fig. 161 in cui si suppone il sole all'oriente del meridiano è l'*azimut astronomico* del sole se si contano gli azimut a partire dal *Nord verso Est* e sarà l'azimut astronomico del sole diminuito di 180° se si prende per origine degli azimut il punto Sud e si contino positivamente da *Sud verso Ovest* come più comunemente si fa in astronomia.)

Nel caso poi che al momento dell'osservazione l'astro si trovasse all'occidente del meridiano, si comprende facilmente che l'*azimut vero topografico* del sole, giusta la nostra convenzione, sarebbe rappresentato semplicemente dall'angolo Z ossia si avrebbe:

$$\Theta_s = Z$$

(ossia l'angolo Z verrebbe ad essere il supplemento a 360° dell'*azimut astronomico* del sole contato dal Nord verso Est e il supplemento a 180° dell'azimut suddetto contato dal Sud verso Ovest).

Per ridurre poi l'azimut Θ_s espresso in gradi sessagesimali nei corrispondenti centesimali si ricorrerà alla Tabella II a pagina 39.

Avuto Θ_s niente di più facile della determinazione dell'*azimut vero od assoluto* del lato della poligonale a cui appartiene il punto O sul quale si è fatto stazione, lato che indicheremo con $O\,T$ supposto T l'altro estremo del lato suddetto (fig. 162).

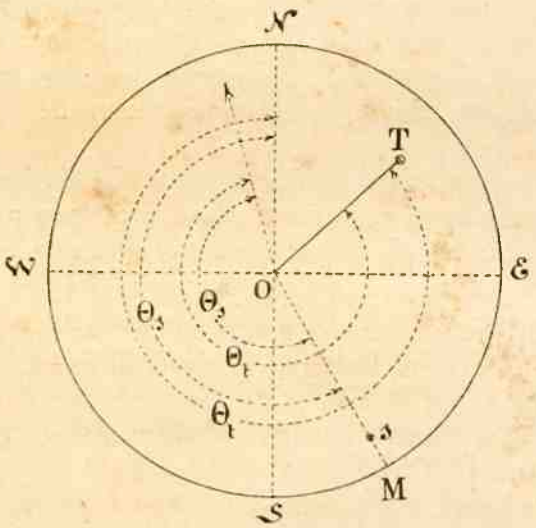


Fig. 162.

Infatti: installato l'istrumento sul punto O ed orientatolo mercè il declinatore magnetico, se prima e dopo osservato il sole per dedurne la distanza zenitale φ, si collima al punto T e rileviamo al cerchio orizzontale gli azimut approssimati tanto del punto T che del punto s, e che indicheremo rispettivamente con

$$\theta_t \quad \text{e} \quad \theta_s$$

dalla differenza delle due letture si avrà evidentemente la differenza degli azimut approssimati relativi al punto terrestre T ed al sole s che indicheremo con

$$\Delta\,\theta$$

e quindi l'*azimut vero* del lato $O\,T$ sull'orizzonte di O e che indicheremo con Θ'_v, sarà dato evidentemente da

$$\Theta'_v = \Theta_s \pm \Delta\,\theta$$

ossia l'*azimut vero topografico* Θ_0 del lato $O\,T$ di una poligonale sull'orizzonte dell'estremo O è dato dall'*azimut vero topografico* del sole calcolato nel modo superiormente esposto, al quale poi dovrà aggiungersi $\Delta\,\theta$ (ossia la differenza degli azimut approssimati o fittizi θ_s e θ_t rilevati al circolo orizzontale dello istromento) quando θ_t risulta maggiore di θ_s, e viceversa dovrà togliersi la quantità $\Delta\,\theta$ quando θ_t è minore di θ_s.

È da avvertirsi che il sole avendo un diametro apparente molto sensibile è necessario praticare due osservazioni o letture, una corrispondente al lembo superiore del disco solare, l'altra al lembo inferiore e prendere la media delle medesime onde avere la distanza zenitale φ riferita al centro del sole oltre di prendere in tal caso la media delle due letture che devonsi fare al cerchio azimutale stantechè il sole fra una osservazione e l'altra innalzandosi sull'orizzonte (se si osserva prima di mezzodì) od abbassandosi (se l'osservazione ha luogo invece dopo il meriggio) occorre necessariamente eseguire due letture al cerchio orizzontale perchè all'abbassarsi od inalzarsi del sole corrisponde necessariamente una variazione di azimut.

Si potrebbe puntare soltanto al lembo inferiore o superiore del disco solare ed alla distanza zenitale letta al cerchio verticale aggiungere o levare rispettivamente il valore del raggio apparente del sole dato dalle effemeridi astronomiche.

In questo caso si comprende che non necessitano le due letture, basterà soltanto determinare le anomalie φ e θ prima col cannocchiale in posizione diretta indi in quella inversa e prendere la media dei rispettivi risultati.

Il diametro apparente solare varia da un'epoca all'altra dell'anno, è massimo verso il 31 dicembre, minimo verso il 2 luglio, si può in media ritenere di 32′ l'angolo che fanno due visuali dirette al sole dall'occhio di un osservatore a due punti diametralmente opposti della sua periferia, il che appunto chiamasi *diametro apparente*.

La variazione in altezza è massima quando l'astro è vicino all'orizzonte, minima invece quando è prossimo al meridiano, l'inversa ha luogo per le variazioni nel senso azimutale, per cui

tenuto conto di tutto sarà conveniente di osservare il sole nè troppo vicino, nè troppo lontano dall'orizzonte, e cioè intorno ai 30° (33ᵍ) in estate ed ai 10° (11ᵍ) durante l'inverno, e più specificatamente: in autunno, in inverno, nel principio di primavera e nella fine di estate, la regola da seguire è che il sole si trovi al momento dell'osservazione in una distanza zenitale nè troppo più grande nè troppo più piccola di 80° (88ᵍ,89 circa). Negli altri mesi dell'anno si potrà anche fare l'osservazione in una distanza zenitale minore, purchè ciò possa avvenire dopo le sei della mattina, quando il sole non è ancora arrivato al primo verticale Est e prima delle sei pomeridiane quando il sole ha già oltrepassato il primo verticale Ovest.

La distanza zenitale φ determinata nel modo suesposto va poi corretta dell'errore prodotto dalla rifrazione atmosferica servendosi delle seguenti due tabelle n.° 9 e n.° 10, la prima delle quali dà le rifrazioni medie corrispondenti ad una temperatura di 10 gradi centigradi e ad una pressione barometrica di $0^m.76$, la seconda invece fornisce i fattori relativi tanto al barometro che al termometro pei quali occorre moltiplicare la rifrazione media data dalla prima onde aversi la rifrazione che corrisponde realmente alla pressione barometrica ed alla temperatura dell'aria al momento dell'operazione.

TABELLA N. 9.

Rifrazione pel Barometro a $0^{m},760$ e pel Termometro centigrado a + 10°

Altezza apparente	Rifrazione	Differenza per 10'	Altezza apparente	Rifrazione	Differenza per 10'	Altezza apparente	Rifrazione	Differenza per 10'	Altezza apparente	Rifrazione	Differenza per 10'
° '	' "	"	° '	' "	"	'	' "	"	°	"	"
0. 0	33.47,9	112,7	7. 0	7.25,6	9,3	14	3.50,0	2,58	56	39,3	0,24
10	31.55,2	104,8	10	7.16,3	9,0	15	3,34,5	2,28	57	37,9	0,24
20	30.10,4	97,2	20	7. 7,3	8,6	16	3.20,8	2,03	58	36,4	0,23
30	28.33,2	90,1	30	6.58,7	8,3	17	3. 8,6	1,82	59	35,0	0,23
40	27. 3,1	83,5	40	6.50,4	8,0	18	2.57,7	1.64	60	33,7	0,22
50	25.39,6	77,3	50	6.42,4	7,7	19	2.47,8	1,49	61	32,3	0,22
1. 0	24.22,3	71,6	8. 0	6,34,7	7,5	20	2.38,9	1,35	62	31,0	0,22
10	23.10,7	66,4	10	6.27,2	7,1	21	2.30,8	1,24	63	29,7	0,21
20	22. 4,3	61,6	20	6.20,1	7,0	22	2.23,4	1,14	64	28,4	0,21
30	21. 2,7	57,1	30	6.13,1	6.7	23	2.16.6	1,05	65	27,2	0.20
40	20. 5,6	53,1	40	6. 6,4	6,5	24	2.10,3	0,97	66	26,0	0,20
50	19.12,5	49,4	50	5.59,9	6,2	25	2. 4.4	0,90	67	24,8	2,20
2. 0	18.23,1	46,0	9. 0	5.53,7	6,1	26	1.59,0	0,84	68	23,6	2,20
10	17.37,1	42,9	10	5.47,6	5,9	27	1.54,0	0,79	69	22,4	0,19
20	16.54,2	40,1	20	5.41,7	5,7	28	1.49,3	0,74	70	21,2	0,19
30	16.14,1	37,4	30	5.36,0	5,5	29	1.44,8	0,69	71	20,1	0,19
40	15.36,7	35,1	40	5.30,5	5,3	30	1.40.7	0,65	72	18,9	0,19
50	15. 1,6	32,9	50	5.25,2	5.2	31	1.36,8	0,62	73	17,8	0,19
3. 0	14.28,7	30,8	10. 0	5.20,0	5,0	32	1.33,1	0,58	74	16,7	0,18
10	13.57,9	29,0	10	5.15,0	4.9	33	1.29,6	0,55	75	15,6	0,18
20	13.28.9	27,3	20	5.10,1	4,7	34	1.26,3	0,53	76	14,5	0,18
30	13. 1,6	25,7	30	5. 5,4	4,6	35	1.23,1	0,50	77	13,5	0,18
40	12.35,9	24,2	40	5. 0,8	4,5	36	1.20,1	0,48	78	12,4	0,18
50	12.11,7	22,9	50	4.56,3	4,4	37	1,17,2	0,46	79	11,3	0,18
4. 0	11.48,8	21.6	11. 0	4.51,9	4,2	38	1.14,5	0,44	80	10,3	0,18
10	11.27,2	20,5	10	4.47,7	4,2	39	1.11,9	0,42	81	9,2	0,17
20	11. 6,7	19,4	20	4.43,5	4,0	40	1. 9,4	0,40	82	8,2	0,17
30	10.47,3	18,4	30	4.39,5	3.9	41	1. 7,0	0,38	83	7,2	0,17
40	10.28,9	17,5	40	4.35,6	3,8	42	1. 4,7	0,37	84	6,1	0,17
50	10.11,4	16,6	50	4.31,8	3,7	43	1. 2,5	0,36	85	5,1	0,17
5. 0	9.54,8	15,8	12. 0	4.28,1	3,6	44	1. 0,3	0,34	86	4,1	0,17
10	9.39,0	15,1	10	4.24,5	3,6	45	0.58,3	0,33	87	3,1	0,17
20	9.23.9	14,3	20	4.20,9	3,4	46	0.56,3	0,32	88	2,0	0,17
30	9. 9,6	13,7	30	4.17,5	3,4	47	0.54,3	0,31	89	1,0	0,17
40	8.55.9	13,1	40	4.14,1	3,2	48	0.52,5	0,30	90	0,0	
50	8.42,8	12,5	50	4.10.9	3,2	49	0.50,7	0,29			
6. 0	8.30,3	12,0	13. 0	4. 7,7	3,2	50	0 48,9	0.28			
10	8.18,3	11,4	10	4. 4,5	3,0	51	0.47,2	0,28			
20	8. 6.9	11,0	20	4. 1,5	3,0	52	0.45,5	0,27			
30	7.55,9	10,5	30	3.58,5	2,9	53	0.43,9	0,26			
40	7.45,4	10,1	40	3.55,6	2,9	54	0.42,3	0,26			
50	7.35,3	9,7	50	3.52,7	2,7	55	0.40,8	0,25			
7. 0	7.25,6		14. 0	3.50,0		56	0 39,3				

TABELLA N. 10.

Correzione delle Rifrazioni medie date dalla tabella precedente.

Barometro	Fattore	Barometro	Fattore	Barometro	Fattore	Barometro	Fattore	Termometro centigrado	Fattore	Termometro centigrado	Fattore
millim.		millim.		millim.		millim.		°		°	
630	0,829	670	0,882	710	0,934	750	0,987	— 29	1,168	+ 11	0,996
631	830	671	883	711	936	751	988	28	1,163	12	0,993
632	832	672	884	712	937	752	989	27	1,158	13	0,989
633	833	673	885	713	938	753	991	26	1,153	14	0,985
634	834	674	887	714	939	754	992	25	1,148	15	0,982
635	0,835	675	0,888	715	0,941	755	0,993	— 24	1,144	+ 16	0,978
636	837	676	889	716	942	756	995	23	1,139	17	0,975
637	838	677	891	717	943	757	996	22	1,134	18	0,971
638	839	678	892	718	945	758	997	21	1,129	19	0,968
639	841	679	893	719	946	759	999	20	1,125	20	0,964
640	0,842	680	0,895	720	0,947	760	1,000	— 19	1,120	+ 21	0,961
641	843	681	896	721	949	761	01	18	1,115	22	0,957
642	845	682	897	722	950	762	03	17	1,111	23	0,954
643	846	683	899	723	951	763	04	16	1,106	24	0,950
644	847	684	900	724	953	764	05	15	1,102	25	0,947
645	0,849	685	0,901	725	0,954	765	1,007	— 14	1,097	+ 26	0,944
646	850	686	903	726	955	766	08	13	1,893	27	0,940
647	851	687	904	727	957	767	09	12	1,089	28	0,937
648	853	688	905	728	958	768	11	11	1,084	29	0,934
649	854	689	907	729	959	769	12	10	1,080	30	0,931
650	0,855	690	0,908	730	0,961	770	1,013	— 9	1,076	+ 31	0,927
651	857	691	909	731	962	771	14	8	1,071	32	0,924
652	858	692	910	732	963	772	16	7	1,067	33	0,921
653	859	693	912	733	964	773	17	6	1,063	34	0,918
654	860	694	913	734	966	774	18	5	1,059	35	0,915
655	0,862	695	0,914	735	0,967	775	1,020	— 4	1,055	+ 36	0,912
656	863	696	916	736	968	776	21	3	1,051	37	0,908
657	864	697	917	737	970	777	22	2	1,047	38	0,905
658	866	698	918	738	971	778	24	— 1	1,043	39	0,902
659	867	699	920	739	972	779	25	0	1,039	40	0,899
660	0,868	700	0,921	740	0,974	780	1,026	+ 1	1.035	+ 41	0,896
661	870	701	922	741	975	781	28	2	1,031	42	0,893
662	871	702	924	742	976	782	29	3	1,027	43	0,890
663	872	703	925	743	978	783	30	4	1,023	44	0,887
664	874	704	926	744	979	784	32	5	1,019	45	0,884
665	0,875	705	0.928	745	0,980	785	1,033	+ 6	1,015	+ 46	0,881
666	876	706	929	746	982	786	34	7	1,011	47	0,878
667	878	707	930	747	983	787	36	8	1,007	48	0,876
668	879	708	932	748	984	788	37	9	1,004	49	0,873
969	880	709	933	749	986	789	1,038	+ 10	1,000	+ 50	0,870

L'uso delle anzidette tavole è facilissimo come risulta dai due esempi numerici che qui appresso riportiamo; trovata cioè la rifrazione media data dalla prima tabella e corrispondente all'altezza osservata dell'astro non occorre altro che di moltiplicarla successivamente per i coefficienti relativi somministrati dalla seconda.

1.° *Esempio:* supponiamo che l'altezza verticale dell'astro rilevata al circolo zenitale sia

$$\varphi' = 94^g.7111$$

il suo complemento

$$\alpha' = 5^g.2889 = 4°.45'.36''$$

Altezza barometrica $= 0^m.754$.
Temperatura centigrada $= + 21°.5$.
Dalla tabella n.° 9 si ha la rifrazione media come segue:

per $4°.45'$ . . . . . $= 10'.20''.15$
per $36''$ . . . . . $= - \ 1''.05$ *
Rifrazione media . . . $= 10'.19''.10$.

Ora dalla tabella successiva n.° 10 abbiamo:
per un' altezza barometrica di 754^{mm} il fattore 0.992, e per una temperatura centigrada di $+ 21°.5$ l'altro fattore 0.959 e quindi:

$$(10'.19''.10) \times 0.992 \times 0.959 = 619''.10 \times 951 =$$
$$= 588.76 = 9'.48'.76$$

e quindi l'altezza vera dell'astro sull'orizzonte:

$$4°.45'.36''.00$$
$$- \quad 9'.48.76$$
$$\alpha = 4°.35'.47''.24$$

e per conseguenza la distanza zenitale vera φ espressa in gradi sessagesimali

$$\varphi = 85°.24'.12''.76$$

* Infatti: per 10' abbiamo una differenza di 17".5, per cui si istituisce la proporzione 10' ossia 600" : 17", 5 : : 36" : $x = 1''.05$.

2.° *Esempio:* Sia:

Distanza zenitale osservata $\varphi' = 57^{g}.654$.

Il suo complemento

$$\alpha' = 42^{g}.346 = 38°.6'.40''.$$

Pressione atmosferica $= 0^{m}.766$.

Temperatura centigrada $= -3°$.

In questo caso abbiamo:

Rifrazione media . . . . $-1'.14''.21$

Coefficiente barometrico . $= 1.008$

Coefficiente termometrico . $= 1.051$

Prodotto dei due coefficienti $= 1.059$

e perciò la rifrazione al momento dell'osservazione sarà:

$$1'.14''.21 \times 1.059 - 74'.21 \times 1.059 = 78''.59 = 1',18''.59$$

e quindi l'altezza vera dell'astro sull'orizzonte:

$$\alpha = 38°.6'.40''.00 - 1'.18''.59 = 38°.5'.21''.41$$

e conseguentemente la distanza zenitale vera espressa in gradi sessagesimali

$$\varphi = 51°.54'.38''.59.$$

Le tavole anzi riportate dànno le rifrazioni per altezze del sole sull'orizzonte mentre noi abbiamo (cogli istrumenti tacheometrici) invece la distanza zenitale del medesimo, ma siccome l'una è complemento dell'altra così abbiamo prima convertito la distanza zenitale φ' letta all'istromento espressa in gradi centesimali nei corrispondenti gradi e frazioni sessagesimali, poscia abbiamo dedotto la corrispondente altezza dell'astro sull'orizzonte, indi calcolata la relativa rifrazione onde avere l'altezza vera dalla quale abbiamo ricavato la distanza zenitale pure vera del sole ossia la φ che entra nella formula (1).

Nel caso nostro per correggere il valore di φ per quanto si riferisce all'errore proveniente dalla rifrazione atmosferica basterà servirci della tabella n.° 9 adottando cioè il valore di essa corrispondente ad una pressione atmosferica di 760^{mm} ed a 10 gradi centigradi di temperatura, perchè le correzioni dipendenti da variazioni nel barometro e nel termometro rispetto ai precedenti valori saranno sempre piccole e trascurabili di fronte all'errore di cui sarà sempre affetta la determinazione dell'azimut.

Ma anche indipendentemente da quest'ultimo riflesso si può fare a meno di tener conto della pressione barometrica e della temperatura stantechè le osservazioni corrispondendo in generale a temperature superiori a 0°, il coefficiente di temperatura sarà sempre inferiore all'unità e quindi poco diverso dall'unità il prodotto suo per quello barometrico. Per una temperatura di + 15° e per pressioni barometriche di 755^{mm} e 765^{mm} i prodotti dei coefficienti o fattori dati dalla tabella n.° 10 sono rispettivamente 0.975 e 0,989 e le rifrazioni *medie* e *corrette* risultano come dal seguente prospetto (tabella n.° 11) che abbiamo compilato per altezze dell'astro sull'orizzonte comprese fra 5° e 30°.

TABELLA N. 11.

Temper. centigr. + 15°. Barometro $0^m,755$				Temper. centigr. + 15°. Barometro $0^m,765$			
Altezza apparente	Rifrazione media	Rifrazione vera	Differenza	Altezza apparente	Rifrazione media	Rifrazione vera	Differenza
5°	594″,8	579″,9	14″,9	5°	594″,8	588″,3	6″,5
10°	320″,0	312″,0	8″,0	10°	320″,0	315″,5	3″,5
15°	214″,5	209″,1	5″,4	15°	214″,5	212″,1	2″,4
20°	158″,9	154″,9	4″,0	20°	158″,9	157″,1	1″,8
25°	124″,4	121″,3	3″,1	25°	124″,4	123″,0	1″,4
30°	100″,7	98″,2	2″,5	30°	100″,7	99″,6	0″,5

Dalla quale risulta manifestamente che limitando, com'è conveniente per le ragioni suesposte, l'altezza apparente del sole sull'orizzonte fra 10° e 30° (ossia a distanze zenitali di 89^g e 67^g)

le correzioni per la temperatura e la pressione barometrica date dalla tabella n.° 10 saranno sempre piccole ed anche trascurabili come più sopra si disse. Ciò non pertanto si potrà sempre consultare la tabella ora citata nel caso di temperature estreme e di pressioni barometriche eccezionali.

315. Premesso quanto sopra in ordine alla determinazione della anomalia φ che entra nella formula precedente § 314, daremo qui di seguito due esempi numerici per far vedere come sia facile l'applicazione della formula suddetta avvertendo che per avere una riprova della esatta determinazione dell'angolo Z, si può calcolare lo stesso angolo mercè l'altra formula

$$\overline{\cos}^{2}\frac{1}{2}Z = \frac{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-a)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

la quale dovrà dare per Z l'identico valore somministrato dalla prima formula.

Esercizio 1.°: La *declinazione* δ del sole data dalle effemeridi astronomiche sia $+ 18°.16'.24''$ si avrà:

$$a = (90°. - \delta) = 71°.43'.36''.$$

La *distanza zenitale* od *apozenit* del centro del sole letta al circolo verticale siasi trovata eguale a $50^{gr},3815$; convertendo i gradi centesimali e sue frazioni nei corrispondenti gradi, minuti e secondi sessagesimali mercè la tavola n.° 1. § 58, avremo:

$$b = \varphi = 45°.20'.36''$$

che supporremo già corretta dallo errore di rifrazione nel modo superiormente indicato.

La *latitudine* del luogo di osservazione dedotta dalle carte topografiche dello Stato Maggiore sia di $44°.36'.48''$, per ciò

$$c = (90° - \lambda) = 45°.23'.12''$$

e quindi

$$\begin{aligned} a &= 71°.43'.36'' \\ b &= 45°.20'.36'' \\ c &= 45°.23'.12'' \\ \hline 2p = a + b + c &= 162°.27'.24'' \\ p = \frac{a+b+c}{2} &= 81°.13'.42'' \\ p - b &= 35°.53'.6'' \\ p - c &= 35°.50'.30''. \end{aligned}$$

Sostituendo ora i valori trovati per $p - b$, $p - c$ e per b e c nella formola (1) ed applicando il calcolo logaritmico avremo il valore di Z come segue, avvertendo che la lettera C posta avanti a sen b, sen c significa che abbiam preso i loro complementi aritmetici (§ 44) allo scopo di convertire le sottrazioni in somme:

$$\log \operatorname{sen} (p - b) = 9.7680163$$

$$\log \operatorname{sen} (p - c) = 9.7675620$$

$$C \log \operatorname{sen} b = 0.1479281$$

$$C \log \operatorname{sen} c = 0.1476038$$

$$\log \overline{\operatorname{sen}}^{2} \frac{1}{2} Z = 19.8311102$$

$$\log \operatorname{sen} \frac{1}{2} Z = 9.9155551$$

e quindi:

$$\frac{1}{2} Z = 55°.\,24'.\,57''.4. \qquad (3)$$

Se per un controllo applichiamo la formula (2) in questo caso essendo

$$p - a = 9°.\,30'.\,6''$$

avremo:

$$\log \operatorname{sen} p = 9.9948905$$

$$\log \operatorname{sen} (p - a) = 9.2176846$$

$$C \log \operatorname{sen} b = 0.1479281$$

$$C \log \operatorname{sen} c = 0.1476038$$

$$\log \overline{\cos}^{2} \frac{1}{2} Z = 19.5081070$$

$$\log \cos \frac{1}{2} Z = 9.7540535$$

e quindi:

$$\frac{1}{2} Z = 55°.\,24'.\,57'.4 \qquad (4)$$

l'identità dei due valori (3) e (4) dell'angolo $\frac{1}{2}Z$ ci assicura dell'esattezza delle operazioni e perciò moltiplicando quel valore per 2 avremo l'angolo cercato, ossia:

$$Z = 110°.49'.54'',8$$

che è il valore dell'angolo $s\,Z\,P$ della fig. 161 e dell'angolo NOM della fig. 162 e perciò

$$\Theta_s = 360° - (110°.49'.54''.8) = 276^g,8534$$

che è il valore dell'*azimut vero topografico del sole.*

Se al momento dell'osservazione il sole si fosse trovato all'occidente del meridiano locale anzichè all'oriente del medesimo, come abbiamo prima supposto, in questo caso l'azimut vero topografico del sole sarebbe:

$$\Theta_s = 110°.49'.54''.8 = 123^g,1465.$$

Supponiamo ora che gli azimut approssimati od istrumentali del sole ossia del punto s e del lato $O\,T$, e che abbiamo rispettivamente indicati con 0_s e 0_t sieno risultati

$$0_s = 276^g.745$$

$$0_t = 358^g.373$$

sarà $$\Delta\,0 = 81^g.630$$

e quindi l'*azimut vero del lato* $O\,T$ della poligonale sull'orizzonte del punto di stazione O sarà evidentemente:

$$0'_o = \Theta_s + \Delta\,0 = 358^g.483.$$

Si rileva poi che la differenza fra l'azimut approssimato od istrumentale ($358^g.375$) e l'azimut vero (358.483) del lato $O\,T$ si è di

$$0^g.108$$

che ci rappresenta la correzione che si dovrebbe poi portare a tutti gli azimut della poligonale a cui appartiene il lato $O\,T$ per orientarla esattamente e con essa tutto il rilievo topografico che alla medesima si appoggia. In altri termini l'angolo $0^g,108$ ci rap-

presenta ciò che noi abbiamo chiamata *azimut del diametro* 0^g—200^g *del circolo orizzontale* (§ 307) ossia di quanto lo *zero* del circolo azimutale dello istrumento si trovava spostato dalla *meridiana* del punto di stazione O, e ci dà ancora il volume della *declinazione magnetica* del luogo giacchè avevamo appunto supposto che sul punto O si fosse orientato l'istrumento mercè l'apparecchio magnetico al medesimo annesso.

Aggiungerò qui un altro esempio numerico per considerare anche il caso che la declinazione del sole sia australe ossia negativa.

Supponiamo:

$$\delta = -\ 11°.\ 50'.0$$
$$\lambda = \ \ 44°.\ 36.48''$$
$$\varphi = \ \ 72^g.225 = 65°.0$$

si avrà:

$$a - (90° + \delta) = 101°.50'.0$$
$$b = \ \ = \ 65°.\ 0'.0$$
$$c = (90° - \lambda) = \ 45°.23.12''$$
$$a + b + c = 212°.13'.12''$$
$$p = \frac{a + b + c}{2} = 106°.\ 6'.36''$$
$$p - a = \ \ 4°.16'.36''$$
$$p - b = \ 41°.\ 6\ .36''$$
$$p - c = \ 60°.43'.24''$$

ed applicando entrambe le formule (1) e (2)

$\log \text{sen}\,(p-b) = 9.8179001$	$\log \text{sen}\, p = 9.9826200$
$\log \text{sen}\,(p-c) = 9.9406502$	$\log \text{sen}\,(p-a) = 8.8725786$
$C \log \text{sen}\, b = 0.0427243$	$C \log \text{sen}\, b = 0.0427243$
$C \log \text{sen}\, c = 0.1476038$	$C \log \text{sen}\, c = 0.1476038$
$\log \overline{\text{sen}}^{\,2} \frac{1}{2} Z = 19.9488784$	$\log \overline{\cos}^{\,2} \frac{1}{2} Z = 19.0455267$
$\log \text{sen} \frac{1}{2} Z = 9.9744397$	$\log \cos \frac{1}{2} Z = 9.5227633$
$\frac{1}{2} Z = 70°.32'.5''$	$\frac{1}{2} Z = 70°.32'.3''$

e quindi

$$Z = 141°.4'$$

e

$$\Theta_s = 360° - (141°.4') = 218°.56' = 243^g.259.$$

Supposti gli azimut istrumentali del sole s e del punto terrestre T rispettivamente

$$\theta_s = 243^g.150$$

$$\theta_t = 358\ .375$$

e quindi $$\Delta\theta = 115\ .225$$

avremo *l'azimut vero del lato O T* della poligonale dato come sopra da:

$$\Theta_0^t = 243^g.259 + 115.225 = 358^{gr}.484.$$

Se poi al momento dell'osservazione il sole si trovava all'occidente del meridiano locale in tal caso:

$$\Theta_s = 141°.4' = 156^g.741$$

e supposto:

$$\theta_s = 156^{gr}.635$$

$$\theta_t = 358^{gr}.375$$

e quindi $$\Delta\theta = 201^{gr}.740$$

si sarebbe trovato egualmente

$$\Theta_0' = 156^{gr}.741 + 201^{gr}.740 = 358^{gr}.481.$$

316. Ciò premesso riassumeremo il processo da seguirsi per la determinazione dell'*azimut vero* od *assoluto* di un lato $O\ T$ appartenente ad una poligonale rilevata con un teodolite tacheometrico, non che le norme pratiche più essenziali onde ottenere in tale determinazione la maggior possibile esattezza compatibilmente al metodo stesso, alla potenza e precisione degli istrumenti di cui si dispone, ed all'indole dei rilevamenti di cui è oggetto il presente trattato.

Ricorrendo alla fig. 162 a pag. 536, sia O al solito il punto o luogo di osservazione, OT il lato della poligonale di cui si cerca *l'azimut vero od assoluto* sull'orizzonte razionale dell'estremo O rap-

presentato dal circolo $S\,W\,N\,E$ projettato sul piano della carta; S, W, N ed E rappresentino rispettivamente i punti cardinali *Sud Ovest, Nord, Est.* Il punto s rappresenti la projezione del centro del sole sull'orizzonte razionale anzidetto al momento dell'osservazione. In $S\,N$ trovasi proiettato il meridiano o circolo orario $P\,Z\,S\,P'\,N$ della figura schematica e prospettica 161 e nel punto O la verticale $O\,Z$. L'angolo poi che abbiamo indicato con Z è rappresentato in quest'ultima figura dall'angolo $M\,O\,N$. Ciò premesso:

1.° Si rilevi da una buona carta topografica (quelle redatte dal nostro Stato Maggiore nella scala di 1:75000 e 1:100000 servirebbero benissimo allo scopo) la *latitudine* del luogo di osservazione.

2.° Si richiegga ad uno dei nostri Osservatori Astronomici la *declinazione* del sole per quel dato luogo e giorno in cui si deve eseguire la stabilita osservazione; oppure la si rilevi dalle Effemeridi Astronomiche che costan poco e si trovano presso tutti i principali librai del Regno.

3.° Avuti questi dati si determini colla maggior possibile precisione la *distanza zenitale* φ del sole non che gli *azimut topografici approssimati* od istrumentali del sole e del lato della poligonale $O\,T$ il che non presenterà nessuna difficoltà dopo quanto in ordine a tali misure è già stato minutamente esposto nel presente trattato.

4.° Per determinare l'anomalia φ, previo aver disposto verticale l'asse dello istrumento mercè la livelletta cilindrica, si osserverà all'astro tanto col cannocchiale in posizione diretta che in quella inversa e leggendo ad entrambi gl'indici microscopici quando si fa uso di un Cleps grande modello o ad ambi due i noni quando s'impiega un Tacheometro di prima grandezza.

A seconda che si sarà osservato al lembo superiore od inferiore dal disco solare, alla distanza zenitale φ occorrerà rispettivamente levare od aggiungere il raggio apparente del sole (dato dalle effemeridi astronomiche) per aversi la φ relativa al centro del sole.

Infine bisognerà correggere la φ dall'errore prodotto dalla rifrazione atmosferica mercè le tavole a pag. 539 e 540 e come abbiamo esposto negli esempi numerici.

5.° Per la determinazione di ϑ e ϑ_1 occorrerà necessariamente seguire il metodo di Bessel, ossia eseguire la misura rela-

tiva ad entrambi prima col cannocchiale in posizione normale e poscia in quella inversa eliminando in tal guisa i residuali errori istrumentali. In ciascuna puntata si leggerà ad ambedue gl'indici microscopici o nonî quando si farà uso di un istrumento tacheometrico di prima grandezza analogamente a quanto si è detto per la determinazione della φ.

6.° Si dovrà scegliere il lato $O\,T$ di lunghezza superiore ai 1000 metri onde collimando successivamente ai punti T ed s non occorra variare la distanza focale del cannocchiale.

Si ritiene poi quasi superfluo lo aggiungere che all'oggetto di attenuare la potenza dei raggi solari emergenti dall'oculare occorrerà applicare all'oculare stesso (mercè un po' di cera) un vetro nero prima di puntare al sole. A tale proposito avvertiamo che il Cleps grande modello ha la parte oculare del cannocchiale costrutta in guisa da potersi sostituire all'oculare multiplo un oculare astronomico ordinario allo scopo appunto di poter eseguire con maggior facilità osservazioni celesti.

7.° Cogli elementi a, b, c calcoleremo l'angolo

$$M\,O\,N - Z$$

tanto colla formula (1) che colla (2) onde avere una riprova della esattezza di Z.

Se l'astro si trovava ad oriente del meridiano avremo *l'azimut vero topografico del sole* (giusto la ricordata convenzione) da

$$\Theta_s = 360° - Z$$

se invece al momento dell'osservazione il sole si trovava ad occidente del meridiano, in tal caso l'angolo Z rappresenta senz'altro *l'azimut topografico vero* dell'astro ossia sarà:

$$\Theta_s = Z$$

occorrerà poi in entrambi i casi trasformare gli angoli da sessagesimali in centesimali mercè la Tabella n.° II a pag. 39.

Essendo poi $\Delta\,\theta$ la differenza degli azimut approssimati od istrumentali del punto terrestre e dell'astro avremo l'azimut vero topografico del lato $(O\,T)$ della poligonale sull'orizzonte del punto di stazione (O) dalla formula

$$\Theta'_s = \Theta_s \pm \Delta\,\theta.$$

8.° Perchè poi l'influenza degli errori di cui saranno affetti i tre lati a, b e c del triangolo sferico $s\,P\,Z$ da risolversi ri-

sulti piccolissima dovrebbe l'angolo al zenit MZP (fig. 161) avvicinarsi il più possibilmente a 90°, cioè dovrebbesi osservare il sole in prossimità al primo verticale, ma per le ragioni altrove addotte e per tener conto di tutto sarà conveniente osservare l'astro ad altezza sull'orizzonte comprese fra 10° e 30° a seconda delle stagioni § 314.

Come si vede il metodo è facile e piano ed è strettamente compreso entro i limiti di questo trattato e delle istruzioni nel medesimo esposte. Presenta poi il grande vantaggio di operare di giorno ossia contemporaneamente al lavoro del rilevamento generale del terreno, mentre i processi analoghi basati sopra osservazioni stellari importano naturalmente di operare di notte, di dover far uso di segnali luminosi, di dovere illuminare il campo del cannocchiale nonchè i cerchi verticale ed azimutale, di esporre istrumenti delicati all'aria umida della notte, ecc.; ossia richieggono in complesso e materialmente maggiori soggezioni, le quali, come appresso diremo, sono però compensate dall'aversi risultati più precisi.

D'altronde bene operando si può anche con osservazioni al sole contenere l'approssimazione dell'azimut assoluto cercato entro il limite di $1' = 0^g.0185$ ossia di poco meno di due centesimi di grado approssimazione più che sufficiente per i rilevamenti topografici compresi nel campo ristretto del presente trattato.

Questo metodo poi ha l'altro vantaggio che si può naturalmente seguire anche quando in luogo del sole si volesse ricorrere a stelle di nota declinazione e facilmente riconoscibili anche a coloro che non sono astronomi.

Le osservazioni notturne, come si accennò già, se esigono maggiori soggezioni, d'altra parte forniscono nei risultati una esattezza maggiore per la semplice ragione che le puntate alle stelle riescono indubbiamente meglio di quelle fatte al bordo solare.

Anche in questo caso l'operazione si riduce a determinare la distanza zenitale della stella non che la differenza degli azimut approssimati delle due direzioni alla stella suddetta ed al punto terrestre, operazione ripetiamo della massima semplicità non disgiunta da quel grado di esattezza che comporta l'indole dei rilevamenti di cui è oggetto precipuo il presente trattato.

Siccome poi il Cleps grande modello sia per la eccentricità del cannocchiale che permetta di eseguire puntate sotto forti inclinazioni sull'orizzonte, sia perchè permette di illuminare il

campo del cannocchiale stesso, è un istrumento che si presta ottimamente ed a preferenza degli altri teodoliti tacheometrici ad osservazioni stellari, così per la determinazione dell'azimut assoluto del lato di una data poligonare, onde orientare pure in modo assoluto tutto il rilevamento che alla medesima si appoggia, si potrà a preferenza ricorrere anzichè al sole ad una od a parecchie stelle di nota declinazione.

Avendo un po' pratica del cielo, e questa la si acquista in brevissimo tempo, si potrebbe mercè le effemeridi astronomiche (che ripetesi si trovano oramai presso tutti i principali librai far uso delle stelle più brillanti e facilmente riconoscibili, qualcuna di queste trovandosi sempre in qualunque stagione in posizione favorevole per essere osservata. Siccome le puntate alle stelle riescono sempre più precise di quelle eseguite sul sole, e siccome in una stessa sera si possono osservare parecchie stelle a levante od a ponente del luogo di stazione così dal medio delle singole determinazioni si avrà indubbiamente un migliore e più preciso risultato.

In questo caso, ossia osservando di notte e servendosi di stelle di nota declinazione occorrerà naturalmente individuare il punto T mercè uno scopo o segnale luminoso, il che può ottenersi mercè una di quelle lanternine, conosciute in comune commercio col nome di *occhio di bue*, previamente e convenientemente assicurata all'asta dello scopo comune situato verticalmente sul punto T anzidetto. Nello interno della lanterna si collocherà un lumicino a petrolio anzichè ad olio comune, ed esternamente un tubo nello intento di dirigere il fascio di luce emergente dalla lente nella direzione del luogo dove si fa stazione collo istrumento.

Un'altra lanterna analoga alla succennata servirà ottimamente per illuminare sia il campo del cannocchiale che i cerchi azimutale e verticale.

Già si è detto, e vale anche e naturalmente pel caso in ispecie, che la lunghezza del lato $O\,T$ deve superare i mille metri onde la distanza focale del cannocchiale rimanga costante sia che si collimi al punto terrestre che alla stella.

Per la determinazione degli elementi φ, θ_a e θ_t (indicando nel caso in ispecie con θ_a l'azimut approssimato od istrumentale della stella) si seguiranno le norme date al comma 4° e 5° a maggior delucidazione dei quali esponiamo il seguente prospetto indicante l'ordine ed il modo da seguirsi in simili osservazioni.

TABELLA N. 12.

Osservazione alla stella .....

$\delta =$

Osservazione diretta (cannocchiale a destra)	I $\varphi =$		media
	II $\varphi =$	$\varphi_I =$	
» inversa (» a sinistra)	I $\varphi =$		
	II $\varphi =$	$\varphi_{II} =$	
$\varphi_s = \frac{\varphi_I - \varphi_{II}}{2} =$			
Osservazione diretta (cannocchiale a destra)	A $\theta_t =$		
	B $\theta_t =$	$\theta_t' =$	
» inversa (» a sinistra)	A $\theta_t =$		
	B $\theta_t =$	$\theta_t'' =$	
$\theta_t = \frac{\theta' + \theta_t''}{2} =$			
Osservazione diretta (cannocchiale a destra)	A $\theta_s =$		
	B $\theta_s =$	$\theta_s' =$	
» inversa (» a sinistra)	A $\theta_s =$		
	B $\theta_s =$	$\theta_s'' =$	
$\theta_s = \frac{\theta_s' + \theta_s''}{2} =$			

Barometro =

Termometro =

Latitudine λ =

Avvertiamo da ultimo che nella calcolazione della formula (1) abbiamo adoperato le tavole logaritmiche a 7 decimali avendo sottomano quelle del Santini precitate, ma con tavole a 5 cifre, quali quelle del De Lalande si può ottenere lo stesso risultato e

sono molto più comode. Infine se nella determinazione dell'azimut vero dedotto da osservazioni a stelle di nota declinazione si avrà nei risultati una maggiore esattezza, per lo scopo nostro riteniamo che bastino le osservazioni solari, offrendoci poi il grande vantaggio di operare di giorno contemporaneamente ai rilevamenti a cui tale determinazione si riferisce.

CAPITOLO IX

MISURAZIONE DI UNA BASE TOPOGRAFICA

317. Abbiamo già veduto come la determinazione di tutti i triangoli costituenti una rete trigonometrica si eseguisca mercè la misura di tutti gli angoli dei triangoli e di un lato che prende il nome di *base*.

La misurazione della *base* sulla quale, riposa la calcolazione dell'intera rete trigonometrica dev'essere eseguita con tutta la esattezza possibile ed è perciò che in tale operazione si abbandona il sistema della misurazione *indiretta* seguita sin qui per le lunghezze rettilinee per attenersi a quella *diretta* servendosi a tal uopo di speciali istrumenti od apparati di cui appresso faremo appunto parola.

È noto a tutti, e l'accennammo già nel § 189, in che consista la operazione della misura diretta di una data lunghezza e quantunque a tutta prima possa ritenersi un'operazione delle più ovvie, all'atto pratico però, specie quando la lunghezza a misurarsi sia piuttosto rilevante come in massima ha luogo per le basi geodetiche, una tale operazione diventa senza dubbio una delle più delicate e difficili stante il grado di approssimazione entro il quale è necessario contenere la misura stessa, avendo già accennato al § 300 quale influenza possa esercitare nella determinazione degli altri due lati di un triangolo un errore anche piccolissimo commesso nella misurazione della base, e come tali errori uniti a quelli inevitabili nella misurazione degli angoli trasmettendosi successivamente a tutti i triangoli della rete trigonometrica dal primo dipendenti, e mano mano accumulandosi possono alle volte compromettere l'esattezza delle determinazione della rete stessa.

Per misurare direttamente la distanza esistente fra due punti è mestieri assumere *a priori* una data lunghezza come *unità* di misura, la quale è per noi quella nota sotto la denominazione di *metro* e che tutti sanno già essere aliquota della grandezza della terra. Non sarà quindi fuor di luogo accennare innanzi tutto e sommariamente come si sia pervenuto alla determinazione della lunghezza del metro, unità di misura che diede origine al *sistema metrico decimale* già adottato dalla Francia (dove appunto ebbe origine) dall'Italia, dal Belgio, dalla Grecia, dalla Baviera renana, dall'Olanda e da parecchi Stati dell'America.

Parecchi fenomici fisici a tutti noti e non poche esperienze dimostrano ad evidenza la convessità del nostro Geoide e si accennò già ad un mezzo indiretto e grossolano per la misurazione dello stesso. Al § 113 si sono definite le *coordinate geografiche*, ossia la *longitudine* e la *latitudine* mercè le quali si determina la posizione di un punto sulla superficie terrestre, e data la forma sferica della terra, si disse come la prima venga misurata dall'arco (espresso in gradi e frazioni di grado) dell'equatore compreso fra due meridiani, e la seconda dall'arco di meridiano (espresso pure in gradi e frazioni di grado) compreso fra il punto a cui esso si riferisce e l'equatore.

E qui crediamo opportuno dire rapidamente del modo di determinare le coordinate geografiche di un punto alle quali ci occorrerà di accennare in seguito e come elementi che hanno attinenza alla misurazione di una base specie a quelle geodetiche.

318. Per conoscere la differenza di *longitudine* di due luoghi basta paragonare le ore dei due luoghi stessi in un medesimo istante, il che si può ottenere con diversi metodi di cui ora brevemente accenneremo ai principali. Il moto apparente della sfera celeste fittizia concentra a quello della terra, non essendo che il risultato del movimento reale della terra (non altrimenti sensibile) le condizioni di tempo e di spazio relativo al primo possono evidentemente trasferirsi al secondo.

Dal tempo adunque che una stella ad esempio impiega a passare da un meridiano di un luogo a quello di un altro convertendo il tempo in spazio, ossia in distanza angolare, (essendo l'ampiezza di un arco proporzionale al tempo impiegato a descriverlo) potremo dedurre la distanza dei due luoghi in longitudine. Per fare la suddetta conversione basta considerare che la terra compiendo la sua rivoluzione diurna in 24 ore, il circolo

orario (§ 313) di una data stella percorrerà i 360° dell'equatore pure in 24 ore, ossia 15° all'ora, laonde ad una distanza di 15°, 30°, 45° . . . in longitudine corrisponderà rispettivamente la differenza di una, due, e tre . . . ore nei tempi, e per ciò si otterrà la distanza dei due luoghi in longitudine dalla differenza dei tempi dei due luoghi stessi moltiplicata per 15. Tutto sta adunque nello avere nei due luoghi i rispettivi orologi regolati sul passaggio di una stella pel rispettivo meridiano e nel poter paragonare le ore dei due luoghi in un medesimo istante.

Per un tale paragone si può seguire il *metodo dei segnali* consistente nell'osservare contemporaneamente da entrambe le stazioni un dato segnale luminoso istantaneo sia terrestre che celeste e notare il tempo preciso in cui se ne ebbe la percezione in ambedue i luoghi; la differenza appunto dei due tempi ci darà evidentemente la distanza in longitudine.

Per una tale determinazione si è tratto anco partito della immensa velocità della corrente elettrica per cui puossi ritenere che un segnale fra due dati luoghi collegati telegraficamente fra di loro, si trasmetta quasi istantaneamente dall'uno all'altro. Regolato quindi i due orologi nelle due stazioni nel modo più sopra detto, registrato il tempo preciso in cui il segnale fu emesso, e quello in cui fu ricevuto, la differenza dei tempi darà quella delle longitudini delle due stazioni. Tale metodo fu messo in pratica fra i due Osservatori Astronomici di Palermo e di Napoli ed un numero grandissimo di altri osservatori fra i quali parecchi altri italiani, e con esito splendidissimo. In mare si determinano le longitudini mercè eccellenti cronometri regolati per esempio sul meridiano di Roma, i quali perciò segneranno ad ogni istante l'ora della nostra capitale; determinando l'ora del luogo in cui si trova il naviglio mercè osservazioni sul sole, dal confronto dei due tempi si ottiene appunto la longitudine del luogo in cui si trova il vascello.

319. In quanto alla *latitudine* di un dato luogo, questa si determina osservando la vera altezza del polo data dalla media aritmetica delle due altezze meridiane, corrette per la rifrazione, di una stella circompulare sopra e sotto il polo (§ 205), essendo appunto la *latitudine di un luogo eguale all'altezza del polo sull'orizzonte di quel luogo.*

Infatti: (fig. 163) sia:

PP' = l'asse terrestre;

EE' = l'equatore;

$A\,E\,P\,E'\,P$ = il meridiano passante pel punto A;
$A\,R$ = la traccia dell'orizzonte razionale del punto A col meridiano suddetto;

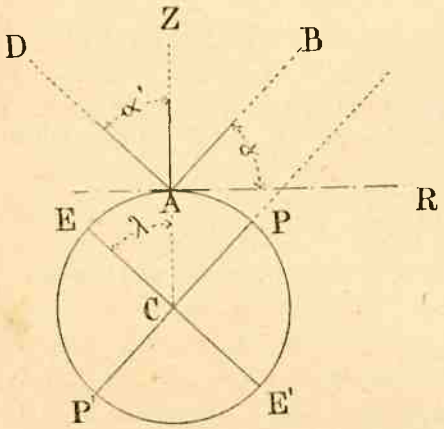


Fig. 163.

$A\,Z$ = la verticale del luogo e quindi l'arco $A\,E$ o l'angolo $A\,C\,E = \lambda$ la *latitudine* del punto A;

$A\,B$ = la visuale al polo che è parallela all'asse terrestre e quindi:

$B\,A\,R = \alpha$ l'altezza del polo sull'orizzonte anzidetto;

$A\,D$ una retta parellela all'equatore.

Essendo evidentemente

$$\alpha' = \lambda$$

come pure

$$\alpha = \alpha'$$

perchè entrambi complemento dello stesso angolo $Z\,A\,B$, sarà per conseguenza

$$\lambda = \alpha$$

ossia la latitudine eguale all'altezza del polo sull'orizzonte.

320. Ciò premesso e nella ipotesi della terra sferica, egli è evidente che la più breve distanza fra due punti della terra essendo l'arco di circolo massimo che li congiunge, la misura della terra stessa si avrebbe senz'altro da quella dell'arco dell'ampiezza di uno o più gradi (per esempio n gradi) giacchè ottenuta questa e moltiplicandola per 360° $\left(\text{oppure per } \frac{360°}{n}\right)$ si avrebbe l'intiera circonferenza e quindi il valore del raggio. Una tale misura diretta venne effettivamente eseguita in Pensilvania nella seconda metà del secolo scorso, individuando con appositi segnali sopra una lunga distanza di terreno sensibilmente piano ed unito la traccia di un arco di meridiano i cui estremi vennero stabiliti mercè le rispettive latitudini determinate nel modo poco sopra indicato, e procedendo poscia con speciali apparati di cui appresso diremo, alle misurazione diretta dell'arco stesso.

Non fu però da una tale misura che si dedusse il valore della lunghezza del meridiano terrestre e quindi del metro di cui ora ci occupiamo, ma da altre successive e di cui ora pure faremo parola.

Atteso alle ineguaglianze del suolo, la misura diretta di un arco dell'ampiezza di un grado riuscendo estremamente lunga e delicata, ed in vista delle difficoltà di trovare altra località tanto estesa che opportunamente si prestasse ad una tale operazione, si abbandonò il processo della misurazione esclusivamente diretta per far ricorso al metodo della *triangolazione geodetica* analogo a quello della triangolazione topografica indicato al capitolo 6.°.

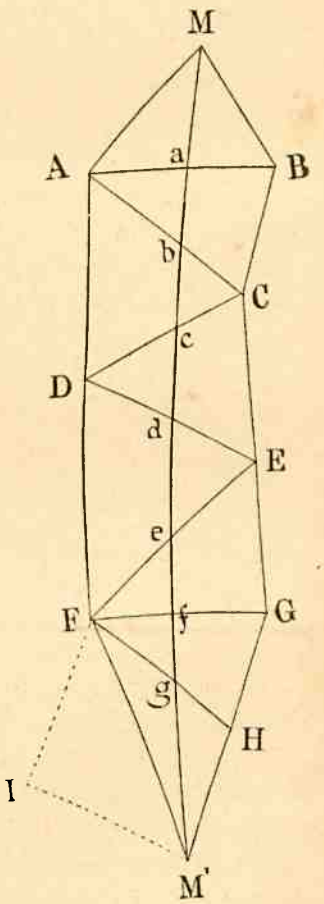


Fig. 164.

Sia (fig. 164) MM' l'arco di meridiano che si vuole misurare; nella direzione stessa del meridiano si stabilisce una catena di triangoli MAB, BAC, ACD . . .

Misurata direttamente la base AM, lunghezza relativamente e sempre molto minore dell'arco MM' di cui si cerca la misura, e nota l'ampiezza degli angoli di ciascun triangolo per taluni misurata direttamente e per altri dedotta o conchiusa, si calcolano tutti gli altri lati dei singoli triangoli non che le singole porzioni Ma, ab, bc . . . dell'arco di meridiano intercette dai triangoli suddetti dalla cui somma si avrà l'arco totale di meridiano MM'. Determinato il valore delle latitudini dei punti estremi M ed M', dividendo la totale lunghezza dell'arco pel numero dei gradi contenuto nel medesimo, si avrà la lunghezza dell'arco di un grado e quindi la misura del meridiano terrestre e quella pure della grandezza della terra. Allo scopo poi di verificare l'esattezza della triangolazione suolsi, analogamente alle triangolazioni topografiche, misurare all'estremo opposto una seconda base per esempio $M'I$,

detta appunto *base di verificazione* giacchè dal confronto della sua lunghezza risultante dalla misura diretta con quella desunta dal calcolo si potrà avere un criterio della esattezza delle operazioni e calcolazioni eseguite.

Da parecchie triangolazioni geodetiche eseguite allo scopo anzidetto, ed a diverse latitudini si ottennero per la lunghezza di un grado, i seguenti risultati:

	Latitudine media	Lunghezza del grado
Perù	1.° 31′. 00″	. . . . 56737 (tese)*
India	12.° 32′. 21″	. . . . 56762 »
Francia e Spagna	46.° 8′. 6″	. . . . 57025 »
Inghilterra . .	52.° 2′. 20″	. . . . 57066 »
Lapponia . . .	66°. 20′. 10″	. . . . 57196 »

Come risulta dallo esame del superiore prospetto, i valori relativi alla lunghezza di un grado di meridiano aumentando mano mano che si allontana dall'equatore e si accosta ai poli, da un tal fatto e da altri risultati dedotti all'infuori delle operazioni geodetiche e indipendentemente da queste se ne dedusse:

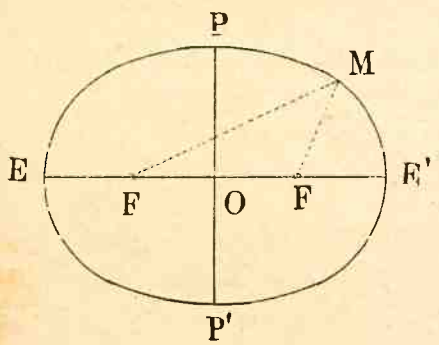


Fig. 165.

1.° Che la forma della terra non è esattamente sferica;

2.° Che essa è depressa ai poli e rigonfia all'equatore;

3.° Che puossi ritenere la sua forma prossimamente quella di una *ellissoide di rivoluzione* (§ 105).

La fig. 165 rappresenta un'*ellissi* curva simmetrica intorno ai due assi ortogonali PP' ed EE' e che gode della seguente proprietà: la somma di due *raggi vettori* $MF = r$ $MF' = r'$ condotti da un punto qualsivoglia M della curva anzidetta ai due punti fissi speciali FF' detti *fuochi* dell'ellissi è una quantità costante.

Se indichiamo con

$$OE = a \qquad . \quad (1)$$

* Antica *tesa* di Francia = 6 *piedi*, piede = 12 *pollici*, pollice = 12 *linee*, linea = 12 *punti*.

il *semiasse* o *semidiametro maggiore;* con

$$O P = b \tag{2}$$

il *semiasse* o *semidiametro minore;* con

$$F F' = 2c \tag{3}$$

la distanza fra i due *fochi;*
il rapporto:

$$\frac{a - b}{a} = \alpha \tag{4}$$

dicesi *schiacciamento,* e l'altro:

$$\frac{a}{c} = e \tag{5}$$

eccentricità dell'ellissi.

Ora noto a ossia il semiasse maggiore (che ci dà la grandezza della ellissi) e noto uno qualsivoglia degli altri elementi (2) (3) (4) o (5) che ne precisa la forma, l'ellissi è completamente determinata.

Ciò premesso il Bessel combinando assieme diverse misure geodetiche con quella da lui stesso diretta, ne dedusse che gli elementi dell'ellissi media che meglio rappresenterebbero la forma generale della superficie terrestre sarebbero i seguenti:

$$a = 3272077,14 \text{ (tese)}$$

$$b = 3261139,33 \quad \text{id.}$$

$$\alpha = \frac{1}{299.1528}.$$

In base a questi elementi risulterebbe pel valore del quadrante di meridiano ellittico terrestre

$$Q = 5131179.81 \text{ (tese)}.$$

Non fu questo però il valore del quadrante da cui si dedusse la *lunghezza del metro* ossia la nuova unità di misura lineare decretata dall'Assemblea nazionale francese in sullo scorcio del secolo passato onde sostituire alla confusione delle diverse mi-

sure esistenti in Francia un sistema generale, più razionale e facile di pesi e misure; si pensò e stabilì di procedere ad una speciale misura geodetica, operazione che venne affidata agli insigni geometri Mèchain e Dèlambre i quali mercè apposita triangolazione misurarono l'arco di meridiano che attraversa la Francia e che si estende da Dunkerque a Barcellona e quindi dell'ampiezza di circa 10°. Combinando i risultati della loro misura con quelli della misura meridiana eseguita precedentemente al Perù da Bouger e La Condamine si trovò per la lunghezza del quarto di meridiano ellittico terrestre

$$Q = 5130740 \text{ (tese)}.$$

La Commissione francese dei pesi e misure composta dei celebri scienziati Borda, Lagrange, Laplace, Monge e Condorcet incaricata di determinare la nuova unità di misura lineare ed il nuovo sistema di pesi e misure, stabilì che la *diecimilionesima parte della lunghezza del quadrante di meridiano ellittico terrestre* più sopra determinata costituisse la nuova *unità di lunghezza* a cui come si sa diedesi il nome di *metro*, e per ciò la lunghezza del metro è eguale a

$$\frac{5130740}{10000000} = 0^{T},513074 \text{ (}tese\text{)}$$

ossia 3 *piedi*, 11 *linee* e una frazione 0.296 di linea.

Si fece quindi costruire un regolo di platino di sezione rettangolare e della lunghezza fra le teste di

0.513074

della *tesa* dell'Accademia francese, detta anche tesa del Perù perchè avea servito appunto alla misura meridiana del Perù.

Tale regolo costituì il *prototipo del metro** dal quale si dedussero tutti i *metri campioni* sparsi pel mondo e che altro non

---

* Nel *Regolamento 29 ottobre 1874 N. 2188* che fa seguito alla *Legge 23 giugno 1874 N. 2000* (*Serie 2ª*) che modifica la *Legge metrica del 28 luglio 1861 N. 132* si contengono le seguenti disposizioni:

« Art. 26. I *prototipi* dei pesi e delle misure saranno conservati negli Archivi generali del Regno e saranno custoditi entro una cassetta a due chiavi una delle quali rimarrà presso il Direttore generale degli Archivi stessi, l'altra presso il Ministero. »

« Art. 28 I *campioni* depositati presso le Prefetture e Sotto-Prefetture, e Municipi saranno accuratamente custoditi in un apposito armadio chiuso a due chiavi, ecc »

Un *campione* poi conforme ai *prototipi* trovasi pure presso ogni Ufficio di verificazioni di pesi e misure.

sono che regoli metallici la cui lunghezza (alla temperatura del ghiaccio fondentesi) è eguale a quella del prototipo.

La nuova unità di misura lineare ed il conseguente sistema di pesi e misure metrico decimale fu adottato dalla Convenzione, sancito più tardi dal Corpo Legislativo e dichiarato obbligatorio in Francia sino dal 2 novembre 1801, di guisa che il *valore legale del metro* ossia del prototipo conservato negli archivi della celebre Accademia francese è di tese 0.513074 come più sopra si disse.

Il *metro legale* non corrisponde però alla definizione sua, giacchè: 1.° non è vero che la figura matematica della terra sia esattamente quella di una superficie di rivoluzione, per cui sia indifferente misurare un meridiano piuttosto che un altro; 2.° non è vero che i meridiani terrestri siano rigorosamente ellissi; 3.° nelle misure dalle quali il metro legale dipende sono trascorsi errori sieno pure piccolissimi.

Un valore del metro meglio rispondente alla definizione deve risultare dalla decimilionesima parte del quarto di meridiano calcolato su elementi di un ellissoide di rivoluzione, che soddisfa nel miglior modo al più gran numero possibile di misure di archi di meridiano eseguite nelle longitudini più differenti.

Tale sarebbe per esempio il quarto di meridiano calcolato cogli elementi di Bessel già citati (pag. 561) secondo il quale dunque il metro (che si potrà dire metro besseliano) sarebbe di

tese 0.513117981.

Perciò se 5130740 tese corrispondono a 10 milioni di metri legali, 5131179.81 tese corrisponderanno a 10000857.25 metri legali e il metro besseliano sarà metri legali

10000857.25

o, in altre parole il metro legale è più breve del besseliano di millimetri

0.0857

differenza, come vedesi, assai piccola perchè si possa ritenere il metro legale come sufficientemente soddisfacente alla sua primitiva definizione.

Col valore della tesa in metri legali

1.94903627

si traducono in metri i valori di a e b dati alla pag. 561 e si ha:

$$a = 6.377.397^{m}$$
$$b = 6.356.079.\ ^{*}$$

Ma sia il *metro*, oppur no, una parte esattamente aliquota di meridiano terrestre ossia precisamente, oppur no, la diecimilionesima parte del quadrante di esso meridiano, ciò poco monta, l'importante e l'essenziale si era di stabilire una unità di misura lineare che venisse facilmente sostituita alla moltiplicità di quelle disparate preesistenti, e più di tutto adottare nel conseguente nuovo sistema di pesi e misure la *divisione decimale* il che con somma lode fu fatto dalla succitata Commissione e sancito dal Governo nazionale, sistema oramai in uso presso la maggioranza degli Stati europei, giacchè i vantaggi inerenti al medesimo non v'ha oramai chi non conosca. In fine al presente Trattato abbiamo creduto opportuno di dare le Tavole che somministrano i rapporti del sistema metrico decimale sia colle principali misure legali antiche italiane che colle misure pure antiche in uso tuttora presso taluni Stati stranieri, limitamente però alle sole *misure lineari* e *superficiali*, ed alle quali tavole non di rado deve ricorrere il Geometra.

Riassunta così la storia della *unità di misura lineare* ossia del *metro* che tutto dì si può quasi asserire deve avere sotto mano l'ingegnere, e che deve servirci per la misurazione diretta delle lunghezze, vediamo ora come e con quali apparecchi si procede ad una tale operazione che varia naturalmente a seconda della precisione a cui si aspira nella medesima e nel caso in ispecie a seconda che si tratta di una *base geodetica* o semplicemente *topografica*.

321. Per la misurazione delle prime si richiede tale esattezza, occorre circondarsi di tante cautele, usare tante diligenze

---

* Per ciò che si riferisce alla misura del nostro Geoide, le dimensioni di uesto secondo il Clarke (*Geodesie-Oxford*, 1880, pag 319) sarebbero:

semi-asse maggiore	$a = 6378249.2$ (metri)
semi-asse minore	$b = 6356515.0$ »
schiacciamento	$\alpha = \frac{1}{293,405} = 0,00340756$
eccentricità	$e = 0.0824831$
quadrante	10001869 (metri).

ed impiegare apparati tali da contenere l'errore medio definitivo entro limiti alle volte inferiore al *milionesimo* della loro lunghezza. Non faremo parola di una simile operazione, che spetta esclusivamente all'alta geodesia, limitandoci a tale riguardo ad esporre soltanto i risultati ottenuti nella misura di talune basi geodetiche onde far vedere sino a qual grado di esattezza si può pervenire nelle misure stesse.

La *base del Ticino* misurata dall'astronomo Oriani nel 1798 con apparato di legno, risultò della lunghezza, ridotta al livello del mare, di m. 9999.4116 e fra le due misure di andata e ritorno si rinvenne una differenza di millimetri 0.4.*

Il P. Secchi nel 1854 - 55 fece una nuova misura della *base Via Appia Vecchia* (già misurata nel 1751 da Boscowich e Maire) che risultò di m. 12043.140 con un errore probabile di un centimetro, pari ad $\frac{1}{1204314}$ dell'intiera lunghezza. Gli estremi della base del Secchi sono il Sepolcro di Cecilia Metella e le Fratocchie verso Albano. L'apparato misuratore impiegatovi fu quello del Porro (a cui appresso accenneremo) con pertiche bimetalliche, unite al centro e lunghe $4^{m}.08$.**

Trattandosi però di una semplice base *topografica* e di cui è argomento speciale questo capitolo, il grado di approssimazione che si richiede in tali misure ossia il limite dell'errore probabile che si aspira di non oltrepassare nelle medesime può variare da $^{1}/_{10000}$ ad $^{1}/_{100000}$ dipendentemente dalla lunghezza delle medesime e dallo scopo a cui tendono i rilevamenti topografici correlativi, anzi per le operazioni topografiche di cui è oggetto precipuo questo Trattato non prenderemo in esame che quei mezzi che possono assicurare di contenere tale errore entro i limiti di un diecimillesimo ad un cinquantamillesimo.

Le canne comuni o triplometri che s'impiegano nelle ordinarie operazioni planimetriche non possono essere impiegate in simili misure, giacchè per quanto sieno favorevoli le circostanze locali in cui si opera, e per quanta la diligenza e l'abilità dell'ope-

---

* *Processo Verbale delle sedute della Commissione italiana per la misura dei gradi tenutesi in Firenze il 14 e 15 giugno 1880.* Firenze, tipografia Barbera, pagina 10.

** DADDI, *Corso di Geodesia.* Torino, 1876. Stamperia Unione Tipografico-Editrice, nel quale trovansi raccolti i dati relativi alle principali basi misurate sino a quell'epoca.

ratore è difficile riuscire a determinazioni tali il cui errore medio sia inferiore ad $\frac{1}{1000}$; adoperando aste di cinque metri di lunghezza si può forse arrivare a contenere tale errore in $\frac{1}{3000}$.

Quando adunque si devono misurare direttamente lunghezze con errori contenuti fra $\frac{1}{10000}$ ed $\frac{1}{50000}$ come appunto si richiede nella misurazione di una comune *base topografica*, allora è mestieri ricorrere ad apparati speciali di cui ora appunto faremo parola.

Prima però di entrare nei particolari di costruzione di questi istrumenti e del modo di usarli, occorre accennare alla scelta ed individuazione della base a misurarsi richiamando per ciò che ha tratto alla scelta quanto sommariamente si espose in fine del § 301.

Durante l'operazione della ricognizione del terreno per la scelta dei punti trigonometrici di 1.° e 2.° ordine, l'Ingegnere avrà il mezzo e l'opportunità di rinvenire e scegliere una località, che può essere una strada, una spiaggia marina, una pianura unita e scevra di ostacoli ecc. opportuna appunto per lo stabilimento della base, avendo presente, che possibilmente i suoi estremi sieno reciprocamente visibili e che dai medesimi sia pure visibile il maggior numero possibile di punti trigonometrici onde collegare alla medesima la rete trigonometrica. Si dovrà anche, come già si accennò, scegliere, per quanto sarà possibile, la *base* verso il centro del territorio da triangolarsi, potendosi in tal guisa appoggiare alla medesima diversi triangoli di partenza calcolabili indipendentemente l'uno dall'altro, per cui i piccoli errori sempre inevitabili in un triangolo di partenza non si propagheranno che ai soli triangoli da quello dipendenti, i quali d'altronde si potranno verificare con lati di altri triangoli indipendenti dal primo.

Così supposta $c\,b$ la *base*, il lato $b\,g$ (fig. 154) determinato col triangolo $c\,b\,g$ dipendente da quello di partenza $A\,c\,b$, si può verificare colla serie di triangoli $b\,d\,h$, $b\,h\,B$, e $B\,b\,g$ dipendenti dall'altro triangolo di partenza $A\,b\,d$. In quanto alle *base di verificazione* che come si disse serve ad accertarsi che i piccolissimi errori commessi ed inevitabili in simili operazioni non si sono accumulati in guisa da compromettere l'esattezza della triangolazione, si procurerà di stabilirla in quella località dove vieppiù si farà sentire il bisogno di una tale verificazione e che ad essa si

appoggi il maggior numero possibile di triangoli come sarebbe per esempio il lato *B b* della stessa triangolazione rappresentata dalla citata fig. 154.

Scelta la località opportuna, ed al bisogno resa anco migliore con un poco di lavoro, si comincierà dall'individuare gli estremi della base con robusti picchettoni sulla testa dei quali si conficherà un chiodo onde fissare con precisione gli estremi anzidetti, o con termini in pietra da taglio a seconda della importanza del lavoro. Questi termini che possono essere analoghi a quella della fig. 137 *a,b* portano generalmente sulla faccia superiore due linee che si tagliano perpendicolarmente al centro di un triangolo equilatero individuando in tal modo l'esatto principio e la precisa fine della lunghezza a misurarsi. Per rintracciare poi ed individuare in qualunque epoca la loro posizione si possono, i detti termini o pilastrini, riferire ad oggetti circostanti facendo risultare da apposito schizzo il sistema di collegamento. *

Ciò fatto si traccierà l'allineamento secondo il quale dovrassi eseguire la misura con paline ben dirette suddividendo la intiera lunghezza in tanti tronchi di 100 o 200 metri a seconda dei casi e mettendo al posto delle paline dei robusti picchetti, individuando con chiodi infissi sulla testa dei medesimi esattamente i singoli punti dell'allineamento il quale si determinerà mercè un cannocchiale il cui asse ottico sia stato disposto e si muova nel piano verticale passante per lo allineamento anzidetto. I picchetti spaziati nel modo suindicato oltre di conservare l'allineamento esatto durante

* Nella misurazione delle basi geodetiche si ricorre a costruzioni più solide e monumentali per fissarne gli estremi. Una delle prime triangolazioni rigorosamente eseguita è quella che praticò in Francia l'abate Picard nel 1670. Il nostro insigne Cassini ed il Lacaille ripresero nel 1740 l'operazione e non avendo potuto trovare la traccia esatta di detta base misurarono una seconda base prossima alla prima individuandone le estremità con due piramidi in muratura dell'altezza di circa 10 metri, l'una presso Villejuif, l'altra sul territorio di Iuvissy lungo la strada che da Parigi conduce a Fontainebleau. Questi due monumenti geodetici appartengono all'Accademia di Francia e non ha molto il Delaunay vi faceva collocare, con lodevole pensiero, in entrambe una iscrizione per ricordarne la loro significazione. Quella sulla piramide di Villejuif è così concepita.

Estremité Nord de la base géodésique
de Villejuif à Iuvisy
1670 (Picard)
1740 (I. Cassini et Lacaille)

La piramide di Iuvisy porta un'iscrizione analoga.

tutto il tempo in cui dovrà durare la misurazione, ci procureranno altresì il mezzo di suddividere il lavoro in diversi periodi ed in casi d'incertezza o di qualche inconveniente forzato od involontario di poter rifare l'operazione limitatamente a quel tronco dove cade il sospetto di un errore commesso o dove effettivamente avvenne l'accidente che alterò l'esattezza dell'operazione evitando così di rifarla tutta e quindi con sensibile risparmio di tempo e di spesa.

Preparata ed individuata in tal guisa la linea si procederà alla misura della medesima ricorrendo a speciali apparecchi che si possono classificare come segue:

1.° Regoli graduati risultanti dallo accoppiamento di due aste l'una di platino e l'altra di rame, come nell'apparecchio usato dal Delambre e Mechain nella grande operazione geodetica accennata più sopra e che servì alla determinazione del metro; oppure dall'accoppiamento per sovrapposizioni, di due aste di ferro l'una di zinco l'altra come nello apparato del Bessel usato in questi ultimi anni esclusivamente nelle basi italiane.

2.° Tubi di vetro (usati in Inghilterra) siccome non soggetti ai cambiamenti termometrici sensibili invece negli apparati precedenti ed in guisa da dover tener conto appunto delle variazioni di lunghezza in essi prodotte dalla temperatura.

3.° Regoli od aste di legno sorretti da appositi cavalletti.

4.° Funi tese.

I primi due apparecchi servono quasi esclusivamente per misure di basi geodetiche perciò ci limiteremo a fare sommariamente parola degli altri due come quelli appunto che per la loro semplicità, pel grado sufficiente di esattezza che presentano, vengono esclusivamente impiegati nella misurazione di una *base topografica* di cui precisamente ci occupiamo nel presente capitolo.

322. *Regoli di legno su treppiedi.* Questo apparecchio consta essenzialmente:

a) di tre o quattro *aste* o *regoli di legno* della lunghezza ognuno da 3 a 4 metri;

b) di un numero corrispondente di *cavalletti o treppiedi* (due per ogni asta) sui quali appoggiare i regoli anzidetti;

c) di una *livelletta a bolla d'aria;*

d) di un *piombino.*

Le *aste* constano di regoli di legno abete (figura schematica 166) della lunghezza di 3 o 4 metri, di sezione rettangolare e muniti alle loro estremità di guarniture metalliche.

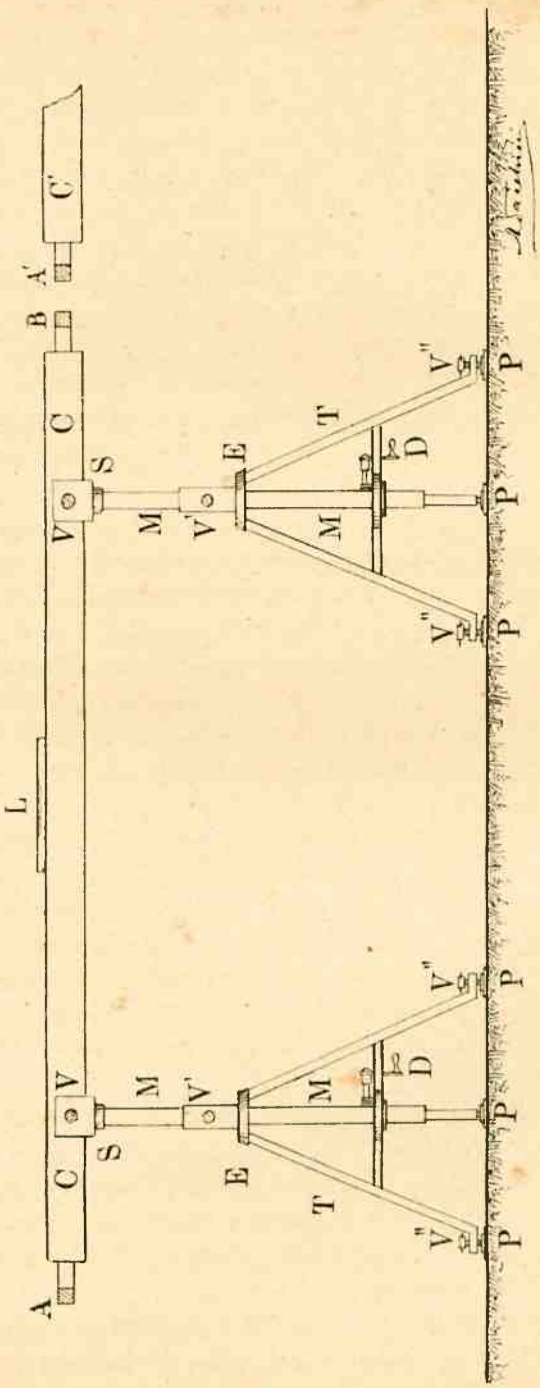


Fig. 166.

Allo scopo di evitare le leggieri alterazioni a cui potrebbero andar soggetti dipendentemente dallo stato igrometrico dell'aria, tali regoli vengono previamente bolliti nell'olio di lino e ricoperti intieramente da uno strato di vernice, ed alle volte anche per lo stesso fine, racchiusi entro apposite cassette (*C C*) pure a sezione rettangolare, dalle quali gli estremi *A* e *B* dei regoli stessi sporgono per pochi centimetri.

Onde poi evitare di mettere i regoli a contatto, come si usa nelle ordinarie misurazioni coi comuni triplometri, e quindi scansare gl' inconvenienti che potrebbero nascere da urti involontari, si ricorse a parecchi congegni, ai più comuni dei quali ora accenneremo.

Uno di questi consiste nel munire una delle estremità di ciascun regolo (per esempio *B* dell'asta *A B* della figura schematica suddetta) di una *linguetta graduata* la quale può farsi scorrere entro apposita scanellatura praticata nello spessore dell'asta stessa mercè un semplice meccanismo d'ingranaggio, sino a portarla leggermente a contatto della testa *A'* dell'asta immediatamente successiva e che le sta di fronte alla distanza di pochi centimetri. Tale linguetta è graduata in millimetri e mercè un nonio alla medesima annesso si può apprezzare sino al decimo di millimetro.

In luogo della linguetta onde misurare il piccolo intervallo *B A'* che appositamente si lascia tra un regolo e l'altro quando vengono disposti lungo la linea a misurarsi, usasi alle volte di un semplicissimo istrumento che si può rinvenire presso tutti i meccanici e noto sotto il nome di *compasso di precisione.* Consta di una verghetta di acciaio graduata in millimetri, munita di nonio al decimo di millimetro e di vite di richiamo. Quest'ultima è indispensabile sia per facilitare e rendere più dolce lo scorrimento di una delle punte sull'asticciuola, più delicato quindi ed esatto il contatto delle due anzidette colle teste dei regoli, sia per apprezzare le piccole frazioni del nonio.

Ogni regolo viene sostenuto da un paio di treppiedi *T* perfettamente eguali e congegnati in guisa che permettono con opportune viti a contrasto *V* (disposte tanto da una parte che dall'altra dei supporti *S*) di spostare leggermente l'asta *A B* su di essi appoggiata nel senso orizzontale, onde disporla sensibilmente nel piano verticale dello allineamento, quanto di spostarla nel senso altimetrico mercè il meccanismo d'ingranaggio *D* onde procurare alla medesima la opportuna orizzontalità che viene

indicata da apposita *livelletta a bolla d'aria L* applicata al regolo stesso.

Ottenuta la installazione dell'asta *AB* tanto in *direzione* che in *altezza* colle viti di ritegno *V* si fissa il regolo ai supporti dei treppiedi, e colle altre *V'* si fissano i montanti *M* alle teste *E* dei treppiedi suddetti formando in tal guisa un unico sistema rigido.

Le gambe di ciascun treppiede poggiano al suolo mediante tre grosse viti *V''* e coll'interposizione di tre larghi dischi o piastre metalliche *P*, e ciò allo scopo di correggere le ineguaglianze del suolo e di disporre i due montanti *M* pressochè verticali.

In luogo dei treppiedi congegnati in massima nel modo sopra esposto e come schematicamente indica la fig. 166 si potrebbe, trattandosi di misurazioni di piccole basi, ricorrere a dei sostegni più semplici ed economici quali sarebbero (fig. 167) cunei di legno con una faccia sola sgemba, i quali sovrapposti a due a due per la detta faccia sgemba fornirebbero non solo un piano di appoggio, ma anco un modo semplice di opportunamente abbassarlo od innalzarlo col semplice scorrimento di un cuneo sull'altro ottenendo in tal guisa la orizzontalità del regolo poggiante sulle due coppie di cunei disposte verso gli estremi del regolo stesso.

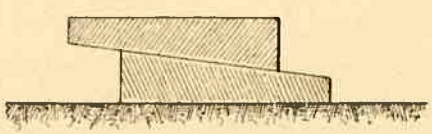


Fig. 167.

Abbiamo già accennato all'ufficio della livelletta; in quanto al *piombino* esso serve per disporre uno degli estremi dell'asta sulla verticale passante per uno dei punti a terra individuanti le estremità della base o quelli intermedi ausiliari.

Ciò premesso il procedimento da seguirsi ossia le norme pratiche da aversi presenti nella misurazione di una base mercè lo apparecchio brevemente ora descritto possono in massima ritenersi le seguenti:

1.° Eseguire la campionatura dei regoli ossia confrontare le aste col metro legale o metro campione il che può venire fatto in una delle nostre migliori officine meccaniche le quali sono provviste degli opportuni mezzi per eseguire una tale operazione ed essere così garantiti che questo controllo o paragone risulti entro il limite di $^1/_{20000}$ o del $^1/_{50000}$ se tali sono i limiti di precisione a cui si aspira nella misurazione della base. Per aste di 4^m di lunghezza sarà necessario evidentemente che l'apparato campionatore determini tale lunghezza a $0^{mm},20$ di precisione.

Siccome poi per aste di legno come quelle in esame, e preparate nel modo suindicato, le variazioni dipendenti dalla temperatura sono in generale quantità per lo più trascurabili, così basterà o che vengano campionate a temperatura pressochè eguale a quelle in cui d'ordinario verranno adoperate oppure si effettueranno due campionature, una prima di eseguire la misurazione della base e l'altra immediatamente dopo ultimata la misurazione anzidetta.

Quantunque due regoli fossero essenzialmente bastevoli, pure per le ragioni suesposte nella misura di una base si adoperano generalmente da tre a quattro aste per cui occorrerà naturalmente campionarle tutte onde dedurne la lunghezza media di ognuna, oppure registrati e addizionati i diversi risultati avere da una tal somma la lunghezza totale di una *portata* al principio dell'operazione di misurazione. Dicesi poi nel linguaggio tecnico comune *portata* la lunghezza complessiva dei regoli impiegati nella misura di una data base; così, adoperando tre o quattro regoli ognuno della lunghezza di quattro metri e qualora i regoli venissero posti ad immediato contatto, la *portata* sarebbe rispettivamente di 12 e 16 metri e dopo 192^{m} si dovrebbero avere compiute nel primo caso 16 nel secondo 12 *portate*.

Siccome poi si lascia sempre un piccolo intervallo fra le teste che trovansi di fronte l'una all'altra di due regoli successivi, e la lunghezza dei medesimi non sarà esattamente nè di 3, nè di 4 metri, così ciascuna portata risulterà soltanto approssimativamente di 12 e 16 metri a seconda che si impiegheranno gli uni o gli altri regoli e quindi dopo circa 192 metri, come più sopra si disse, si saranno prossimamente compiute nell'un caso 16 *portate* e 12 nell'altro.

2.° Preparato il terreno, individuata la linea da misurarsi e opportunamente picchettata nel modo già esposto occorre allineare gli otto treppiedi (se 4 sono le aste disponibili) nella direzione della base, al quale scopo gioverà un cordoncino od una funicella della lunghezza dai 40 ai 50 metri che verrà distesa sul terreno ad individuare maggiormente e materialmente la linea a misurarsi servendosi per ciò di palline o di ulteriori picchetti intercalati fra quelli che abbiam detto doversi piantare nella direzione della base per dividerla in tronchi di 100 o 200 metri.

Disposti i treppiedi nel modo anzidetto, ossia più precisamente in guisa che i loro montanti siano sensibilmente verticali

e giacenti prossimamente nel piano verticale passante per gli estremi della base a misurarsi servendosi delle apposite viti V'', si procede all'allineamento delle aste mercè le viti di contrasto V esistenti sulla testa o supporto dei montanti anzidetti e poscia alla loro livellazione servendosi dell'opportuno meccanismo d'ingranaggio, dopodichè si chiuderanno le viti V' che servono ad assicurare i montanti M alle teste E dei treppiedi.

Si previene poi che l'installamento dei regoli tanto nel senso della direzione che in quello dell'altezza se richiede sia fatto colla dovuta diligenza, non necessita però sia esso eseguito con estremo rigore, come invece si richiede nella misurazione delle basi geodetiche. *

Trattandosi di una base topografica e di quelle di cui ora in ispecie ci occupiamo, non occorrono apparecchi speciali per ottenere un allineamento perfetto, giacchè impiegando aste della lunghezza di m. 4.00 onde raggiungere nella misura della base stessa l'approssimazione di $^1/_{20000}$ ed anco una maggiore, basterà un allineamento ed una livellazione approssimata seguendo il metodo semplice, pratico e speditivo superiormente indicato. In altri termini operando con diligenza, anche coll'installamento leggermente approssimato potremo essere sicuri di limitare per ciascun asta l'errore a $\frac{0.1}{4000}$ essendo appunto un decimo di millimetro la frazione data dal nonio del compasso.

3.° Occorre poi appoggiare le aste su ciascuna copia di sostegni disposti a circa tre metri di distanza l'uno dall'altro, di guisa che le teste di un regolo sporgeranno di circa mezzo metro dall'una e dall'altra parte. Inoltre i regoli devono essere messi alla distanza l'uno dall'altro di circa 10 centimetri e possibilmente alla stessa altezza, in ogni modo però così disposti che le teste

---

* Ad ovviare appunto alla grande perdita di tempo ed alla difficoltà che richiede uno installamento perfetto dei regoli nella direzione esatta della base, il Porro inventò un apparato ingegnosissimo che porta il suo nome, il quale non richiede che un allineamento approssimativo, fornendo la projezione sulla direzione vera della base dei diversi elementi misurati costituenti invece nel loro insieme una linea spezzata. Col sussidio cioè di appositi microscopi collimatori di cui son munite le estremità delle aste, si ottiene non solo la misura dei piccoli intervalli lasciati tra i regoli, ma le *projezioni* ancora sulla *direzione* della base dei singoli elementi misurati fuori di tale direzione.

di due aste consecutive, e che trovansi di fronte l'una all'altra, si corrispondano almeno di un centimetro onde fra le medesime potere introdurre le punte del compasso quando si fa uso di un simile istrumento. Se invece le aste sono munite di linguette graduate, in questo caso pure è mestieri che le teste dei due regoli che si trovano di fronte l'una dall'altra e spaziate di qualche centimetro, è mestiere diciamo che anche in questo caso i due regoli si trovino presso a poco alla stessa altezza o prossimamente si corrispondano onde poter far scorrere e portare la linguetta di un regolo a contatto colla testa dell'altro regolo che immediatamente lo sussegue o precede.

Gl'intervalli fra le aste si leggono in millimetri e decimi di millimetro quali li dà il nonio applicato al compasso od alla linguetta.

Quando si adopera il compasso per misurare i piccoli intervalli che di proposito si lasciano fra i regoli occorre fare attenzione di introdurlo fra le teste dei medesimi colla massima diligenza onde evitare ogni minimo urto usando sempre pel regolare aggiustamento e contatto della vite di richiamo.

4.° Mediante un piombino si segnerà la verticale passante per l'origine della base e su questa verticale occorrerà far cadere l'estremità del primo regolo. Analogamente alla fine di ciascuna operazione, quando la misura si eseguisce in diversi periodi, si projetterà a mezzo di un filo a piombo l'ultima estremità, ossia il punto preciso in cui viene sospesa e terminata l'operazione, sopra la testa di un picchettone saldamente conficcato nel terreno o sulla sommità di un termine in pietre da taglio o pilastrino, individuando il detto punto nel primo caso con un chiodo infisso nel picchetto stesso, nel secondo con due rette incise sul pietrino ed incrociantesi nella projezione dell'estremo del regolo che rappresenta il termine del tratto misurato in quel dato giorno.

5.° Ultimata la misurazione della intiera base, e se in tale operazione sono occorse parecchie giornate ed è stata eseguita in condizioni climateriche alquanto diverse e straordinarie, occorre confrontare di nuovo le aste col metro legale o campione, registrare al solito i risultati di un tale paragone, effettuare la loro somma onde avere la lunghezza totale della *portata* alla fine dell'operazione, e riscontrare così se risulta eguale a quella ottenuta prima di procedere alla misurazione della base.

Qualora non abbia luogo l'identità, occorrerà prendere la

media aritmetica dei valori ottenuti per la prima e seconda *portata* onde aversi la lunghezza media di ciascun regolo quale risulta appunto dal primo e secondo confronto col metro campione.

Essendo noto la lunghezza media di ciascun regolo non che il valore degl'intervalli o vuoti esistenti fra le aste in ciascuna portata misurati colla linguetta o col compasso, ciascuna *portata* risulterà effettivamente non dalla somma delle lunghezze dei regoli impiegati come abbiamo esposto al comma 1 e come avverrebbe qualora i regoli venissero disposti ad immediato contatto colle loro estremità, ma bensì dalla somma della lunghezza media delle singole aste determinate nel modo anzidetto (ossia dai due campionamenti), più la somma degli intervalli lasciati fra l'uno e l'altro regolo e dati dal compasso o dalla linguetta.

Dalla somma quindi dei diversi elementi costituenti ciascuna portata in tal guisa determinata, aggiungendovi quella parte di portata che rimanesse a raggiungere esattamente l'estremità della base avremo la lunghezza totale della base stessa.

6.° Per avere poi un controllo della esattezza della lunghezza della base ottenuta operando nel modo suesposto, occorre sempre ripetere la misura della base stessa partendo dallo estremo opposto a quello della prima misura, e se i due risultati sono eguali si potrà ritenere l'operazione esatta, se sono poco differenti si assumerà per lunghezza della base la media aritmetica delle due misure di andata e ritorno. Infine se la discrepanza fra i due risultati eccedesse i limiti della prestabilita tolleranza, occorrerebbe naturalmente ripetere l'intiera misura od almeno rifare l'operazione in quella parte di esse dove si avesse sospetto che fossero occorsi errori, giacchè come si disse già i gravi inconvenienti derivanti da un piccolo errore commesso nella misura di una base, impongono di eseguire una tale misurazione con tutta la diligenza possibile ed essere sicuri che l'approssimazione della misura sia contenuta entro i limiti prestabiliti.

323. *Riduzione della base all'orizzonte.* Qualora il terreno sul quale è stata individuata la traccia della base presenti in taluni tratti delle irregolarità tali per cui non sia possibile livellare in esso le singole aste, occorrerà in quei tratti disporre i regoli inclinati rilevando poi mercè un eclimetro l'angolo d'inclinazione dei medesimi e ridurre le singole lunghezze all'orizzonte.

Indicando con L la lunghezza del regolo, con α l'angolo relativo di elevazione o di depressione all'orizzontale passante

per uno de' suoi estremi sappiamo già che la proiezione orizzontale K è data da

$$K = L \cos \alpha. \qquad (6)$$

Siccome poi l'angolo α è sempre piccolissimo e le variazioni dei coseni riescono insensibili, così si suole cercare non la proiezione K, ma la differenza fra la linea misurata e la sua stessa proiezione trasformando la (6) nella seguente

$$L - K = 2 L \frac{2}{\text{sen}} \frac{1}{2} \alpha. \qquad (7)$$

Formola che somministra ciò che si deve togliere dalla lunghezza misurata per avere la sua riduzione all'orizzonte.

La formola (7) è più conveniente alle pratiche applicazioni giacchè ci permette di potere tenere conto colla voluta precisione dei singoli valori di α tuttochè piccolissimi, stantechè i seni variano sensibilmente e rapidamente per valori di α anche prossimi a 0°.

Considerando poi che per angoli piccolissimi i seni si confondono sensibilmente cogli archi relativi e supponendo α, espresso in minuti primi sessagesimali o centesimali, la (7) si trasforma nell'altra

$$L - K = \frac{1}{2} L \alpha^2 \overline{\text{sen}}^2 1'$$

nella quale il fattore *sen* $1'$ trovasi in luogo di arc. $1' = 0.000291$ oppure di arc. $0^c,01 = 0.000157$ onde ridurre l'angolo α, espresso in minuti primi sessagesimali o in centesimi di grado centesimale, ad esprimere una lunghezza.

324. *Riduzione della base alla superficie di livello a cui vengono riferiti i vertici della triangolazione.*

Trattandosi di una semplice rete trigonometrica abbiamo già detto che i singoli vertici della medesima, non che tutti i punti principali del terreno coperto dalla rete suddetta, vengono riferiti ad un piano tangente alla superficie media delle acque del mare supposte in perfetta quiete e protratta al dissotto dei continenti e precisamente tangente nel punto medio di detta superficie a cui la triangolazione si riferisce. Conseguentemente la base (in modo analogo agli altri lati della triangolazione) misurata fuori di una tale superficie deve subire una riduzione che si calcola mercè la seguente formola.

Indichiamo con:

R = il raggio medio della superficie terrestre determinata nel modo anzidetto;

Z = l'altezza assoluta di uno degli estremi della base dalla superficie suddetta;

K = la lunghezza della base già ridotta all'orizzonte;

K' = la lunghezza ridotta ossia la proiezione di K sul piano tangente suddetto.

Stantechè (come appare dalla fig. 168) gli elementi R, $R + Z$, K' e K si possono rispettivamente riguardare come lati omologhi di due triangoli isosceli simili aventi il loro vertice nel centro della terra, si ha evidentemente

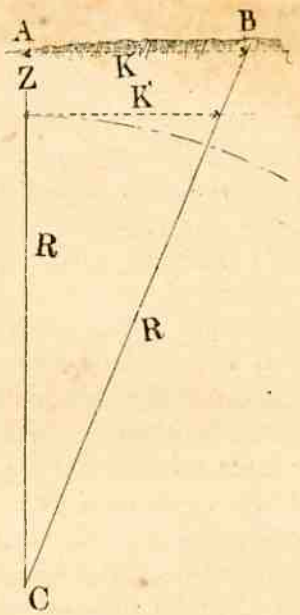


Fig. 168.

$$K' = \frac{R}{R + Z} K. \qquad (8)$$

Esempio numerico. Sia:

$R = 6.366\,740^{m}$ (media dei due valori di R dati al § 320);

$K = 3557^{m},5$

$Z = 244^{m},7$

applicando il calcolo logaritmo avremo:

$$\log R = 6.8039171$$
$$\log K = 3.5511449$$
$$c\log (R + Z) = 3.1960603$$
$$\log K' = 3.5511283$$

e quindi

$$K' = 3557.364.$$

Da questo esempio si arguisce che per piccole *basi* non occorre di procedere alla riduzione delle medesime al piano tangente la superficie di paragone sopracennata, giacchè tale piano, trattandosi di triangolazioni poco estese, può considerarsi come

confondentesi con quello tangente ad un punto centrale del terreno a rilevarsi ed a cui la triangolazione stessa si riferisce.

325. Accenneremo ora brevemente all'altro metodo di misurare una piccola base (limitata in lunghezza a poche centinaia di metri) e consistente in massima nel tendere una funicella fra gli estremi della base stessa e giacente nel piano verticale passante per gli estremi anzidetti, e nel misurarla mercè un'asta graduata.

Tracciata la linea da misurarsi mercè picchetti saldamente infissi nel terreno ed in guisa da dividerla in diversi tronchi, si raccomanda una funicella o cordone robusto agli estremi della base ed ai picchetti intermedi e fra gli spazî compresi fra un picchetto e l'altro si dispongono dei cavalletti i quali, oltre di rendere più tesa la funicella, dividano i diversi tratti della funicella stessa in tante spezzate che nel loro insieme vengono a costituire una poligonale giacente nel piano verticale passante fra le estremità della base, com'è indicato nella figura schematica 169 e nella quale *A* e *B* sono gli estremi, *c* ed *f* i picchetti intermedi, *a b d e g h* i cavalletti, la spezzata *A a b c . . . h B* il cordone.

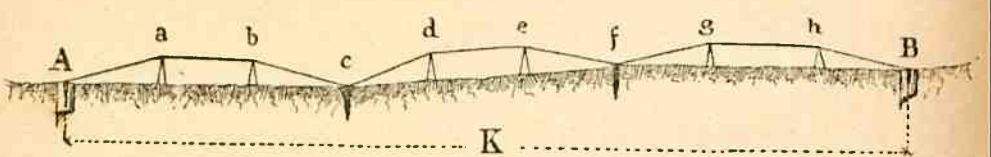


Fig. 169.

È questa spezzata appunto che si tratta di misurare mercè un regolo di 3 o 4 metri di lunghezza previamente campionato, rilevando nello stesso tempo gli angoli d'inclinazione dei singoli tratti o lati della spezzata anzidetta mercè un *quadrante da muratore*. E questo un semicerchio graduato di 20 centimetri circa di diametro il quale mercè due gancini si può appendere al cordone.

Un piccolo piombino è raccomandato al centro del semicerchio e corrisponde e coincide collo zero della graduazione quando il diametro è orizzontale.

La graduazione del lembo del semicerchio procede da 0° a 90° (o da 0ᵍ a 100ᵍ) tanto per un verso che per l'altro ed è fatta in mezzi gradi od in quarti di grado, le ulteriori frazioni stimandosi ad occhio. Inclinando il diametro del goniometro, si comprende facilmente che dal numero dei gradi e frazioni di grado indicati dal filo a piombo, si ha la inclinazione del diametro

stesso all'orizzontale passante pel centro dell'istrumento e quindi l'inclinazione del tratto di cordone (a cui esso si trova appeso) all'orizzontale suddetta.

Per misurare la spezzata $A\,b\,c\,\ldots\,h\,B$ non si fa che applicare l'asta graduata al cordone segnando le estremità di questa per i successivi riporti o con fili sottilissimi o con apposite morsette a cerniera ed a vite.

Siccome poi in prossimità dei vertici $a\,b\,c\,\ldots$ della poligonale è difficile usare dell'asta anzidetta così occorre provvedersi di un piccolo regolo graduato in millimetri per rilevare le frazioni dell'asta grande.

Ultimata la misura di ogni singolo tratto $A\,a$, $a\,b$, $b\,c\,\ldots\,h\,B$ e misurate pure le inclinazioni rispettive all'orizzonte dei tronchi suddetti, se noi indichiamo con

$$\Sigma\, l$$

la lunghezza complessiva assoluta della spezzata $A\,a\,b\,c\,\ldots\,h\,B$; con

$$K$$

la sua proiezione all'orizzonte; con

$$l',\ l'',\ l'''\ \ldots$$

le lunghezze rispettive dei tratti $A\,a$, $a\,b$, ... (fig. 169 e 170) e con:

$$\alpha',\ \alpha'',\ \alpha'''\ \ldots$$

le rispettive inclinazioni all'orizzonte, la somma delle projezioni orizzontali

$$k',\ k'',\ k'''\ \ldots$$

che indicheremo con

$$\Sigma\, k$$

costituisce la distanza relativa od orizzontale K fra gli estremi A e B che noi appunto cerchiamo e che si può simbolicamente esprimere con

$$\Sigma\, k = \Sigma\, l \cos\alpha \qquad (9)$$

estendendo la somma indicata nel secondo membro dell'equazione (9) col solito simbolo Σ a tutti i prodotti delle retti misurate pei coseni delle rispettive inclinazioni all'orizzonte.

Onde avere la K in funzione dei seni anzichè dei coseni, dato che taluno degli angoli α riuscisse molto piccolo, giusta

quanto si è esposto al § 323 avremo

$$\Sigma l - \Sigma k = 2 \Sigma l \overline{\text{sen}}^{2} \frac{1}{2} \alpha \qquad (10)$$

che ci darà la differenza fra la somma delle rette misurate e quella da ottenersi, ossia ciò che si deve togliere dalla distanza assoluta misurata L per avere la sua riduzione all'orizzonte K

Ricavando $\Sigma k = K$ dalla (10) trovasi

$$\Sigma k = \Sigma l \left(1 - 2 \overline{\text{sen}}^{2} \frac{1}{2} \alpha\right) \qquad (11)$$

la quale come la (9) ci dà la proiezione orizzontale $\Sigma k = K$ della lunghezza misurata $L = l' + l'' + l'' \ldots$

La formola (11) è più conveniente al caso in ispecie in cui fa d'uopo disporre il cordone in guisa che i diversi tratti riescano orizzontali o pochissimo inclinati all'orizzontale passante per uno de' suoi estremi, e quindi che l'angolo α riesca molto piccolo e noi abbiamo già detto che per piccole differenze in simili angoli le variazioni dei coseni sono poco sensibili, mentre invece lo sono quelle dei seni.

La ragione per cui è mestieri disporre mercè i cavalletti i diversi tratti $A\,a$, $a\,b$, $b\,c \ldots$ od orizzontali o pressochè orizzontali sta in ciò che il *quadrante da muratore*, supposto anche che abbia la graduazione divisa in quarti di grado, non ci può dare nella lettura dell'angolo un'approssimazione maggiore di $^{1}/_{10}$ di grado centesimale ossia prossimamente di $6'$ (sessagesimali). Ora basta uno sguardo alle tavole contenenti i valori delle funzioni trigonometriche seno e coseno in parte di raggio per vedere come sino al limite di 2° la differenza fra *cos* 2° e *cos* 2°, $6'$ è di 0.000062 mentre invece per *cos* 10° e *cos* 10°, $6'$ la differenza risulta di 0.000305 e quindi tale da riuscire a guastare la esattezza della misura. E così dicasi naturalmente delle differenze esistenti fra i valori dei seni per una differenza nella misura angolare di $6'$ e quando l'angolo eccede i due gradi, ragione per cui, ripetesi, è duopo assegnare ai diversi tratti in cui si divide la spezzata $A\,a\,b\,c\,d \ldots h\,B$ la minore inclinazione possibile ed in ogni modo sempre inferiore a 10°. (11[8]).

Siccome poi questo metodo di misurazione di una piccola base è specialmente raccomandabile e da preferirsi dove il terreno è alquanto accidentato, così non essendo in tal caso possibile di man-

tenere i tratti della spezzata anzidetta orizzontali o pochissimo inclinati, si può senza ricorrere al quadrante del costruttore per rilevare la inclinazione dei singoli tratti del cordone, procedere senz'altro alla livellazione dei singoli vertici con che sappiamo già che si ottiene la differenza di altezza verticale fra un estremo e l'altro di ciascun tratto, il che ci permette di calcolare in altro modo le lunghezze relative dei singoli tratti. Infatti: se pel primo

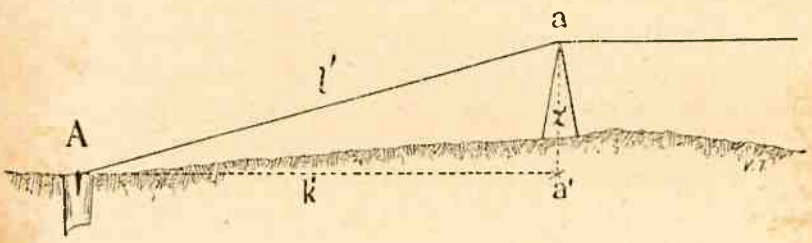


Fig. 170.

tratto $A\,a = l'$ (fig. 170) Z' è la differenza di livello fra i due punti A ed a, in base al noto teorema di Pitagora (§ 48) avremo:

$$k' = \sqrt{l'^2 - z'^2}$$

equazione che per l'applicazione del calcolo logaritmico torna più conveniente mettere sotto la forma:

$$k' = \sqrt{(l' + z')\,(l' - z')}.$$

La livellazione dei vertici della spezzata $A\,a\,b\,c\ldots$ occorrerà farla almeno due volte una di andata e l'altra di ritorno onde avere un mezzo di controllarla.

Anche con questo secondo metodo per misurare una base necessita, come già si disse, ripetere la misura stessa almeno due volte, la seconda in senso contrario della prima, ed anche un numero maggiore giacchè dalla media aritmetica dei diversi risultati potrassi avere un valore molto attendibile per la lunghezza della base misurata.

I vantaggi inerenti a questo metodo che dobbiamo al sig. Struve* sarebbero principalmente i seguenti:

---

* Struve, *Bestimmung des Höhenunterschiedes zwischen dem schwarzen und Kaspischen Meer*. (Pietroburgo, 1849). Chi desiderasse su questo metodo ulteriori particolari, può consultare la citata opera del Salmoiraghi (Vol. I, pag. 248) trovandosi in essa un cenno più esteso del medesimo di quello da noi esposto e tolto dall'opera del Iordan, *Lehrbuch der Vermessungskunde*. Stuttgard, 1877.

1.° Sicurezza di raggiungere la precisione di $^1/_{20000}$ ed anche una maggiore, sino ad $^1/_{50000}$;

2.° Massima semplicità, economia e speditezza. Lo Struve asserisce che a lui è riuscito, una volta messo a posto il cordone nel modo anzidetto, di eseguire la misura di circa 450 metri (1400 piedi) in un quarto d'ora coll'approssimazione di una piccola frazione di pollice, ossia prossimamente il 20 millesimo succitato.

3.° Di prestarsi opportunamente ed a preferenza del primo metodo dei regoli accoppiati, nelle località in cui non è possibile rinvenire una estesa di 400 o 500 metri di terreno pianeggiante sul quale individuare la base, e sia quindi necessario dividerla in diversi tronchi sensibilmente inclinati all'orizzonte per il che riuscirebbe disaggevole e difficile la misura usando l'apparato delle aste su treppiedi.

4.° Raddoppiando anche il tempo che il sig. Struve asserisce avere impiegato per la misura di circa 450 metri, resta sempre la facilità e prestezza colle quali in poche ore si può avere di una data base parecchi valori dalla media dei quali ottenere uno splendido risultato, la facilità di controllare ogni singolo tronco e localizzare ed eliminare gli errori accidentali.

5.° Di prestarsi (a nostro avviso) ottimamente in terreni paludosi ed anche intieramente sommersi nell'acqua potendosi con una serie di pali individuare la base e fra l'uno e l'altro palo tendere la funicella, i cui tratti potrebbero misurarsi stando l'operatore in una barca opportunamente ormeggiata.

326. Chiuderemo questo rapido cenno sul metodo Struve indicando le formule per la determinazione dell'*errore medio di una semplice misura isolata*, dell'*errore medio della media aritmetica* delle molteplici misure di una stessa base ottenuta col metodo anzidetto e di cui al comma 4°, non che quelle che danno gli *errori medi relativi* ossia riportati all'unità di lunghezza.

Se indichiamo con $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3 \ldots \Delta_n$ le differenze fra ogni singolo valore della misura della base dalla media aritmetica, con n il numero dei valori concorrenti alla media, l'*errore medio* E *di una misura isolata* L è dato dalla formula:

$$E = \pm \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 \ldots + \Delta^2_n}{n-1}}. \qquad (12)$$

L'*errore medio* ε *della media aritmetica* delle singole misure devesi invece calcolare colla formula:

$$\varepsilon = \pm \frac{E}{\sqrt{n}} = + \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \ldots \Delta^2_n}{n(n-1)}}. \qquad (13)$$

Gli *errori medî relativi* E_r ed ε_r riportati cioè all'unità di lunghezza saranno dati rispettivamente dalle formule

$$E_r = \pm \frac{E}{L} \qquad (14)$$

$$\varepsilon_r = \pm \frac{\varepsilon}{L}. \qquad (15)$$

Facciamo un'applicazione numerica delle formole anzidette. Si abbia:

	Misure	Δ_1		Δ_1^2
1.ª	325.634	— 0.0004		0.00000016
2.ª	325.643	+ 0.0086	Prova	0.00007396
3.ª	325.633	— 0.0014	$\Sigma\Delta = 0$	0.00000196
4.ª	325.625	— 0.0094		0.00008836
5.ª	325.637	+ 0.0026		0.00000676
Σ	1628.172	0.0224		0.00017120

325.6345 (media aritmetica).

Dalla (12) avremo:

$$E = + \sqrt{\frac{0.00017120}{4}} = \pm 0^{m}.0065$$

dalla (13)

$$\varepsilon = + \frac{E}{\sqrt{n}} = \pm \sqrt{\frac{0.00017120}{20}} = \pm 0^{m}.0029$$

e quindi gli *errori relativi*

$$E_r = \pm \frac{E}{L} = \pm \frac{0.0065}{326} = + 0.00002$$

ossia $+ \frac{1}{50000}$

$$\varepsilon_r = \pm \frac{\varepsilon}{L} = + \frac{0.0029}{326} = \pm 0.000009$$

ossia qualche cosa meno di $\frac{1}{100000}$.

Il medio aritmetico degli errori presi tutti collo stesso segno o il *medio errore di una misura* è approssimativamente espresso da:

$$u = \pm \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \ldots + \Delta_n}{\sqrt{n(n-1)}} = \pm \frac{0.0225}{\sqrt{20}} = \pm 0^m.00503$$

secondo la teoria degli errori deve essere per un numero grandissimo di osservazioni:

$$E = 1.125\, u$$

e si vede che tale relazione è prossimamente verificata benchè sia scarso il numero delle osservazioni, avendosi:

$$1.25\, u = 1.25 \times 0^m.00503 = 0^m.0063$$

PARTE SESTA

OPERAZIONI DI TAVOLO.

CAPITOLO I.

OPERAZIONI DI CALCOLAZIONE

327. Le operazioni di tavolo occorrenti nella moderna topografia sono invero un po' più complesse di quelle che necessitano coi metodi antichi; ma però non tanto quanto a prima vista si potrebbe ritenere, sia perchè per la grande generalità dei punti non occorre in massima determinare le relative coordinate ortogonali, quanto perchè vi hanno metodi speciali per abbreviare le dette calcolazioni.

Le operazioni di calcolo che si devono sempre eseguire, usando il metodo di collegamento a punto indietro, il più comunemente usato in pratica, sono le seguenti:

a) determinazione della *mediana h*, della distanza *D* dedotta dalle letture alla stadia, riduzione delle distanze all'orizzonte, e calcolazione dell'altezza *H*;

b) verificazione delle poligonazioni, determinazione degli *azimut del circolo azimutale*, calcolo delle coordinate ortogonali planimetriche, e delle quote altimetriche;

c) calcolazioni inerenti al metodo di collegamento del Porro, e quelle necessarie per la determinazione di punti rilevati per intersezione.

328. Quantunque la mediana *h* e la distanza *D* dedotte dalla lettura alla stadia vengano calcolate in campagna dall'assistente durante il rilevamento, tuttavia al tavolo si suole per riscontro ripetere le operazioni numeriche relative.

Quando la distanza zenitale φ è inferiore a 99^g o superiore a 101^g, allora è mestieri ridurre le distanze all'orizzonte mercè la nota formula (n.° 195).

$$K = S \operatorname{sen}^2 \varphi = D \operatorname{sen}^2 \varphi. \qquad (1)$$

Rammentiamo che quando $\varphi = 100^{g}$ si ha

$$K = S = D$$

e per ciò, come sia opportuno per abbreviare il lavoro di tavolo, di tenere per quanto è possibile, la linea di collimazione del cannocchiale orizzontale.

Per facilitare il calcolo del fattore $\overline{\text{sen}}^{2}\,\varphi$ del secondo membro della eguaglianza (1) si può far uso della tabella n.° 22 del Capitolo seguente che tratta appunto dei metodi da seguirsi nelle calcolazioni in parola.

In quanto all'altezza H del punto in cui l'asse di collimazione del cannocchiale incontra la stadia sul piano di traccia, o piano di livello passante sul centro dell'istrumento, sappiamo già (n.° 202) che è dato da

$$H = K \cot.\varphi$$

oppure e più comunemente dalla formola:

$$H = S \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi = D \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi. \qquad (2)$$

Per calcolare i valori di h serve la tabella n.° 23 riportata al Capitolo seguente, quante volte l'indole del lavoro non comporti l'uso delle scale logaritmiche centesimali, colle quali le H si hanno con una grande celerità e con una approssimazione sufficiente nella maggior parte dei casi, anzi per i punti di dettaglio potremo in generale e senza nessun scrupolo servirsi delle scale anzidette, il di cui uso apprenderemo nel Capitolo seguente.

I valori di D, h ed H in generale si calcolano durante i lavori di campagna in quelle ore o giornate in cui le condizioni climateriche non permettono affatto di operare sul terreno, o sono tali che non permetterebbero buone osservazioni.

329. Una delle principali operazioni di calcolo e di tavolo si è quello di verificare le poligonazioni o *camminamenti* mercè gli azimut ausiliari delle *linee principali*, operazione già svolta nel suo complesso al Capitolo IV della Parte V.

Vedemmo allora come si deve procedere per determinare *l'azimut del circolo* o più precisamente l'azimut del diametro 0^{g}-200^{g} del circolo orizzontale di ogni singola stazione onde orientarle fra loro, come si calcolano le coordinate ortogonali delle stazioni stesse ed infine come si possono comprovare e compensare i re-

lativi risultati, per cui ora ci resterebbe ben poco da soggiungere in proposito se l'importanza dell'argomento non ci consigliasse di qui riassumere le singole operazioni sopraelencate, sia per indicare come ordinatamente si debba procedere in ognuna di esse, sia per accennare ad alcuni particolari non compresi nel Capitolo succitato, sia ancora perchè l'insistere su tale argomento non sarà forse giudicato soverchio giacchè pei rilievi appoggiati a semplici poligonazioni e non coordinati a punti trigonometrici tali operazioni assumono l'importanza di quelle proprie allo sviluppo di una triangolazione topografica relativa ad un rilevamento di grande estensione.

Richiamiamo la fig. 132 e le tabella III a pag. 422.

La *poligonazione in catena o camminamento* dalla stazione 60° sul picchetto 119 alla stazione 66ª sul picchetto 131 (che era preceduta e susseguita da altre) venne spezzata sul terreno mediante la *linea principale od orientamento* corrente dal picchetto 119 all'altro 131 suddetti e rilevata quest'ultima soltanto mercè gli azimut de' suoi estremi comuni per ciò al camminamento anzidetto 119-121-123-125-127-131. In altri termini dalla stazione sul picchetto 119 venne determinato tanto l'azimut della stazione stessa che dell'*orientamento* 119-131 e che risultò $338^{g},900$, ultimate poi le stazioni successive ed arrivati al picchetto 131 oltre all'azimut di quest'ultima stazione si rilevò pure quello dell'orientamento suddetto collimando all'estremo 119, azimut questo che trovasi registrato nella tabella eidypsometrica a pag. 371 coll'indicazione convenzionale *orientamento indietro* ($138^{g},815$).

Ciò premesso e per rendere più chiara la esposizione del processo da seguirsi in questa speciale calcolazione la esamineremo nelle diverse fasi in cui questa si può considerare divisa. Queste diverse fasi sono le seguenti:

1.ª Inscrizione degli elementi di osservazione nella tabella succitata;

2.ª Determinazione dell'azimut del diametro $0^{g} - 200^{g}$ del circolo orizzontale in ciascuna stazione o trasmissione dell'orientamento; comprovazione e compensazione angolare;

3.ª Calcolazione delle coordinate rettangolari parziali dei vertici della poligonale secondaria o *camminamento*, indi delle coordinate generali del medesimo per rispetto al sistema d'assi generali di riferimento;

4.ª Comprovazione e compensazione definitiva delle coordinate ortogonali dei singoli vertici del camminamento.

Sulla 1.ª Ricorrendo alle relative tabelle eidypsometriche s'inscrivono in una tabella analoga a quella riportata a pag. 422 i dati seguenti relativamente tanto alla *linea principale od orientamento* quanto al *camminamento* e cioè:

i *numeri* che individuano le singole stazioni o vertici delle poligonali;

gli *angoli osservati,*

disponendo questi dati od elementi nel modo che è indicato nelle colonne 1, 2, 3, della tabella suddetta. Così se consideriamo l'*orientamento* 119-131 gli angoli $338^g,900$ e $138^g,815$ sono gli azimut reciprochi del suddetto, ossia $338^g,900$ è l'azimut del lato 119-131 sull'orizzonte del punto 119 e $138^g,815$ è l'azimut dello stesso lato sull'orizzonte dell'altro estremo ossia del punto 131. Analogamente si dica per tutti gli altri angoli calendati nella colonna 3 i quali sono gli azimut reciprochi dei singoli lati 119-121, 121-123... del *camminamento.*

Sulla 2.ª Ultimata l'operazione precedente si procede alla determinazione delle *differenze* degli azimut reciprochi suddetti come trovasi indicato nella finca 4.ª intitolata appunto *differenze.*

Eseguita questa semplice operazione numerica, si passa alla determinazione dell'*azimut del diametro* 0^g—200^g *del circolo orizzontale in ciascuna stazione* onde aversi il parallelismo del detto diametro ed orientarle tutte per rapporto alla stazione di partenza che nel caso in ispecie supporremo sia il picchetto 119 (fig. 132).

Per procedere ordinatamente prendiamo prima in esame la linea principale od *orientamento* 119-131 i cui elementi trovansi registrati al sommo della tabella III succitata.

Ed innanzi tutto dobbiamo fare un'avvertenza. Tanto l'*orientamento* 119-131 che il relativo *camminamento* 119-121-131... (figura 132) si collegavano con altri che li precedevano per cui l'angolo $0^g,672$ che trovasi al sommo della colonna 5.ª intestata *azimut del circolo* non è che la correzione da apportarsi all'azimut della stazione 60° (sul picchetto 119) per orientarla sulla 59ª (sul picchetto 117) che precede la poligonale in esame e che noi per semplicità non abbiamo riportato.

Ora se all'azimut ($338^g,900$) letto sulla stazione 60ª collimando alla 66ª, noi aggiungiamo l'*azimut del circolo* suddetto $0^g,672$ avremo evidentemente l'*azimut corretto* ($339^g,572$ registrato nella colonna 6ª) della stazione 60ª precitata e di conseguenza opportunamente orientato il lato 119-131 per rispetto alla stazione precedente.

Ciò premesso, resta ora ad orientare la stazione 66^a per rispetto alla precedente 60^a.

La *differenza* fra i due azimut reciprochi dell'*orientamento* o *linea principale* 119-131 risulta di $0^c,085$ come si vede registrato nella finca 4.ª, la quale differenza ci indica evidentemente che il diametro 0^g—200^g del circolo orizzontale nella stazione sul picchetto 131 non era parallelo alla posizione che aveva nella precedente sul picchetto 119, ma bensì spostato rispetto a quella direzione appunto dell'angolo $0^g,085$.

Se quindi addizioniamo queste due differenze od angoli $0^g,672$ e $0^g,085$ nella somma $0^g,757$ avremo l'*azimut* del diametro 0^g—200^g del circolo orizzontale nella stazione 66^a, ossia di quanto il detto diametro si trovava spostato relativamente alla direzione che aveva sulla stazione 60^a sul picchetto 119 e quindi la *correzione* da apportarsi alla stazione 66^a per orientarla sulla 60^a.

Passiamo ora al *camminamento*.

Si eseguiscono innanzi tutto le *differenze* degli azimut reciprochi di ciascun lato della poligonale in esame i cui risultati si inscriveranno nella colonna 4.ª; così: $0^g,050$ è la differenza fra l'azimut $339^g,875$ del lato 119-121 (collimando dal 119 al 121) e l'azimut $139^g,825$ dello stesso lato ma ottenuto collimando indietro dal picchetto 121 a quello 119.

Analogamente $0^g,015$ è la differenza fra l'azimut $338^g,575$ (V. tabella eidypsometrica a pag. 361) del lato 129-131 sull'orizzonte dal punto 129, e l'altro $138^g,560$ (V. tabella eidypsometrica a pag. 371) dello stesso lato sull'orizzonte dell'altro estremo 131.

Ultimate queste semplici calcolazioni numeriche, si sommano tutte le differenze, onde vedere se il risultato dell'addizione, che nel caso in ispecie si è $0^g,078$, (trascurando la parte intiera che potesse raggiungere esattamente o superare i 400^g od un'intiera circonferenza) collima colla differenza ottenuta (0,085) dagli azimut reciproci dell'orientamento come si indicò già al Capitolo IV della Parte V, essendo questa un'operazione che si deve eseguire anche in campagna per accertarsi dell'esattezza degli azimut osservati.

Con questa operazione noi avremo la *comprovazione* della buona esecuzione del lavoro per quanto si riferisce al rilevamento degli angoli azimutali, prova che si fonda sul principio enunciato al comma *A*) del § 297.

Siccome fra i due risultati non vi ha l'identità o l'accordo

perfetto così la piccola differenza, come si accennò già al § 293, la si ripartisce in parti eguali su tutti gli angoli come trovasi appunto praticata nella colonna 4.ª della tabella III succitata. Conseguentemente le *differenze* suddette corrette nel modo suespresso sono quelle che risultano prendendo per terza cifra decimale quella riportata sopra a ciascuna delle differenze in esame, le quali sommate dànno appunto per risultato finale 0,085. Il nostro poligono determinato dall'*orientamento* e dal *camminamento* che sul medesimo si appoggia, si chiuderà ora esattamente come lo studioso potrà verificare se si piglierà la premura di conchiudere gli angoli effettivi compresi fra i lati del poligono anzidetto mercè gli azimut dei lati stessi, operazione per sè stessa facilissima e che ci dispensa per ciò di riportarla.

Ciò fatto, rimane a determinare gli *azimut del circolo orizzontale* in ciascuna stazione, operazioni anche queste delle più piane. Intanto per i punti di stazione 119 e 131 tali azimut sono quelli stessi precedentemente determinati per l'orientamento come appunto si scorge nella finca 5.° della tabella precitata, per i punti di stazione 121-123-125-127 e 129 si ottengono nel modo seguente:

punto 121 . . . $0^{g}.672 + 0^{g}.051 = 0^{g}723$

punto 123 . . . $0.723 + 399^{g}.954 = 0.677$

e così di seguito.

Per avere poi gli *azimut corretti* dei singoli lati o vertici del camminamento, si deve aggiungere all'*azimut osservato* l'azimut del circolo relativo come vedesi praticato nella colonna 6.ª. Così l'azimut corretto del vertice 119 o lato 119-121 del camminamento in esame si avrà dalla seguente equazione:

$$339^{g}.876 + 0^{g}.672 = 340^{g}.548 = 340^{g}.55$$

trascurando l'ultima cifra.

Sulla 3.ª Ultimate le operazioni accennate sommariamente ai comma 1 e 2, s'inscrivano nella colonna 7ª della precitata tabella le *lunghezze* dei lati della poligonale, prendendo in generale, e come si disse altrove, quella data dalla somma delle due distanze relative al punto intermedio.

Registrate le *lunghezze* anzidette noi abbiamo tutti gli elementi per calcolare mercè le note formole

$$y = K \cos \theta$$

$$x = K \operatorname{sen} \theta$$

le *coordinate ortogonali planimetriche parziali* dei singoli vertici del camminamento i cui singoli valori sono stati riportati rispettivamente nelle colonne 8 e 12 della tabella a pag. 423.

Avute le coordinate ortogonali planimetriche parziali, niente di più facile che la determinazione di quelle generali riferite alla terna di assi ortogonali passanti pel punto 119 che noi abbiamo considerato come punto d'origine.

Infatti ritenute le coordinate generali del punto 119 le

$$Y = 23754{,}75$$

$$X = 24367{,}78$$

aggiungendo ad esse algebricamente le rispettive coordinate parziali avremo i risultati indicati nel seguente prospetto:

INDICAZIONE		Ascisse parziali (+)	Ascisse generali	Ordinate parziali (−)	Ordinate generali
Della Stazione	Del picchetto				
Stazione 60ª	119		23754 75		24367 78
		180 60		244 11	
» 61ª	121		23935 35		24123 67
		127 75		178 94	
» 62ª	123		24063 10		23944 73
		163 78		230 25	
» 63ª	125		24226 88		23714 48
		151 25		213 07	
» 64ª	127		24378 13		23501 41
		132 62		186 08	
» 65ª	129		24510 75		23315 35
		213 84		301 04	
» 66ª	131		24724 59		23014 31

Le coordinate ortogonali planimetriche, sia parziali che generali, in tal guisa determinate occorre *comprovarle* esatte e nel caso di differenze contenute entro i limiti delle prestabilite tolleranze conseguentemente *compensarle* ed eccoci quindi sull'ultima fase delle operazioni di calcolo sopra elencate.

Sulla 4.ª Per eseguirne la comprovazione si procede nel modo già indicato al § 294 al quale per ciò rimandiamo lo studioso, trovandosi in essa riprodotto particolarmente la fase di operazione in esame.

Aggiungeremo soltanto che le piccole differenze nelle distanze ortogonali x ed y si ripartiscono in parti eguali su ciascun

lato del camminamento senza alcun riguardo alla lunghezza dei medesimi come si è accennato al surriferito paragrafo e come vedesi da una semplice ispezione alla tabella III.

Fatte le dette correzioni ed aggiunte algebricamente le parziali x ed y alle coordinate totali X ed Y del punto 119, noi arriveremo a trovare per le X ed Y del punto 131 calcolate in base al *camminamento* 119-121-123-125-127-129-131 gli stessi ed identici valori determinati per lo stesso punto 131 in base alla *linea principale* 60^a-66^a come la tabella stessa chiaramente dimostra.

Per quanto riguarda la calcolazione delle *quote altimetriche* qualora l'indole del lavoro ne esiga la loro determinazione, nulla abbiamo da aggiungere in proposito dopo quanto è stato detto in generale al Capitolo VI della Parte III ed in particolare al Capitolo III della Parte V del presente trattato.

Ci limiteremo ad accennare alla seguente regola pratica per calcolare le *parziali* dei singoli punti di rilievo cioè: si deve considerare h sempre negativa, la K invece sempre negativa quando $\varphi > 100^g$ e positiva quando $\varphi < 100^g$ sommando algebricamente le due quantità h ed H avremo la *parziale* da aggiungere o da togliere alla costante $C + s$ di ogni singola stazione a seconda del segno di cui sarà affetta la somma algebrica di h ed H anzidette, come del resto risulta esplicitamente dalle tabelle eidypsometriche da pag. 361 a pag. 383.

330. Qualora nel collegare fra loro due stazioni s'impieghi il metodo Porro; al n.° 227 abbiamo già dettagliatamente indicato tutte le operazioni di calcolo che necessita eseguire a tavolino per correggere l'orientamento, per la determinazione delle distanze ortogonali e delle quote altimetriche non che quelle per comprovare e compensare i risultati, per cui su tale proposito nulla abbiamo da aggiungere.

Diremo piuttosto e sommariamente delle operazioni di calcolo necessarie per determinare sia planimetricamente che altimetricamente la posizione di un punto rilevato *radiotomicamente* ossia col *metodo d'intersezione*.

Per rilevare un punto sul quale non si può collocare la stadia, oppure collocato a distanza molto rilevante da quella di stazione e superiore cioè a quella che comporta la stadia stessa, si usa come si disse il metodo d'intersezione collimando allo stesso punto da due contigue stazioni e rilevando da ognuna le anomalie ϑ e φ di esso.

Vediamo quindi come si procede per calcolare le coordinate ortogonali di un punto rilevato per intersezione riferite al sistema di assi principali del rilevamento.

Note le coordinate ortogonali X, Y, ed X_1 Y_1 dei due punti di stazione T e T_1 (fig. 171) riferite agli assi generali $O\,Y$ ed $O\,X$,

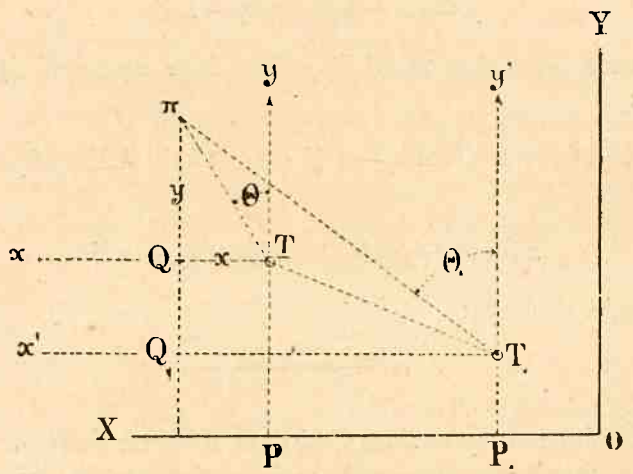


Fig. 171.

non che gli elementi θ, θ_1 e φ, φ_1 relativi al punto π, rilevati rispettivamente dalle due stazioni T e T_1, si calcolano le coordinate ortogonali x, y dello stesso punto π nel modo seguente. Se indichiamo con

$\Delta\,Y$ la differenza $(Y - Y_1)$ fra le due ascisse dei punti di stazione T e T_1; con

$\Delta\,X$ la differenza $(X - X_1)$ fra le due ordinate orizzontali degli stessi punti T e T_1; con

$\Delta\,\Theta$ la differenza fra i due azimut θ e θ_1 del punto π rilevati dalle due stazioni anzidette; e con

$(x, y)_\pi$ le coordinate ortogonali ausiliari dello stesso punto π per rapporto agli assi ausiliari condotti per la stazione T paralellamente agli assi principali $O\,X$, $O\,Y$; si ha evidentemente

$$y = x \cot \theta. \qquad (3)$$

Dal triangolo rettangolo $\pi\,Q_1\,T$, risulta

$$\pi\,Q_1 = Q_1\,T_1 \cot \theta_1$$

ma risultando dalla semplice ispezione della fig. 171 che

$$\pi Q_1 = y + \Delta Y \text{ e } Q_1 T_1 = x + \Delta X$$

avremo:

$$y + \Delta Y = (x + \Delta X) \cot \theta_1$$

da cui

$$y = (x + \Delta X) \cot \theta_1 - \Delta Y \qquad (4)$$

eguagliando ora i due valori di y dato dalle equazioni (3) e (4) si avrà:

$$x \cot \theta = (x + \Delta X) \cot \theta_1 - \Delta Y = x \cot \theta_1 + \Delta X \cot \theta_1 - \Delta Y$$

ossia

$$x (\cot \theta - \cot \theta_1) = \Delta X \cot \theta_1 - \Delta Y$$

dalla quale si ricava:

$$x = \frac{\Delta X \cot \theta_1 - \Delta Y}{\cot \theta - \cot \theta_1} \qquad (5)$$

che sostituito nella $y = x \cot \theta_1$ ci darà il valore della y.

Le coordinate ortogonali planimetriche x_1, y_1 dello stesso punto π per rispetto agli assi ausiliari condotti per la stazione T sono date evidentemente dalle formole

$$x_1 = x + \Delta X \qquad (6)$$

$$y_1 = x_1 + \cot \theta_1. \qquad (7)$$

I valori di y ed y_1 che si deducono dalle formole (3) e (7) servono di verifica alle operazioni eseguite, giacchè deve naturalmente risultare

$$y_1 = y + \Delta Y.$$

Aggiungendo poi rispettivamente alle ascisse Y ed Y_1 dei punti T e T_1 i valori y ed y_1, si otterranno due valori dell'ascissa del punto π per rapporto agli assi generali di riferimento, e qualora esistano fra i medesimi delle piccole discrepanze non eccedenti i limiti di tolleranza fissati, si prenderà la media di essi valori per ascissa del detto punto π riferita agli assi principali $O Y$, $O X$ anzidetti.

Analogamente aggiungendo all'ordinata orizzontale X del punto di stazione T il valore di x, si ottiene l'ordinata orizzon-

tale del punto π per rapporto agli assi generali di riferimento di tutti i punti del rilevamento.

Ponendo $\Delta\theta = \theta - \theta_1$ ed essendo per ciò

$$\theta = \theta_1 + \Delta\theta$$

la (5) si può mettere sotto la forma:

$$x = -\Delta X \frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\Delta\theta}\cos\theta_1 + \Delta Y \frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\Delta\theta}\operatorname{sen}\theta_1 \qquad (8)$$

la quale si presta meglio a calcolarla colle scale logaritmiche centesimali del Porro di cui faremo parola nel Capitolo seguente.

331. Per ottenere poi la coordinata verticale, o quota parziale z del punto π per rispetto all'una od all'altra delle due stazioni T e T_1 si procede nel modo seguente:

Indichiamo con

φ e φ_1 le distanze zenitali del punto π rilevate rispettivamente dalle due stazioni T e T_1; con

$(X', Y')^\pi$ le coordinate ortogonali planimetriche di π calcolate nel modo superiormente esposto; con

K e K_1 rispettivamente le due distanze orizzontali del punto π dalle due stazioni anzidette; con

z e z_1 rispettivamente le ordinate verticali dello stesso punto π per rapporto ai centri di stazione T e T_1; e finalmente con

ΔZ la differenza $(Z - Z_1)$ fra le due ordinate verticali o quote altimetriche Z e Z_1 dei punti di stazione rispettivi T e T_1, dal triangolo rettangolo $\pi\, Q\, T$ si ha evidentemente

$$K = \frac{Y' - Y}{\cos\theta} = \frac{X' - X}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (9)$$

ed analogamente dall'altro $\pi\, Q_1\, T_1$

$$K' = \frac{Y' - Y_1}{\cos\theta_1} = \frac{X' - X_1}{\operatorname{sen}\theta_1}. \qquad (10)$$

Ciò premesso sarà facile il comprendere che la z del punto π per rispetto alla stazione T non è che il cateto verticale del triangolo rettangolo proiettato sulla retta $\pi\, T = K$ e del quale conosciamo

l'angolo opposto al cateto K suddetto e che è precisamente eguale alla distanza zenitale φ, per cui possiamo stabilire evidentemente la solita relazione geometrica

$$z = K \cot \varphi \qquad (11)$$

ed analogamente

$$z_1 = K_1 \cot \varphi_1 \qquad (12)$$

per riscontro poi si dovrà avere

$$z_1 = z + \Delta Z$$

inoltre aggiungendo rispettivamente alle quote altimetriche Z e Z_1 delle stazioni T e T_1 i valori di z e z_1 si dovranno avere due valori poco diversi per l'ordinata verticale di π riferita agli assi principali e la media di essi rappresenterà con molta approssimazione la quota altimetrica dello stesso punto π.

Qualora poi il punto π fosse disposto rispetto alle due stazioni T e T_1 come è indicato nella (fig. 172) un processo ana-

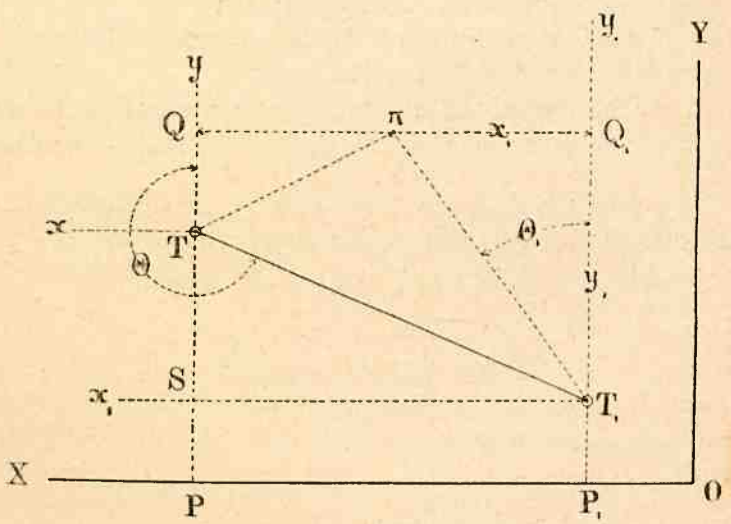


Fig. 172.

logo al suesposto ci darebbe le coordinate ortogonali del detto punto per rispetto agli assi generali di riferimento $O\,Y$, $O\,X$ come ora vedremo:

Dal punto π si conduca la $Q\,Q_1$ parallela all'asse della x. Poniamo al solito

$$OP = X,\ OP_1 = X_1 \quad \text{e quindi} \quad X - X_1 = \Delta X$$

$$PT = Y,\ T_1P_1 = Y_1 \quad \text{e quindi} \quad Y - Y_1 = \Delta Y$$

e con $x_1\,y_1$ le coordinate ortogonali parziali del punto π per rispetto agli assi ausiliari passanti sul punto di stazione T_1. Avremo:

$$y_1 = x_1 \cot \theta_1. \tag{13}$$

Dal triangolo rettangolo $\pi\,Q\,T$ si ha

$$Q\,T = \pi\,Q \cot Q\,T\,\pi$$

ma

$$Q\,T = y_1 - \Delta Y; \quad \pi\,Q = -(\Delta X - x_1)$$

e

$$Q\,T\,\pi = \theta$$

per cui

$$y_1 - \Delta Y = -(\Delta X - x_1) \cot \theta$$

da cui

$$y_1 = -(\Delta X - x_1) \cot \theta + \Delta Y \tag{14}$$

ed eguagliando i due valori di y_1 dati dalle formule (13) e (14):

$$x_1 \cot \theta_1 = -(\Delta X - x_1) \cot \theta + \Delta Y$$

dalla quale si ricava

$$x_1 = \frac{\Delta Y - \Delta X \cot \theta}{\cot \theta_1 - \cot \theta} \tag{15}$$

il valore di x_1 ricavato dalla (15) è sostituito nella (13) si darà il valore di y_1, ossia avremo in tal modo le due coordinate ortogonali del punto π riferite agli assi ausiliari condotti pel punto di stazione T_1 che aggiunte alle X_1, Y_1 del punto T_1 ci daranno le coordinate planimetriche X_1' ed Y_1' dello stesso punto π rispetto al sistema di assi generali $O\,Y$ ed $O\,X$ a cui viene riferito l'intiero rilevamento.

Per ottenere poi la quota altimetrica del punto π vale quanto si è in proposito più sopra esposto.

Moltiplicando poi il numeratore ed il denominatore del secondo membro della equazione (15) per $\operatorname{sen} \theta_1 \cos \theta$ avremo l'altra formula equivalente

$$x_1 = \Delta Y \frac{\operatorname{sen} \theta_1 \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \Delta \theta} - \Delta X \frac{\operatorname{sen} \theta_1 \cos \theta}{\operatorname{sen} \Delta \theta} \qquad (16)$$

la quale si presta meglio della prima per essere risolta facendo uso delle scale logaritmiche centesimali alle quali più sopra si è accennato.

CAPITOLO II.

METODI DIVERSI DI CALCOLAZIONE

332. Indicando al solito con S la lettura fatta alla stadia ossia la distanza assoluta D del punto osservato dal centro dello istrumento, con K la sua proiezione orizzontale e con H l'altezza verticale dello stesso punto sul piano di traccia passante per l'asse di rotazione del cannocchiale (§ 201), le formole che più di frequente occorre di calcolare nella moderna Topografia sono le seguenti:

$$K = S \overline{\text{sen}}^{\,2} \varphi = D \overline{\text{sen}}^{\,2} \varphi$$

$$H = K \cot \varphi \quad \text{oppure} \quad H = S \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi = D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$$

$$x = K \operatorname{sen} \theta$$

$$y = K \cos \theta$$

tutte della forma generica

$$X = a \times b \qquad (1)$$

nella quale a è una quantità numerica e b una funzione goniometrica.

Applicando i logaritmi la formola generica (1) si cangia nell'altra

$$\log X = \log a + \log b \qquad (2)$$

per risolvere la quale si sono escogitati diversi metodi di calcolazione di cui i principali sono i seguenti:

a) Scale grafiche;

b) Circoli e Regoli logaritmici;
c) Tavole grafiche;
d) Tavole numeriche.

Faremo particolarmente parola delle *scale logaritmiche centesimali del Porro* non accennando agli altri metodi di calcolazione che in linea affatto sommaria prevenendo sin d'ora lo studioso che per tutti i *punti di stazione* non che per gli altri, per esempio, i *caposaldi,* in cui occorre nei risultati relativi la massima precisione per la risoluzione di tutte le anzidette formole in ispecie per quelle relative alla determinazione delle coordinate ortogonali planimetriche, si dovrà sempre ricorrere alle *tavole numeriche* e meglio ancora alle *tavole logaritmiche trigonometriche centesimali** (§ 103), ed a quelle dei *logaritmi dei numeri naturali* (§ 43).

Gli altri metodi più sopra accennati sono stati escogitati allo scopo precipuo di eseguire le numerose calcolazioni nel minor tempo possibile pur ottenendo nei risultati un sufficiente grado di approssimazione. Siccome poi, come vedremo in seguito trattando della redazione dei piani grafici, non occorre nel più dei casi di determinare per tutti i punti di dettaglio di un dato rilievo le relative coordinate ortogonali, ma la determinazione di questa si limita in generale ai soli punti di stazione, così non vale la pena di far uso dei metodi anzidetti sacrificando a tutta l'esattezza che può ottenersi coll'uso del calcolo logaritmico.

I mezzi grafici o meccanici sono utilissimi per avere una verifica approssimativa dei risultati ottenuti mercè le tavole logaritmiche, e per calcolare le coordinate ortogonali planimetriche di qualche rilievo parziale che occorresse rappresentare in una scala maggiore di quella in cui viene redatto il rilevamento generale a cui quello appartiene e che per ciò non servirebbe opportunamente il *rapportatore grafico* atteso le sue limitate proporzioni. Sono pure di grande vantaggio per quei rilievi che vengano graficamente rappresentati in scale da 1 : 2000, 1 : 5000 e più, nei quali casi gli errori che si possono commettere nella determinazione delle distanze riescono in tali scale naturalmente insensibili. Così per la rappresentazione grafica delle *poligonali* che hanno servito di ossatura e di base

* *Tables de logaritmes des nombres, etc.* (*Édition Stéréotipe-Firmin Didot*, Paris). Le quali contengono pure i *Logaritmi dei seni e coseni, delle tangenti e cotangenti* per ogni centomillesimo di quadrante da $0^g.00000$ a $0^g.03000$ e per ogni diecimillesimo di grado da $0^g.0300$ sino a $0^g.5000$.

ai rilievi, rappresentazione che in generale si premette (eseguendola nella scala di 1 : 10000) alla determinazione di un dato piano, per stabilire la più conveniente disposizione dei diversi fogli sui quali dovrà disegnarsi il piano stesso, si può appunto ed opportunamente usare nel calcolo delle coordinate planimetriche dei vertici delle poligonali stesse, di mezzi grafici ed in ispecie delle scale del Porro di cui ora faremo parola.

333. *Scale logaritmiche centesimali del Porro.* Per facilitare gran parte delle operazioni di calcolo numerico di cui sopra si è fatto parola, operazioni che altrimenti riescirebbero, quantunque semplici, abbastanza lunghe e fastidiose il prof. Porro immaginava apposite *scale logaritmiche centesimali* da adoperarsi mercè l'impiego di un compasso.

Sono stampate nella *filotecnica* di Milano con procedimenti calcografici ed incollate sul cartone nell'atto stesso della stampa a fine di ovviare agl'inconvenienti dipendenti dal ritiramento della carta.

Sul quadro si hanno sei *scale* distinte, quattro a sinistra (1.ª 2.ª 3.ª e 4.ª) e due alla destra (5.ª e 6.ª), ma tanto la prima che la sesta non servendo al caso nostro non prenderemo in esame che le scale portanti i n.ⁱ 2.ª 3.ª 4.ª e 5.ª accennando solo sommariamente alla 1.ª come un primo esercizio per intendere meglio in prosieguo l'uso delle altre.

1.ª Scala delle parti eguali. È divisa nella *parte inferiore* in 200 parti eguali da sinistra a destra, e di cento in cento parti colle cifre gotiche **1, 2, 3,** le quali sono comuni alla *scala seconda.*

Con questa scala si possono eseguire al compasso le *somme e le sottrazioni aritmetiche.*

Esempio. Abbiasi da sommare il 25 col 59. Si prende col compasso l'intervallo da 0 a 25 e si porta *in avanti* a partire dal 59 con che l'altra punta del compasso (a destra) andrà a cadere o coincidere sul 84 che è appunto la *somma* cercata.

Se invece si volesse sottrarre il 25 dal 59 si prenderebbe col compasso l'intervallo compreso tra il 25 ed il 59 e portato al principio della scala (a partire dallo 0) l'altra punta del compasso coinciderà col 34, *differenza* domandata.

Questa *1.ª scala* poi combinata colla 2.ª serve, come in seguito esporremo:

a) Per effettuare la estrazione delle radici di qualunque potenza;

b) Per elevare un numero ad una potenza qualunque intiera o frazionaria.

2.ª *Scala dei numeri.* Prenderemo per ora in considerazione la detta scala per ciò che si riferisce alla sua *numerazione inferiore* giacchè per ciò che riguarda la parte o *numerazione superiore* appartiene come la 3.ª 4.ª e 5.ª alle *scale trigonometriche o delle funzioni circolari* come a suo luogo si dirà.

La *scala* 2.ª considerata, come si premise, nella sua numerazione inferiore è divisa in parti decrescenti secondo la legge logaritmica e si estende da 10 a 1000.

I numeri gotici **1**, **2**, **3** sono le *caratteristiche* corrispondenti ai numeri 10; 100; 1000 che vi stanno superiormente.

Si può considerare divisa in due parti eguali ma distinte. La prima da 10 a 100, la seconda da 100 a 1000.

Consideriamo la prima porzione la quale viene divisa in tre gruppi distinti.

1.° gruppo — da 10 a 20
2.° » — » 20 » 40
3.° » — » 40 » 100.

Le scale logaritmiche essendo formate con divisioni assai rapidamente decrescenti non si è potuto mantenere dal principio alla fine (di ciascuna di esse) la stessa suddivisione, e quindi si hanno:

da 10 a 20, direttamente i decimi di unità, e quindi possiamo leggere direttamente:

10.1, 10.2, 10.3 . . .

da 10 a 40, si hanno direttamente due decimi di unità e quindi:

20.2, 20.4, 20.6 . . .

da 40 a 100, si hanno solamente cinque decimi di unità, e quindi somministra direttamente:

40.5, 41, 41.5 . . .

E così dicasi della seconda porzione di detta scala da 100 a 1000 colla sola differenza che ciascuna cifra è aumentata di 10.

Conseguentemente a partire dall'origine della scala 2.ª (numerazione inferiore) ossia dal 10, abbiamo sei gruppi distinti come è indicato nella seguente tabella:

TABELLA N. 13.

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
		unità	
I	da 10 a 20	0,1	10,1—10,2—10,3;...10.9—11,0—11,1... 11,2.....19,9—20,0
II	20—40	0,2	20,2—20,4—20,6.....20,8—30,0 30,2—30,4—30,6.....30,8—40,0
III	40—100	0,5	40,5—41,0—41,5—42,0—42,5..... .....80,5—90,0—90,5—100
IV	100—200	1,0	100—101—102.....199—200
V	200—400	2,0	202—204—206—208.....300—302... .....394—396—398—400
VI	400—1000	5,0	405—410—415.....500—505 .....990—995—1000

Come si vede le divisioni in ogni singolo gruppo segnate sono tali che le loro distanze dalla detta origine rappresentano rispettivamente:

pel I gruppo, i logaritmi dei numeri che differiscono fra di loro di un decimo di unità;

pel II gruppo, i logaritmi dei numeri che differiscono fra di loro di due decimi di unità;

pel III gruppo, i logaritmi dei numeri che differiscono fra di loro di cinque decimi di unità;

pel IV gruppo, i logaritmi dei numeri che differiscono fra di loro di *un' unità*;

pel V gruppo i logaritmi dei numeri che differiscono fra di loro di *due unità*;

pel VI gruppo, i logaritmi dei numeri che differiscono fra di loro di *cinque unità*.

Ed appunto come si disse le cifre gotiche 1, 2, 3, in corrispondenza dei numeri 10, 100 e 1000 indicano le *caratteristiche* dei logaritmi dei numeri che avviene di dover considerare.

Questa 2.ª *scala* sempre nella sua numerazione inferiore serve:

a) A trovare *il prodotto di due numeri* operando su di essa analogamente alla 1.ª scala (delle parti eguali) per eseguire una *somma*.

Avvertenza. Abbiamo già detto che la formola generale che noi dobbiamo risolvere si riduce sempre alla seguente

$$X = a \times b$$

che coll'applicazione del calcolo logaritmico trasformiamo nell'altra

$$\log X = \log a + \log b. \quad (2)$$

Ora alle quantità numeriche *log a* e *log b*, sostituiamo colle scale grafiche delle quantità lineari ed addizionando e sottraendo queste quantità lineari noi otteniamo lo stesso risultato delle addizioni e sottrazioni dei logaritmi.

Ora nell'addizionare due date quantità lineari succede bene spesso di oltrepassare o a destra o a sinistra il mezzo della scala dove sta la caratteristica **2**.

Nel primo caso si *aggiunge*, nel secondo si *sottrae* un' unità alla *caratteristica*. A tale scopo vi è segnato al sommo delle scale due freccie una portante il segno + e l'altra il segno — e la direzione appunto delle freccie anzidette indica quando si deve aggiungere e quando togliere la detta unità alla caratteristica, cosa della massima importanza giacchè è appunto come si sa la caratteristica che ci indica di quante *cifre intere* si compone il numero che noi cerchiamo. Il sopradetto devesi intendere esteso anche alle scale 3.ª e 4.ª che appresso prenderemo in esame.

E qui è il luogo di rammentare (n.° 40):

Che la *caratteristica del logaritmo di un dato numero è sempre eguale al numero delle sue cifre intere diminuito di un' unità.*

E siccome quasi sempre uno dei due termini del secondo membro della equazione (2) è il logaritmo di una frazione decimale (come vedremo più avanti) così è pure il caso di rammentare § 43 che le *caratteristiche dei logaritmi delle frazioni decimali contengono 10 unità più del dovere, le quali dovranno rigettarsi quando combinate con altre caratteristiche di numeri interi se ne ottenga una maggiore di 10.*

Ciò premesso vediamo come colla detta scala si possa effettuare la moltiplicazione di due numeri interi o frazionari.

Si cerchi il prodotto di 25 per 59.

Aggiungendo il 25 al 59 sulla *scala 2.ª* nella stessa guisa che abbiamo praticato sulla 1.ª, la punta del compasso (oltrepassando il mezzo della scala dove sta la caratteristica 2) va a cadere nel punto di mezzo tra le divisioni 147 e 148, ossia 1475.

La caratteristica essendo 3 il nostro numero avrà quattro cifre negli intieri, per conseguenza 1475 sarà il prodotto cercato come ognuno se ne potrà persuadere eseguendo l'operazione numerica.

Si domandi il prodotto di

$$0.27 \times 0.35.$$

Prenderemo a partire dall'origine l'intervallo 27 e lo porteremo avanti a partire dal 35, la punta di destra del compasso ricadrà precisamente nella divisione 945.

Ora tenendo conto delle caratteristiche relative ai due numeri dati il prodotto richiesto sarà:

$$0.0945$$

come facilmente si può verificare coll'operazione numerica.

La detta 2.ª *scala* serve pure:

b) A trovare il *quoziente di una proposta divisione* operando su di essa analogamente a quanto si eseguì sulla 1.ª per fare una *sottrazione.*

Qui occorre un'altra importante avvertenza e cioè: che per effettuare colla detta scala una data divisione occorre sempre *prendere dal divisore al dividendo.*

Debbasi dividere 91 per 7.

Si prenda col compasso l'intervallo *dal* 7 (ossia 70) *divisore al* 91 *dividendo* e portatolo al principio della scala a partire dal 10 la punta di destra del compasso coinciderà colla divisione 13, quoziente cercato.

Si avrebbe potuto portare il detto intervallo (preso dal 70 al 91) *in avanti* a partire dal mezzo della scala dove sta la caratteristica 2 e la punta di destra del compasso sarebbe caduta sulla divisione 130. Ma siccome sappiamo già che in questo secondo gruppo (da 100 a 1000) della scala in esame ciascuna divisione ha un valore dieci volte maggiore dell'omologa del 1.° gruppo (da 10 a 100) così il risultato è identico purchè lo si divida per dieci.

Se invece si dovesse dividere il 7 per 91, si prenderebbe col compasso l'intervallo *dal* 91 (divisore) *al* 70 (dividendo) e portatolo *indietro* o in *deduzione*, a partire dal mezzo della scala (dove avvi la caratteristica **2**, non lo si potendo dal principio della scala a sinistra), la punta di sinistra del compasso andrà a cadere tra le divisioni 76 e 77 ma più prossimamente alla divisione 77 cioè 76.9. Ma com'è evidente il 7 diviso per 91 deve dare un risultato minore di un decimo di unità, per cui il quoziente cercato sarà 0.0769.

Dunque: *a*) operando sulla 2.ª scala (numerazione inferiore) analogamente alla prima per seguire *l'addizione* e la *sottrazione*, si effettua invece la *moltiplicazione* e la *divisione*.

b) per effettuare la divisione fra due numeri occorre sempre *prendere dal divisore al dividendo*;

c) in tutte le operazioni anzidette bisogna fare la massima attenzione al *modo* o *senso* con cui si prende il primo intervallo col compasso per portarlo nello stesso *senso* e di nuovo sulla scala per leggere il risultato della operazione.

d) avere bene a memoria il valore relativo delle suddivisioni di ciascuno dei 6 gruppi in cui trovasi divisa la scala 2.ª nella quale del resto ogni numero in generale vale indifferentemente il *decuplo*, il *centuplo*, ecc., oppure il *decimo*, *centesimo*, ecc., la caretteristica sola varierà a seconda dei casi, ed essa ci darà la conoscenza del valore del risultato.

Ciò premesso ci riuscirà cosa facile eseguire la così detta *regola del tre*, cioè di trovare il 4.° termine di una *proporzione geometrica* di cui son dati gli altri tre.

Si abbia:

$$25 : 15 :: 9 : x = \frac{15}{25} \times 9 .$$

Si cerchi il quoziente di $\frac{15}{25}$, prendasi cioè, sulla *scala* 2.ª (numerazione inferiore) l'intervallo compreso tra il 25 ed il 15 e lo si porti a partire dal mezzo della scala stessa dov'è la caratteristica **2** *in dietro* ossia nello stesso senso (o come suol dirsi in *deduzione*) e la punta di sinistra del compasso andrà a cadere sulla divisione 60 e per conseguenza

$$\frac{15}{25} = 0.60 .$$

Non resta ora che a cercarsi il valore del prodotto

$$0.60 \times 9$$

il che si ottiene prendendo l'intervallo tra l'origine della scala ed il 60 e portandolo *in avanti* (ossia in *aggiunta*) a partire dalla divisione 90, la punta di destra del compasso andrà a coincidere col numero 154, per cui 5.40 non solo sarà il prodotto cercato, ma ancora il *quarto termine* della proporzione geometrica anzidetta.

Ma in modo più breve si può determinare il valore di x operando così: sulla scala anzidetta si prenda col compasso l'intervallo fra al 25 ed il 15 e poi lo si porti *in deduzione* a partire dalla divisione 90 la punta di sinistra del compasso andrà a cadere sulla divisione 54 e quindi

$$x = 5.4$$

quarto termine cercato.

Vedremo più innanzi come ben sovente un *piano quotato* si traduce in altro a *curve orizzontali equidistanti*. Queste curve passano soventi fra due punti di cui son note le quote, si tratta quindi di determinare la posizione delle medesime fra i due punti quotati anzidetti il che si ottiene calcolando il quarto termine di una proporzione geometrica di cui son noti gli altri tre fra i quali la distanza orizzontale desunta graficamente.

Egualmente per calcolare le *quote rosse* nei *profili longitudinali*, ed i *punti di passaggio* pel computo dei *movimenti di terra*, si tratta di risolvere sempre lo stesso problema, per il che si può ricorrere molto vantaggiosamente all'uso della scala logaritmica in esame.

Si è detto parlando della *1.ª scala* che questa combinata colla 2.ª dà il mezzo di:

a) effettuare *la estrazione delle radici di qualunque potenza*;

b) di *elevare un numero qualsivoglia ad una potenza qualunque intiera o frazionaria.*

Prima di indicare come si procede per eseguire le due suindicate operazioni avvertiamo che mercè le dette due scale si può avere a *tre cifre, oltre la caratteristica, numericamente i logaritmi dei numeri* (od anche quelli delle funzioni circolari) basta cioè prendere il logaritmo (lineare) del numero nella 2.ª scala e portarlo sulla 1.ª.

Così: cerchisi

log: 2.

Si prenda nella *scala 2.ª* ed a partire dalla sua origine l'intervallo sino al 20 e lo si porti sulla *scala 1.ª* a partire dallo *o* e la punta libera del compasso andrà a cadere un poco oltre della divisione 30 ossia 30.1, quindi il cercato logaritmo sarà

$$0.301.$$

Cosi: vogliasi

$$\log 5.$$

Prendasi invece il logaritmo di 50, ossia l'intervallo compreso tra l'origine della 2.ª *scala* ed il 50 e poscia lo si porti sulla prima a partire dal zero e la punta del compasso ricadrà poco prima del 70, ossia 69.8 (la frazione 8 si rilevi dalla prima delle divisioni della *scala delle parti eguali* la quale è suddivisa in 10 parti) per cui

$$\log 5 = 0.698.$$

Ciò premesso cerchisi la radice quadrata di 5.

Avremo:

$$\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = 5^{0.50}$$

ed applicando i logaritmi:

$$\log 5^{0.50} = 0.50 \times \log 5.$$

Cerchiamo prima il logaritmo numerico di 5 che è

$$0.698$$

avremo quindi

$$\log. 5^{0.50} = 0.50 \times 0.698$$

si eseguisca una tale moltiplicazione sulla *scala 2.ª* giusta le regole date, e si troverà:

$$0.50 \times 0.698 = 0.349$$

Si prenda l'intervallo 0.349 (ossia 34.9) sulla *scala 1.ª* a partire dallo *o* e poscia si porti il detto intervallo sulla *scala 2.ª* a partire dal 10, e la punta di destra del compasso ricadrà sulla divisione: 22.3 prossimamente per cui

$$\sqrt{5} = 0.223$$

radice cercata.

La elevazione a potenza di un numero non è, come di leggieri si scorge che un caso particolare della estrazione di radice, per cui superfluo l'intrattenervisi.

Le *operazioni aritmetiche* sin'ora eseguite col mezzo della *scala 1.ª* e della *scala 2.ª* (numerazione inferiore) non occorrono per la determinazione delle formole di cui al n.° 332 ma si è voluto indicarle e minutamente sulle medesime fermare l'attenzione di coloro che sono nuovi alle *scale e regoli logaritmici*, come un primo utile e direi quasi indispensabile esercizio per imparare poi a far uso di quelle altre scale necessario complemento, ed importantissimo accessorio, della moderna topografia.

Quando uno si sarà per qualche poco esercitato sulle prime due scale e saprà francamente operare sulle medesime in guisa da risolvere le formole

$$a + b = c$$

$$a - b = d$$

$$a \times b = A$$

$$a : b :: c : x$$

$$a^3 = x$$

$$\sqrt{a} = y$$

non solo sarà in possesso di un nuovo metodo per ricavare prontamente i più variati risultati, ma sarà alla portata di facilmente apprendere e valersi con maggiore utilità delle altre scale, le quali sono appunto state ideate dal Porro per risparmiare i molti calcoli numerici che occorrono col metodo celerimetrico.

334. *Scala 3.ª, delle X e delle Y, o scala dei seni e dei coseni.*

Questa scala considerata nella numerazione superiore chiamasi:

Scala dei seni, e nella sua numerazione inferiore *Scala dei coseni.*

Le lunghezze o quantità lineari rappresentanti le funzioni goniometriche *seno, coseno*, le sole (colla tangente) veramente essenziali per la risoluzione delle formule di cui al n.° 332, si prendono sulle scale sempre a partire dalla *caratteristica* (rappresentata come si è detto da un numero gotico) e tali lunghezze rappresentano i *logaritmi* delle rispettive funzioni goniometriche.

Per cui la scala 3.ª in esame somministra i logaritmi dei *seni* e *coseni*, secondo la divisione nuova o centesimale, e portano

le caratteristiche 0 e 9, dalle quali come si disse (e giova ripeterlo) si deve sempre partire.

Si consideri la numerazione doppia superiore relativa ai *logaritmi dei seni*, la quale comincia da 1^g (a sinistra) e va sino a 100^g (dov'è la caratteristica 0), e poscia torna indietro per la serie successiva dei numeri sino 199^g, e questo perchè essendo eguali fra di loro i seni degli angoli supplementari (n.° 88) ne risulta che la distanza per esempio, dalla divisione 50 dall'origine della scala (a sinistra) non solo rappresenta il logaritmo del seno dell'angolo di 50^g ma bensì anche il logaritmo del seno dell'angolo di 150^g.

Quindi le due serie di cifre sono rispettivamente supplementari.

Questa scala somministra adunque i *logaritmi dei seni* di tutti gli angoli compresi tra 1^g e 199^g sempre positivi (+) come lo indica la fig. 15 n.° 94.

Se si avessero angoli superiori per esempio 240^g e 370°, si difalcherebbero 200^g per rientrare evidentemente nella numerazione della scala, e si prenderebbero cioè gli angoli 40^g e 170^g; soltanto dovrebbero essere affetti dal segno (—) essendo il segno (come si vede dalla stessa fig. 13) che compete a quelle funzioni per angoli cadenti nel 3.° (240^g) e 4.° (370^g) quadrante.

Anche queste scale (come quella *dei numeri*, parag. 322) essendo formate con divisioni rapidamente decrescenti non si è potuto mantenere dal principio alla fine la stessa suddivisione come andremo partitamente esaminando.

Così nella scala 3.ª dei *seni* abbiamo 8 gruppi distinti, che ci dànno categoricamente le seguenti approssimazioni:

Da	1^g	a	2^g	si hanno i	centesimi	di	grado	ossia	$1'$
»	2^g	»	4^g	»	due	»	»	»	»	$2'$
»	4^g	»	10^g	»	cinque	»	»	»	»	$5'$
»	10^g	»	20^g	»	dieci	»	»	»	»	$10'$
»	20^g	»	40^g	»	venti	»	»	»	»	$20'$
»	40^g	»	60^g	»	cinquanta	»	»	»	»	$50'$

ossia mezzo grado.

» 60^g » 90^g non si hanno che i gradi intieri uno per uno.

» 90^g » 100^g non si ha che il solo $99'$.

Il che viene meglio e più particolarmente indicato nelle seguenti tabelle, nella quale si sono pure riportate le letture che direttamente si possono eseguire in ogni singolo gruppo in cui viene divisa l'anzidetta scala 3.ª *dei seni*.

TABELLE N. 14 e 15

RELATIVE ALLA SCALA TERZA.

(X {log sen . . .)

TABELLA N. 14.

ANGOLI SUPPLEMENTARI.

X {log sen . . .}

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	100 -110g	101g.00	100g.00; 101g.00; 110g.00
II	110g-140g	1g.00	111g.00 – 112g.00 – 113g.00 . . . . . 136.00 – 137.00 – 138g.00 – 139g.00
III	140g-160g	0g.50′	140g.50′ 141g.00 – 141g.50′ – 142g.00 . . . . . 157g.00 – 157g.50′ – 158g.00 – 158g.50 . . . . . 159g.50′ . .
IV	160g-180g	0g.20′	160g.20′ – 160g.40′ – 160g.60′ – 160g.80′ . . . . . 179.40 – 179.60 – 179.80
V	180g-190g	0g.10′	180g.10′ – 180g.20′ – 180g.30′ . . . . . 189.60′ – 189 80′ . . 189.90
VI	190g-196g	0g.05′	190g.05′ – 190g.10′ – 190g.15′ . . . . . 195.80′ – 195.85′ – 195g.90′ – 195g.95
VII	196g-198g	0g.02′	196g.02′ – 196g.04 – 196g.06 . . . . . 197.94′ – 197.96′ – 197.98
VIII	198 -199g	0g.01′	198g.01′ – 198g.02′ – 198g.03′ – 198.04′ . . . . . 198g.97 – 198g.98′ – 198g.99

TABELLA N. 15.

X {log seno . . .}

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	da 1g a 2g	0.01′	1g.01′ – 1g.02′ – 1g.03′ . . . . . 1g.50′ – 1g.51 . . . . . 1g.80′ – 1.81′ – 1g.82′ . . . . . 1g.98′ – 1g.99′
II	2g – 4g	0.02′	2g.02 – 2g.04′ – 2g.06′ . . . . 2g.60′ – 2g.62′ – 2g.64′ . . . . . 3g.70′ – 3g.72′ . . . . . 3g.96′ – 3g.98′
III	4g – 10g	0.05′	4g.05′ – 4g.10′ – 4g.15 . . . . . 5g.20′ – 5g.25 . . . . . 8g.10 – 8g.15 . . . . . 9g.85′ – 9g.90′ – 9g.95′
IV	10g – 20g	0 10′	10g 10′ – 10g.20 – 10g.30′ . . . . 15g.10′ – 15g.20′′ . . . . 17g.10′ – 17.g20′ . . . . . 19g.70′ – 19g.80′ – 19g.90′
V	20g - 40g	0.20′	20g.20′ – 20g.40′ – 20.g60′ . . . . . 30g.20′ – 30g.40′ . . . . . 39.20′ – 39g 40 - 39g.60′ – 39g.80′
VI	40g – 60g	0.50′	40g.50′ – 41g.00 – 41g.50′ . . . . . 58g.00′ – 58g.50′ – 59g.00′ – 59g.50′
VII	60g – 90g	1g.00	60g.00 – 61g.00 – 62g.00 . . . . . 80g.00′ – 81g.00 . . . . . 86.g00 – 87g.00 88g.00 - 89g.00 – 90g.00
VIII	90g – 100g	99g.00	90g.00 - 99g.00 – 100g.00

335. Prendiamo ora in esame la stessa *scala 3.ª* ma nella sua *numerazione doppia inferiore* che somministra (come vi sta scritto a lato) i *logaritmi dei coseni* secondo la divisione centesimale e portante le stesse caratteristiche della scala superiore dei seni, cioè 9 e 0.

Si sa che il *coseno* di un angolo acuto è eguale al *seno* del suo complemento, conseguentemente perchè la stessa scala 3.ª in esame serva pure per i *coseni* basterà fare una numerazione inferiore in guisa che le cifre di questa sieno complementari delle cifre corrispondenti poste nella numerazione doppia superiore e precisamente in quella che va da 1^g a 100^g. Ed è quanto appunto si vede praticato nella scala in esame dove la numerazione cominciando da 0^g sotto la caratteristica 0 (a destra) va progredendo verso sinistra sino a 99^g.

Ed essendo eguali fra di loro i *coseni degli angoli acuti*, e *di quelli che si complementano a quattro retti* per ciò dal 99^g si salta immediatamente a 301^g per proseguire poi in un senso opposto (ossia da sinistra a destra) sino a 390^g ed a 400^g che è evidentemente lo stesso zero.

Per conseguenza la distanza delle divisioni marcate inferiormente (*Y* log *cos*) per esempio 40 dall'origine, rappresenta non solo il logaritmo del coseno dell'angolo di 40^g ma bensì ancbe quello del coseno dell'angolo $400^g - 40^g = 360^g$.

Per gli angoli compresi entro quei limiti cioè $0^g - 99^g$ e $301^g - 400^g$, i rispettivi coseni sono sempre positivi come si scorge dalla citata fig. 13.

Se si avesse un angolo maggiore di 101^g per esempio 139^g basterebbe difalcare 100^g con che si avrebbe 39^g rientrando in tal modo nel primo quadrante ossia nella *numerazione della scala*.

Se al contrario fosse dato un angolo minore di 299^g (e che manca nella numerazione della scala) per esempio 265^g, basterebbe aggiungere 100^g per rientrare nella detta numerazione.

Ma sì nel primo che nel secondo caso le relative funzioni trigonometriche saranno affette dal segno (—), essendo appunto come si scorge dalla fig. 13 il segno che compete ai *coseni* per angoli cadenti nel 2.° e 3.° quadrante.

Le suddivisioni di questa scala (*Y* log cos) sono analoghe a quelle della scala superiore (*X* log sen) come viene dimostrato dalle seguenti tabelle.

TABELLE N. 16 e 17

RELATIVE ALLA SCALA TERZA.

Y {log cos.

TABELLA N. 16.

ANGOLI CHE SI COMPLEMENTANO A QUATTRO RETTI.

Y | log cos ...

Indicazione del gruppo	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	0^g—10^g	$1^g.00'$	1^g; 2^g; 3^g; . . . . . 9^g
II	10^g—40^g	$1^g.00'$	10^g; 11^g; 12^g; . . . . . 138^g; 139^g
III	40^g—60^g	$0^g.50'$	$40^g.50$; 41^g; 41.50; 42 . . . . . 58; 58.50; 59; $59^g.50$
IV	60^g—80^g	$0^g.20'$	$60^g.00$; 60.20; 60.40; 60.60 . . . . . 79.60; 79.80
V	80—90^g	$0.^g10'$	$80^g.00$; 80.10; 80.20 . . . . . 89.80; 89.90
VI	90^g—96^g	$0^g.05'$	$90^g.05$; 90.10; 90.15 . . . . . 95.85; 95.90; 95.95
VII	96^g—98^g	$0^g.02'$	$96^g.00$; 96.02; 96.04 . . . . . 97.94; 97.96; 97.98
VIII	98^g—99^g	$0^g.01'$	$98^g.00$; 98.01; 98.02 . . . . . 98.97; $98,98$; 98.99

NB. Gli angoli del 1.° gruppo della Tabella 16 si complementano a quattro retti con quelli del gruppo 8.° della Tabella 17
» » 2.° » » » » » » » 7.° »
» » 3.° » » » » » » » 6.° »
e così di seguito, come del resto è facile verificare.

TABELLA N. 17.

ANGOLI CHE SI COMPLEMENTANO A QUATTRO RETTI.

Y | log cos ...

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	301^g—302^g	$0^g.01'$	$301^g.00$; 301.01; 301.02 . . . . . 301.97; 301.98; 301.99
II	302^g—304^g	$0^g.02'$	$302^g.00$; 302.02; 302.04 . . . . . 303.96; 303.98
III	304^g—310^g	$0^g.05'$	$304^g.00$; 304.05; 304.10 . . . . . 309.90; 309.95
IV	310^g—320^g	$0^g.10'$	$310^g.00$; 310.10; 310.20. . . . . 319.80; 319.90
V	320^g—340^g	$0^g.20'$	$320^g.00$; 320.20; 320.40 . . . . . 339.60; 339.80
VI	340^g—360^g	$0^g.50'$	$340^g.000$; 340.50; 341.00. . . . . 359.00; 359.50
VII	360^g—390^g	$1^g.00'$	$360^g.00$; 361; 362 . . . . . 387; 388; 389
VIII	390^g—400^g	$399^g.00'$	390^g; 399; 400

336. Prima di passare oltre è qui il caso di tener parola di un'altra scala necessario complemento di quella 3.ª or ora presa in esame.

Abbiamo veduto che la *numerazione* della scala (*3.ª*) *X log. sen*, comincia da 1^g a sinistra e va sino a 100^g e poscia torna indietro per la serie successiva dei numeri sino a 199^g. Ora a completare questa scala, serve la numerazione doppia *superiore* della *scala 2.ª* (dei numeri), e di cui sin'ora non si era di proposito fatto parola, la quale si estende (da sinistra a destra) da $0^g.01$ ed 1^g, e (da destra a sinistra) da 199^g e $199^g,99'$ che sono appunto gli angoli mancanti nella *scala 3.ª* pei seni.

La ragione di questa scala si trova in quanto ora andremo esponendo.

Si sa che i rapporti fra i seni degli angoli $<$ di 1^g e le loro rispettive ampiezze espresse in minuti primi, si possono ritenere siccome costanti, per cui se indichiamo con

θ un angolo dato in minuti primi e minore di 1^o e con

r il rapporto fra il suo *seno* ed il numero dei minuti primi che esso angolo contiene, si ha:

$$\frac{\text{sen } \theta}{\theta} = r$$

da cui

$$\text{sen } \theta = \theta \times r$$

e quindi

$$\log \text{sen } \theta = \log \theta + \log r$$

cioè: che per avere il logaritmo del seno di un ang. θ minore di 1^g, basta prendere sulla *scala 2.ª* dai *log. dei numeri*.

a) il logaritmo del numero che esprime in minuti l'angolo di cui vuolsi il logaritmo del seno (numerazione superiore, che si estende appunto da $0^g.01'$ ad 1^g). da sinistra a destra, e da 199^g a $199^g,99'$ da destra a sinistra.

b) ed aumentarlo del logaritmo del numero r (numerazione inferiore); una tale somma si fa contemporaneamente sulla detta scala, trovandosi a tale scopo spostate le caratteristiche **7** ed **8** della numerazione superiore da quelle inferiori **2** e **3** di una quantità eguale al logaritmo di r.

Le suddivisioni poi della *scala 2.ª numerazione superiore* di cui si parla e che abbiamo detto essere necessario complemento della *scala 3.ª* (di quella cioè del *log sen*) seguono una progressione analoga della numerazione inferiore (dei *numeri*) e che abbiamo compendiate nelle seguenti tabelle (n.° 18 e 19).

TABELLE N. 18 e 19

RELATIVE ALLA SCALA SECONDA

(numerazione superiore).

TABELLA N. 18.

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURA DELLE SUDDIVISIONI
I	0.01′—0.02′	0 0001′′	1′.01′′; 1′.02′′; 1′.03′′; 1′.04′′; 1′.05′′ . . . . . 1′.98′′; 1′.96′′
II	0.02′—0.04′	0.0002′′	2′.02′′; 2′.04′′; 2′.06′′ . . . . . 3′.04′′; 3′.06′′. . . . . 3′.98′′
III	0.04′ - 0.10′	0.0005′′	4′.05′′; 4′.10′′; 4′.15′′. . . . . 6′.10′′; 6′.15′′ . . . . . 9′.95′′
IV	0.10′—0.20′	0.0010′′	10′.10′′; 10′.20′′; 10′.30′′. . . . . 19′.70′′; 19′.80′′; 19′.90′′
V	0.20′—0.40′	0.0020′′	20′.20′′.; 20′.40′′; 20′.60′′ . . . . . 39′.40′′; 39′.60′′; 39′.80′′
VI	0.40′— 1°.00	0.0050′′	40′.50′′; 41′; 41′.50′′ . . . . . 97′.50′′; 98′; 98′.50′′; 99′; 99′.50′′

TABELLA N. 19.

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	199ᵍ.co-199ᵍ.60′	0 0050′′	(199ᵍ) . . . . . 00′.50′′; 1′.00; 1′.50′′; 2′; 2′.50′′ . . . . . 58′.50′′; 59′; 59′.50′′
II	199ᵍ.60′-199ᵍ.80′	0.0020′′	(199ᵍ60′) . . . . . 60′.20′′; 60′.40′′; 60′.60′′ . . . . . 79′.20′′; 79′.40; 79′.60′′; 79′.80′′
III	199ᵍ.80′-199ᵍ.90′	0.0010′′	(199ᵍ 80′) 80′ 10′′; 80′.20′′; 80′.30′ . . . . . 80′.70′′: 80′.80′ 89′.90′′
IV	199ᵍ.90′-199ᵍ.96′	0.0005′′	(199ᵍ.90) . . . . . 90′.05′′; 90′.10′′; 90′.15′′ . . . . . 95′.85: 95′.90′′; 95′.95′′
V	199ᵍ.96′-199ᵍ.98′	0.0002′′	(199ᵍ.96′) 96′.02′′; 96.′04′′: 96′; 06′′ . . . . . 97′.94′′; 97′.96′′; 97′.98′′
VI	199ᵍ.98′-199ᵍ.99′	0.0001′′	(199ᵍ.98′) 98′.01′′: 98′.02′′; 98′.03′′ . . . . . 98′.98′′: 98′.99′′

Riepilogando per ciò che riguarda *i log. dei seni e dei coseni* mercè la *scala 3.ª*, e la *numerazione superiore doppia* della *scala 2.ª*, noi possiamo determinare il *logaritmo del seno e del coseno* di un angolo qualsivoglia.

Infatti vediamo prima circa al *logaritmo dei seni.*

Nella *scala 3.ª* numerazione superiore abbiamo il *log. dei seni* degli angoli compresi tra 1^g e 100^g e da 100^g a 199^g.

Per gli angoli poi compresi tra $0^{cc}.01$ e 1^g e da 199^g a $199^g.99'$ mancanti in quella abbiamo la *scala 2.ª* numerazione doppia superiore.

Per angoli poi compresi nel 3.° e 4.° quadrante abbiamo indicato che basta difalcare 200^g dall'angolo dato per rientrare nella numerazione della scala, coll'avvertenza di assegnare alla relativa funzione trigonometrica il segno che le compete.

Così dicasi dei *logaritmi* dei *coseni*, che possiamo egualmente assumerli per qualunque angolo. Infatti, dalla *scala 3.ª* numerazione inferiore abbiamo direttamente il *log. coseno* degli angoli da 0^g a 99^g e da 301^g a 400^g.

Per angoli cadenti nel 2.° e 3.° quadrante abbiamo pure indicato che basta difalcare 100^g o 200^g per farli rientrare nella numerazione della scala anzidetta, assegnando alla relativa linea trigonometrica il segno corrispondente.

Resta solo a suggerire l'artificio per trovare il *log* dei *coseni* degli angoli mancanti cioè da 99^g a 100^g e da 300^g a 301^g.

Per i logaritmi dei coseni degli angoli compresi tra 99^g e 100^g se rammentiamo che il *coseno di un angolo qualunque è eguale al seno del suo supplemento,* la ricerca dei *logaritmi dei coseni* di angoli compresi fra gli accennati limiti si riduce a quella dei *logaritmi dei seni* che variano fra $0^g.01$ ed 1^g e quindi a far uso anche in tal caso della numerazione superiore della *scala 2.ª* che si estende appunto fra i limiti $0^g.01$ e 1^g.

Così avendosi *log. cos.* $99^g,642$, siccome il suo supplemento è $0^g.358$, così cercheremo nella *scala 2.ª* il log sen che gli equivale $0^g.358$ e che trovasi appunto nella *scala 2.ª* precitata.

Analogamente per i logaritmi dei coseni degli angoli compresi fra 300^g e 301^g. Infatti, il coseno di un angolo maggiore di tre quadranti è eguale in lunghezza al seno della differenza fra l'angolo dato e 300^g, per cui anche in tal caso si ritorna alla ricerca del *log. del seno* di un angolo compreso fra $0^{cc}.01$ e 1^g come prima.

Avendosi il log cos $300^g,305$ sottraendo 300^g resta $0^g.305$ angolo che ricade nella numerazione superiore della citata *scala 2.ª*

***337**. Scala 4.ª o delle Z, o scala dei logaritmi delle tangenti e delle cotangenti.*

La scala in esame port'anch'essa due numerazioni. L'una superiore che comincia (a sinistra) da 1ᵍ e finisce (a destra) a 50ᵍ, rappresenta quindi i *logaritmi delle tangenti* degli angoli compresi fra quei limiti. L'inferiore che comincia a destra da 50ᵍ e finisce a sinistra a 99ᵍ ci somministra i *logaritmi delle cotangenti* degli angoli compresi fra quei limiti essendo appunto la *cotangente di un angolo eguale alla tangente del suo complemento*, n.° 82.

Essendo poi (n.° 84) com'è noto:

$$\text{tang.}\,\varphi\ \text{cot.}\,\varphi = 1$$

ossia

$$\log.\ \text{tan.}\,\varphi + \log.\ \text{cot.}\,\varphi = 0$$

da questa si ricava:

$$\log.\ \text{tang.}\,\varphi = -\log.\ \text{cot.}\,\varphi$$

e

$$\log.\ \text{cot.}\,\varphi = -\log.\ \text{tang.}\,\varphi$$

vale a dire che le scale delle tangenti e cotangenti presentano la proprietà di completarsi reciprocamente, e quindi di potere sulla *scala 4.ª* prendere il logaritmo della tangenti e cotangenti degli angoli compresi fra 1ᵍ e 99ᵍ.

Per angoli poi compresi fra 0ᵍ ed 1ᵍ e fra 99ᵍ e 100ᵍ, oltre quanto si è detto parlando della scala dei log. dei *seni* e dei *coseni*, considerando che per angoli molto piccoli si può ritenere che la tangente si confonda col seno, così si potrà far uso della *scala 2.ª* numerazione superiore che si estende appunto fra quei limiti.

Per avere poi i *log. delle tang. e cotang.* di angoli cadenti nel 2.° 3.° e 4.° quadrante basterà aggiungere rispettivamente alle cifre della scala 100ᵍ, 200ᵍ o 300ᵍ mettendo poi alle corrispondenti linee trigonometriche il segno che loro compete. Analogamente avendosi angoli maggiori di un quadrante basterà ai medesimi togliere 100ᵍ, 200ᵍ, e 300ᵍ a seconda dei casi per ricadere nella numerazione della scala coll'avvertenza dei segni più sopra ricordata. Aggiungeremo ancora che il *log. cotangente* essendo sempre il *complemento di quello della tangente e viceversa,* si può indifferentemente assumere l'uno per l'altro purchè si abbia l'altra avvertenza di portare l'angolo dato sulla scala dei numeri in senso inverso.

I diversi gruppi in cui vien ripartita la scala in esame ed il valore delle suddivisioni relative a ciascun gruppo trovansi compendiati nelle seguenti tabelle, n.° 20 e 21.

TABELLA N. 20.

Z ∥log tang

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	$1^g - 2^g$	$0^c.01'$	$1^c.01'$; $1^c.02$; $1^c.03'$; $1^c.04$; $1^c.05'$ . . . . . $1^c.97'$; $1^g 98'$; $1^c.99'$
II	$2^g - 4^g$	$0^c.02'$	$2^c.02'$; $2^c.04'$; $2^c.06'$ . . . . . $3^c.94'$; $3^c.96$; $3^c.98$
III	$4^g - 10^g$	$0^c.05'$	$4^c.05'$; $4^c.10$; $4^c.15'$ . . . . . $9^c.85'$; $9^c.90'$; $9^c.95$
IV	$10^g - 20^g$	$0^c.10'$	$10^c.10'$; $10^c.20'$; $10^c.30'$ . . . . . $19^c.70'$; $19^c.80$; $19^c.90'$
V	$20^g - 50^g$	$0^c.20'$	$20^c.20'$; $20^c.40'$; $20^c.60'$. . . . . $49^c.20$; $49\ 40'$; $49^c.60'$; $49^c.80'$

TABELLA N. 21.

Z ∥log cotang.

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	50^g—80^g	$0^g.20'$	$50^g.20'$; $50^g.40'$; $50^g.60'$ . . . . . 79 .20'; $79^g.40'$; $70^g.60'$, $79^g.80'$
II	80^g—90	$0^g.10'$	$80^g.10'$; $80^g.20'$; $80^g.30$; $80^g.40'$ . . . . . $89^g.40'$; $89^g.60'$; $89^g.80'$; $89^g.90'$
III	90^g—96^g	$0^g.05'$	$90^g.05$; 90.10; 90.15; 90.20 . . . . . $95^g.80'$; $95^g.85'$; $95^g.90'$; $95^g.95'$
IV	96^g—98^g	$0^g.02'$	$96^g.02'$; $96^g.04'$; $96^g.06'$; $96^g.08'$ . . . . . $97^g.92'$; $97^g.94'$; $97^g.96'$; $97^g.98'$
V	98^g—99^g	$0^g.01'$	$98^g.01'$; $98^g.02'$; $98^g.03'$; $98^g.04$. . . . . $98^g.96'$; $98^g\ 97'$; $98^g.98'$; $98^g.99'$

338. *Scala 5.ª dei logaritmi dei seni quadrati.* Questa scala ha come la precedente due serie di cifre, l'una superiore e che si estende da 60^g a 100^g, e l'altra inferiore in senso inverso da 100^g a 140^g e che sono i limiti delle distanze zenitali che mai si oltrepassano nelle operazioni di topografia.

Nel far uso di questa scala, si deve sempre dipartire dalla caratteristica 0 prendendo *all'indietro* ossia per complemento.

Nelle due seguenti tabelle (n.° 22 e 23) sono indicati i diversi gruppi in cui trovasi divisa questa scala non che il valore delle suddivisioni di ciascun gruppo e le letture che direttamente si possano eseguire nei gruppi stessi.

TABELLE N. 22 e 23

RELATIVE ALLA SCALA QUINTA DEI SENI QUADRATI.

TABELLA N. 22.

log $\overline{\text{sen}}$

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	60^g—80^g	$0^g.50'$	$60^g.50'$; $61^g.00$; $61^g.50$ . . . . 79^g50; $80^g.00$
II	80^g—90^g	$1^g.00$	$80^g.00$; $81^g.00$ . . . . . $90^g.00$
III	90^g—100^g	$1^g.00$	$90^g.00$; $91^g.00$; $92^g.00$; $93^g.00$; 100^g00 . . . . .

TABELLA N. 23.

log $\overline{\text{sen}}$

Indicazione dei gruppi	Limiti dei gruppi	Valore delle suddivisioni	LETTURE DELLE SUDDIVISIONI
I	100^g—110^g	$1^g.00$	$100^g.00$; $107^g.00$; $108^g.00$; $109^g.00$ $110^g.00$ . . . . .
II	110^g—120^g	$1^g.00$	$110^g.00$; $111^g.00$; $112^g.00$ . . . . . $120^g.00$
III	120^g—140^g	$0^g.50'$	$120^g.00$; $120^g.50$; $121\ 00$ . . . . 139^g50; $140^g.00$

339. *Uso delle scale logaritmiche centesimali del Porro.* Abbiansi i seguenti dati:

39.440	113.520	91.15 — 78.30	=	12.85
239.430	399.940	88.62 — 75.78	=	12.84
$\theta = 39^g.435$	$\varphi = 113^g.460$	$h = 3.338$		$D = 51.38$

relativi ad un *punto* rilevato da una determinata *stazione*, e vogliansi le coordinate ortogonali parziali x, y, z, del punto stesso riferite agli assi coordinati ortogonali passanti per quello della stazione. Le formole che servono all'uopo (n.° 332) sono:

$$K = D \overline{\text{sen}}^2 \varphi$$

$$x = K \text{ sen } \theta$$

$$y = K \cos \theta$$

$$H = K \cot \varphi \text{ od } H = D \text{ sen } \varphi \cos \varphi$$

Determiniamo la distanza orizzontale.
Avremo:

$$K = 51.38 \times \overline{\text{sen.}}^2 \, 113^g.46$$

Sulla *scala 5.ª* (numerazione inferiore) a partire dalla caratteristica **0** si prenda l'angolo $113^g.46$ e questo intervallo lo si porti sulla *scala 2.ª* (numerazione inferiore), e nello stesso senso, sulla divisione 51.38, la punta di sinistra del compasso andrà a cadere un poco oltre la divisione 49, e prossimamente 49,1, che sarà per conseguenza la distanza assoluta D ridotta all'orizzonte, avremo cioè (tenuto conto delle caratteristiche)

$$K = 49.10.$$

Passiamo ora alla x; abbiamo:

$$x = 49.10 \text{ sen. } 39^g.43.$$

Sulla *scala 3.ª log sen* (numerazione superiore) a partire dalla caratteristica **0** si prenda col compasso l'intervallo fra la detta caratteristica e l'angolo segnato $39^g.40$ e questo lo si porti (nello stesso senso) a partire dalla divisione 49.10 della *scala 2.ª* (numerazione inferiore) la punta di sinistra del compasso andrà

a cadere sulla divisione 28.40 per cui, tenuto conto della caratteristica (*o* dell'angolo, ed *1* della distanza), avremo:

$$x = + 28^{m},40$$

(le tavole logaritmiche darebbero $x = + 28^{m},51$, differenza come vedesi praticamente trascurabile).

Passiamo ora alla y; abbiamo:

$$y = 59.10 \cos. 39^{g}.43.$$

Sulla *scala 3.ª log cos* (numerazione inferiore) sempre a partire da **0**, ossia dalla caratteristica più vicina all'angolo dato, si prenda al solito l'intervallo fra **0** e l'angolo $39^{g}.40$ prossimamente, e questo intervallo lo si porti nello stesso modo detto più sopra ossia in *deduzione* sulla *scala 2.ª* (numerazione inferiore) a partire *dalla* divisione 49.10 *verso* l'origine della scala, e l'altra punta del compasso coinciderà prossimamente colla divisione 39.90, conseguentemente, tenuto conto della caratteristica dell'angolo e del numero che dà la distanza, avremo

$$y = + 39^{m}.90$$

(col calcolo logaritmico si trova $y = + 39^{m},98$, differenza inaprezzabile nella *scala* che comunemente s'impiegano per la rappresentazione grafica dei rilevamenti).

Tanto la x, che la y sono poi *positive* giacchè tale è il segno algebrico che compete alle funzioni circolari *seno* e *coseno* per angoli cadenti nel 1.° quadrante come nel caso in ispecie (fig. 13).

In quanto alla determinazione della z, ossia della distanza verticale del punto di rilievo dal piano di traccia passante pel centro dello istrumento, giusta quanto si è esposto al Cap. VI, della Parte III, sappiamo già essere funzione delle due quantità che abbiamo indicato con h ed H.

Ora, la *mediana* h è già nota risultando dalle stesse letture fatte alla stadia, e cioè abbiamo:

$$h = 3.34$$

In quanto alla H, questa è data come si sa dalla formula:

$$H = K \cot \varphi \qquad (3)$$

o dall'altra

$$H = D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \qquad (4)$$

colla prima delle quali occorre assumere la *distanza ridotta all'orizzonte,* colla seconda invece la *distanza assoluta* data direttamente dalle letture alla mira.

Risolviamo la (3) col mezzo della scala in esame.

Abbiamo:

$$H = 49^{m},10 \text{ cot. } 113^{g}.46$$

ma per quanto si è esposto al n.° 338.

$$H = 49^{m}.10 \text{ tang. } 113^{g}.46 = 49^{m} 10 \text{ tang. } 13^{g}.46$$

supponendo tolto 100 gradi all'angolo dato e coll'avvertenza di prendere poi sulla scala in *aggiunta* anzichè in *deduzione*. Per ciò sulla *scala 4.ª log. tang.* assunto l'intervallo compreso fra la caratteristica 9 e la divisione $13^{g}.46$ e questo portato in aggiunta sulla scala 2.ª (numerazione inferiore) a partire dalla divisione 49.10 si vedrà che la punta di destra del compasso andrà a ricadere sulla divisione 1052 prossimamente, e quindi tenuto conto delle caratteristiche (9 dell'angolo, ed *1* del numero) non che di avere colla punta di destra del compasso valicato il mezzo della scala, avremo

$$H = 10{,}52.$$

Siccome poi nel caso in ispece abbiamo $\varphi > 100^{g}$, così per quanto si è esposto al precitato capitolo, risulta evidentemente

$$z = -(H + h) = -13^{m}.86$$

ossia il punto di rilievo è collocato a m.13.86 sotto il piano di traccia passante pel centro dello istrumento.

Assumiamo ora la formula (4), avremo:

$$H = 51^{m}.38 \text{ sen } 113^{g}.46 \text{ cos } 113^{g}.46$$

$$= 51^{m}.38 \text{ sen } 113^{g}.46 \text{ cos } 86^{g}.54$$

(essendo il coseno di un angolo eguale a quello del suo supplemento).

Ora prendendo sulla *scala 3.ª* (numerazione superiore) l'intervallo fra la caratteristica 0 e la divisione $113^{g}.46$ e portandolo in deduzione sulla *scala 2.ª* (numerazione inferiore) a partire dalla

divisione 51.38 la punta di sinistra del compasso ricadrà prossimamente sulla divisione 50.1 che rappresenterà evidentemente il prodotto di $51.38 \times \text{sen } 113^g.46$, non resterà quindi che a determinare l'altro prodotto

$$50.1 \cos 86^g.54$$

per ciò sulla *scala 3.ª* (numerazione superiore) prendasi l'intervallo fra la caratteristica 9 e la divisione 86.54 e lo si porti in aggiunta sulla *scala 2.ª* (numerazione inferiore) a partire dalla divisione 50.1 e la punta di destra del compasso andrà a cadere prossimamente sulla divisione 1052 e quindi:

$$H = 10.52$$

e

$$z = -(H + h) = -13^m.86.$$

Avvertiamo poi lo studioso che per non cadere in equivoci sul segno da attribuirsi alla z, può oppurtunamente servire la seguente regola e cioè: di considerare sempre *negativo* il valore di h, *positivo* quello di H quando $\varphi < 100^g$ e *negativo* invece quando $\varphi > 100^g$, eseguire poscia la somma algebrica dei valori relativi alle suddette due quantità, ed il segno risultante sarà quello da attribuirsi alla z.

Se le ordinate ortogonali generali del punto di stazione fossero ad esempio,

$$X_s = +\ 2000^m$$

$$Y_s = +\ 3000^m$$

$$Z_s = +\ 120^m$$

Le coordinate ortogonali X', Y', Z' del punto di rilievo riferite alla terna di assi ortogonali suddetti sarebbero:

$$X' = X_s + x = 2028.4$$

$$Y' = Y_s + y = 3039.9$$

$$Z' = Z_s + I - (H + h) = (120 + 1.25) - 13.89 = 107^m,36$$

(supposto l'altezza I dello istrumento sul punto di stazione eguale ad $1^m,25$ e per quanto si espose al n.° 203, 5.° caso).

Consideriamo ancora un altro caso, e precisamente il punto 130 rilevato dalla stazione 65ª i cui dati sono registrati nella tabella eidypsometrica a pag. 361.

Essendo φ molto prossimo a 100ᵍ non occorre ridurre la distanza D all'orizzonte, ossia può considerarsi $D = K$. Avremo:

$$x = 207^{m},1 \text{ sen } 338^{g}.60$$

$$y = 207^{m},1 \cos 338^{g}.60.$$

Per la determinazione della x, nella *scala 3.ª log. sen.* (numerazione superiore) preso, a partire dalla caratteristica 0, l'intervallo compreso fra lo 0 e l'angolo 138ᵍ.60, questo lo porteremo sulla scala 2.ª (numerazione inferiore) a partire dalla divisione 207.1 verso l'estremo della scala stessa, individuando in tal guisa colla punta libera del compasso il tratto 170.1 prossimamente, e tenendo conto delle caratteristiche (*o* per l'angolo, e 2 pel numero) avremo:

$$x = - 170.1$$

Preso poi sulla stessa *scala 3.ª* (numerazione inferiore) l'intervallo fra la caratteristica 0 e l'angolo 338ᵍ.60 e questo portato sull'altra *scala 2.ª dei numeri*, nel modo anzidetto, sul tratto 207.1 si scorge che l'altra punta dal compasso cade un pò prima della divisione 118, quindi prossimamente 117.9 e tenuto riguardo alle caratteristiche, sarà:

$$y = - 117.9$$

Veniamo ora alla χ che nella Tabella succitata trovasi indicata colla lettera p, e che dicesi anche *parziale;* sappiamo che questa è funzione delle due quantità che abbiamo indicato con h ed H.

In quanto alla h questa risulta dalla tabella stessa, abbiamo cioè:

$$h = - 2.67.$$

La H è data invece dalla formula

$$H = D \text{ cotang. } \varphi = D \text{ tang. } \varphi'$$

(indicando qui con φ' il *complemento* di φ).

Trattandosi però di un angolo piccolissimo sappiamo già che si può ritenere la tangente del medesimo come confondentesi col relativo seno, e quindi porre

$$H - D \operatorname{sen} \varphi' = 207.10 \operatorname{sen} 0^g.31' \text{ (complemento di } 99^g.69').$$

Per determinare il valore di H mercè le scale logaritmiche centesimali in esame, dobbiamo nel caso in ispecie ricorrere alla *scala 2.ª log. sen.* la quale appunto nella sua numerazione superiore comprende gli angoli da $0^g.01$ ad 1^g e da 199^g a $199^g.99$. Per ciò servendoci della prima serie di numeri (nei quali ricade il nostro angolo) prenderemo col compasso l'intervallo fra la caratteristica **8** e $31'$ e portatolo sulla stessa scala, ma nella numerazione inferiore, dal tratto 207.1 in dietro, la punta libera del compasso andrà a cadere sulla divisione 101. Tenuto conto poi delle caratteristiche, e che nel portare l'ampiezza dell'angolo sulla scala dei numeri si è oltrepassato il mezzo della scala stessa e quindi dovremo sottrarre un'unità alla somma delle caratteristiche suddette avremo:

$$H = + 1^m.01$$

essendo $\varphi < 100^g$, e quindi (3.° caso n.° 203)

$$z = -(H - h) = - 1.66$$

come trovasi indicato nell'ultima finca della tabella succitata.

La *quota assoluta* del punto di stazione 65^a sul picchetto 129 riferita al *comune marino* (n.° 309) essendo $11^m.32$, a questa aggiunta l'altezza dell'istrumento (m. 1.35) risulta la quota assoluta del *piano di traccia o di livello* passante pel centro dell'istrumento di m. 12.67, com'è indicato in cifre più marcate al sommo della ultima finca della tabella suddetta. Prelevando da 12.67 la *parziale* $1^m.66$, (ossia la quantità z di cui il punto 130 collimato era sottoposto al piano di livello anzidetto) si ha evidentemente la *quota assoluta* del punto 130 preso in esame espresso da 11.01 come trovasi registrato nella tabella sopraricordata.

Siccome poi per quei rilievi in cui non occorre trasformare le coordinate polari di ogni singolo punto nelle corrispondenti ortogonali l'*unica* quantità che occorra determinare è la H, così su tale determinazione abbiamo maggiormente insistito e riepilogheremo il suesposto in proposito come appresso:

a) per φ compreso fra 1^g e 99^g o 101^g e 199^g si farà uso della *scala 4.ª*;

b) per φ compreso fra $0^g01'$ ed 1^g oppure fra 199^g e $199^g.99'$ si ricorrerà invece alla *scala 2.ª* (numerazione superiore);

c) in quanto al segno da attribuirsi alla quantità z (la *parziale p* della tabella succitata) tale segno sarà quello risultante dalla somma algebrica dei due valori di h ed H considerando h sempre *negativo* ed H invece *positiva* se $\varphi < 100^g$, *negativa* se $\varphi > 100^g$.

Ciò richiamato, sarà facilissimo determinare la H e la z del punto 131 (tab. succ. pag. 361). Sulla *scala 4.ª log. cot.* (numerazione inferiore) preso l'angolo $98^g.885$ a partire dalla caratteristica 9 e portato tale intervallo sulla *scala 2.ª* (numerazione inferiore) dal tratto 369.14 verso sinistra, la punta del compasso individuerà la divisione 65, e tenuto conto delle caratteristiche, e di avere col compasso valicato il mezzo della scala, si avrà:

$$H = 6.50$$

(le tavole numeriche darebbero $H = 6.46$).

Giusta la regola di cui al comma *c*) avremo poi

$$z = -2.39 + 6.46 = +4.07$$

Rese famigliari queste scale con un po' di esercizio, è veramente incredibile la celerità con cui mercè le medesime si riesce ad eseguire la calcolazione delle formule soprariportate. Non è certo possibile indicare una media dei punti che si possano calcolare con questo mezzo grafico in un dato periodo di tempo giacchè dipende essa da tanti elementi che variano sensibilmente da caso a caso. Operando in pianura o in terreni poco accidentati in cui è possibile collimare a molti punti di dettaglio colla visuale orizzontale, per questi punti speciali si ha

$$z = h$$

e non occorre cioè calcolare la H che come sappiamo scompare e come si scorge dalla tabella succitata pei punti dall'*1* al *15* inclusivi. Per tutti quei punti poi che si sono rilevati con una visuale costante, ossia che hanno eguale l'anomalia φ (come ha luogo per i punti 16, 17, 18 e 19 della stessa tabella) la determinazione della H ai medesimi relativa riesce molto più celere giacchè preso sulla scala grafica l'angolo costante φ basterà riportare

successivamente sulla scala dei numeri tale apertura costante di compasso per aversi successivamente per ciascun punto con una sola operazione la H relativa. Inoltre per tutti quei punti stati rilevati con una visuale poco inclinata all'orizzonte non occorre eseguire, si ripete, la riduzione delle distanze assolute all'orizzonte potendosi ritenere $D - K$ (come appunto si verifica per la maggior parte dei punti rilevati dalla stazione 65^a e riportati nella tabella succitata) e quindi risparmiare di calcolare la formula

$$D = K \overline{\text{sen}}^2 \varphi.$$

Onde far vedere l'estrema facilità e la grande prontezza con cui mercè la scala in esame si possono eseguire complicate calcolazioni, assumiamo le formule (8) e (3) del n.° 330 e risolviamole col mezzo grafico in parola.

$$x = -\Delta X \frac{\text{sen } 0}{\text{sen } \Delta 0} \cos 0_1 + \Delta Y \frac{\text{sen } 0}{\text{sen } \Delta 0} \text{sen } 0_1 \qquad (5)$$

$$y = x \cot 0. \qquad (6)$$

Abbiansi

$$X = 285^m.46 \quad ; \quad Y = 142.55 \quad ; \quad 0 = 33^g.45'$$

$$X_1 = 126.73 \quad ; \quad Y_1 = 80.30 \quad ; \quad 0_1 = 41^g.50'$$

$$\Delta X = 158.73 \quad ; \quad \Delta Y = 62.25 \quad ; \quad \Delta 0 = 191^g.95'.$$

(Ad evitare angoli negativi si è aumentato l'angolo 0 di 200^g ottenendosi in tal guisa $191^g 95'$ per valore di $\Delta 0$.)

Si calcola innanzi a tutto il fattore $\frac{\text{sen } 0}{\text{sen } \Delta 0}$ nel modo seguente: si prende sulla *scala 3.ª* (numerazione superiore) l'intervallo compreso fra $191^g.95'$ e $33^g,45'$ (ossia dal divisore al dividendo analogamente a quanto abbiamo indicato per la divisione di due numeri) che rappresenterà quindi il quoziente dei due seni e tale intervallo lo si porta nella *scala 2.ª* (numerazione inferiore) in aggiunta, ossia nello stesso senso, a partire dalla divisione 158,73 (che è il valore di ΔX) e la punta di destra del compasso oltrepasserà di poco il tratto 630 e cioè cadrà molto prossimamente

sul tratto 631 che esprimerà evidentemente il prodotto

$$\Delta X \frac{\operatorname{sen} 0}{\operatorname{sen} \Delta 0},$$

ma per essere negativo il valore di $\Delta 0$ possiamo conchiudere

$$-\Delta X \frac{\operatorname{sen} 0}{\operatorname{sen} \Delta 0} = 631.$$

Ciò fatto, per avere il valore del primo termine del secondo membro della equazione (5) non rimane che a prendere il logaritmo del prodotto:

$$631^{m} \cos 0_{1} = 631^{m} \cos 41^{g}.5.$$

Perciò sulla *scala 3.ª* (numerazione inferiore) si prenda a partire dalla caratteristica 0 l'intervallo fra la medesima e l'angolo $41^{g}.5$ e lo si porti nello stesso senso, ossia in deduzione, sulla *scala 2.ª dei numeri* a partire dalla divisione 631 e si vedrà che la punta di sinistra del compasso andrà a coincidere molto prossimamente colla divisione 501 (che tenuto conto delle caratteristiche rappresenterà appunto il prodotto sopra trascritto) per cui avremo:

$$-\Delta X \frac{\operatorname{sen} 0}{\operatorname{sen} \Delta 0} \cos 0_{1} = 501^{m}.$$

Calcoliamo ora in modo analogo il secondo termine del secondo membro della equazione (5).

Perciò si prenda di nuovo sulla *scala 3.ª* l'apertura di compasso corrispondente al logaritmo del quoziente $\frac{\operatorname{sen} 0}{\operatorname{sen} \Delta 0}$ e la si porti in aggiunta sulla *scala 2.ª* dei numeri a partire invece dalla divisione 62.25 (che è il valore di ΔY) e sotto la punta di destra del compasso si leggerà il numero 247 che evidentemente rappresenterà il logaritmo del prodotto

$$\Delta Y \frac{\operatorname{sen} 0}{\operatorname{sen} \Delta 0}$$

e per essere $\Delta 0$ negativa possiamo conchiudere:

$$\Delta Y \frac{\operatorname{sen} 0}{\operatorname{sen} \Delta 0} = -247.$$

Ora non resterà che di prendere il logaritmo del prodotto

$$-247 \operatorname{sen} \theta_1 = -247 \operatorname{sen} 41^g.50'$$

per cui assunto l'intervallo che intercede fra la caratteristica 0 della *scala 3.ª* (numerazione superiore) e l'angolo $41^g.50'$ e portatolo sulla *scala 2.ª* dalla divisione 247 verso l'origine della scala stessa, ossia in deduzione, il numero 149.5 che leggiamo sotto la punta di sinistra del compasso sarà appunto il valore del 2° membro dell'equazione (5) cioè:

$$\Delta Y \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \Delta \theta} \operatorname{sen} \theta_1 = -149{,}50$$

e conseguentemente:

$$x = 501.0 - 149.5 = 351.5$$

Determinato il valore di x e sostituito nella (6) avremo:

$$y = 351.5 \cot 33^g.45'$$

che facilmente si calcola colla scala in esame purchè si abbia presente quanto si espose al n.° 326.

Infatti preso sulla *scala 4.ª* (numerazione superiore) il logaritmo di tang. $33^g.45$ (complemento di quello della cotangente dello stesso angolo) ossia l'intervallo fra la caratteristica 0 e l'angolo suddetto, e tale intervallo portato in *aggiunta* anzichè in deduzione sulla *scala 2.ª dei numeri* a partire dalla divisione 351.5 si vedrà che la punta di destra del compasso ricadrà molto prossimamente sulla divisione 606 per cui tenuto conto delle caratteristiche potremo conchiudere

$$y = 606^m.$$

340. *Circoli logaritmici.* Nelle scale logaritmiche centesimali or ora descritte la lunghezza rettilinea **1-2** (due volte ripetuta) della *scala 1.ª* dei numeri rappresenta, come si disse, *l'unità logaritmica* (od il logaritmo di 10) e tale lunghezza è stata assunta di venti centimetri. Sarebbe stato conveniente assegnare a tale unità una lunghezza maggiore, ma questo non era naturalmente possibile senza dare alle scale stesse una forma troppo scomoda e far uso di un compasso eccessivamente grande e poco maneggevole.

Ad evitare questi inconvenienti il Porro pensò di assegnare alle scale in esame la forma circolare anzichè quella rettilinea, ottenendo nel contempo i singolari vantaggi ai quali ora sommariamente accenneremo e dando in tal guisa origine al migliore congegno meccanico che a nostro avviso sia stato sin oggi escogitato per eseguire calcolazioni numeriche e risolvere le formole alle quali di frequente è d'uopo ricorrere nella moderna topografia.

Sostituendo un *circolo* ad una *retta* assunse il Porro la circonferenza del primo come *unità logaritmica* e poichè si può essa considerare come rientrante in sè stessa le quante volte si voglia, così, non occorre ripetere almeno due volte la *scala 2.ª dei logaritmi dei numeri*, come vedemmo praticato nella scala rettilinea.

Due alidade poi dirette dal centro alla periferia del disco sostituiscono opportunamente il compasso sia per la facilità del maneggio sia per una maggior precisione della individuazione dei tratti in cui sono divise le diverse circonferenze concentriche sulle quali trovansi le diverse scale dei logaritmi dei numeri e delle funzioni circolari.

Colla maggiore lunghezza assegnata all'unità logaritmica senza aumentare sensibilmente le dimensioni del congegno si ha l'altro vantaggio che le scale del circolo logaritmico sono assai più suddivise e quindi permettono l'apprezzamento di una cifra di più in confronto delle analoghe della scala rettilinea precedentemente studiata; inoltre siccome il disco interno che porta le funzioni trigonometriche è reso mobile per rispetto alla corona sulla quale sono tracciati i logaritmi dei numeri (scala 2.ª) ossia l'uno può girare indipendentemente dall'altro ed anche volendosi unitamente così ne segue l'altro riflessibile vantaggio che portando convenientemente sotto l'indice di una delle alidade l'apozenit φ e la distanza assoluta D (letta alla stadia) relativi ad un dato punto di rilievo, e facendo poscia ruotare insieme disco e corona e conducendo successivamente sotto l'indice anzidetto i fattori $sen\,0$, $cos\,0$ e $cot\,\varphi$, si leggono sulla corona stessa rispettivamente i valori delle coordinate ortogonali x, y, z del punto stesso riferite alla terna di assi passanti pel centro dello istrumento.

Ma ad onta dei pregi inerenti ad un tale congegno a cui sommariamente si è accennato e di altri che per brevità ommettiamo, il medesimo non è entrato nel campo pratico sia per la complessità della sua costruzione, sia pel prezzo relativamente alto in confronto di quello delle analoghe scale rettilinee, sia

perchè queste offrono in generale, almeno pei calcoli celerimetrici più comuni e frequenti, una sufficiente approssimazione, sia infine e principalmente perchè le quante volte si richiegga nelle calcolazioni suddette una maggiore e più conveniente esattezza è d'uopo abbandonare i mezzi meccanici o grafici per ricorrere agli altri di cui appresso faremo parola.

Ad ovviare ai diffetti inerenti al congegno del Porro e derivanti dalla costruzione complessa dello istrumento ed al costo relativamente alto del medesimo, l'Ingegnere Salmoiraghi escogitò un altro circolo logaritmico, che si costruisce nell'Istituto meccanico da lui diretto, di un più facile maneggio e di un prezzo molto più limitato, ma presenta il difetto di doverlo usare col sussidio di tavole dei valori naturali delle linee trigonometriche.

Chi desiderasse avere conoscenza particolareggiata di questo nuovo mezzo di calcolazione il Salmoiraghi ha illustrato il suo circolo logaritmico con una memorietta intitolata: *Description et usage du cercle logarithmique*, (*Milan 1881, chez l'Auteur*).

341. *Regoli logaritmici.* Il regolo logaritmico del Moinot, da non confondersi coi comuni regoli calcolatori, è destinato esclusivamente alla risoluzione celere di tutte le formule proprie della moderna Topografia, e non è in sostanza che la scala grafica del Porro alla quale si è sostituito al compasso un regolo scorrevole.

La descrizione particolareggiata e l'uso di un tale istrumento trovasi nella citata opera del Moinot e non crediamo quindi necessario farne parola.

Ve ne ha in commercio di due lunghezze, l'una di 40 l'altra di 25 centimetri. Qualora prendesse desiderio a qualche studioso di fare acquisto di questo istrumento, lo consigliamo a provvedersi di quello di maggiore lunghezza, stantechè col regolo di $0^m.25$ di lunghezza, essendo stata assunta l'*unità logaritmica* molto piccola (m. 0.125), non si ha nei risultati che una grossolana approssimazione, inferiore di molto a quella che si ha coll'impiego delle scale grafiche del Porro e col vantaggio che queste hanno un costo dieci volte minore di quello relativo al regolo in esame.

Non va taciuto però che questo alla sua volta presenta il vantaggio della sostituzione del semplicissimo movimento dello *scorrevole* allo impiego del *compasso* e che ben soventi con un solo movimento dello scorrevole anzidetto si possono ottenere i valori di

$D \overline{\text{sen}}^2 \varphi$ e di cot. φ, come pure con un solo movimento quelli di

$$x = K \operatorname{sen} \theta$$

ed

$$y = K \cos \theta.$$

Altri regoli consimili, fra i quali quello del Lenoir modificato da Mannheim, sono stati costruiti per facilitare la soluzione del problema delle calcolazioni tacheometriche, problema che indiscutibilmente di giorno in giorno più s'impone stante i pregi pure indiscuttibili della nuova scuola topografica e dello sviluppo notabile e veramente straordinario che in questi ultimi tempi è stato dato ai rilievi topografici.

Di questi altri regoli non faremo naturalmente parola giacchè fondati tutti sullo stesso principio delle scale grafiche del Porro ed una volta noto l'uso di queste facile riesce l'impiego dei medesimi.

342. *Tavole grafiche.* Piuttosto faremo cenno di un altro mezzo per calcolare talune delle formule di cui al n.° 321 e precisamente delle *tavole grafiche* fra le quali vanno annoverate quelle del prof. Regis e che servono però esclusivamente a calcolare le due note formule:

$$K = D \overline{\text{sen}}^2 \varphi$$

$$H = D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$$

e che sono quelle appunto di un più frequente uso nella moderna topografia.

Queste tavole sono due: la prima fornisce la *correzione C* da apportarsi al valore di D per avere quello di K, la seconda somministra il valore di H.

S'immagini segnata sopra una orizzontale la scala dei valori di D dall'origine della quale parta un sistema di raggi vettori corrispondenti ai diversi valori che in pratica può assumere l'anomalia φ; ora, letto sulla orizzontale suddetta il valore della distanza D data dalle letture alla stadia, si rilevi il valore della normale che partendo dal numero corrispondente a D va ad incontrare il raggio vettore corrispondente all'angolo verticale φ, dal valore o lunghezza di tale normale viene determinato sulla prima tavola il valore di C, nella seconda invece quello di H.

L'uso di queste tavole è quindi facilissimo, ma al pari de-

gli altri mezzi grafici non somministrano in molti casi un sufficiente grado di approssimazione.

Dobbiamo poi far notare che nelle tavole in parola le quantità che noi abbiamo indicato con H e D sono invece rispettivamente espresse con le lettere h ed N. *

343. *Tavole numeriche.* Immediatamente dopo l'uso delle tavole logaritmiche, non vi ha dubbio che le *tavole numeriche* costituiscono il metodo di calcolazione al quale si deve sempre dare la preferenza, giacchè alla celerità con cui si opera usando delle medesime, va sempre unito quel grado di approssimazione desiderato nella pratica. Fra le tante tavole numeriche state calcolate le *tavole tacheometriche* del distinto Ing. V. Soldati sono quelle che meritano la preferenza quantunque anche di queste se ne faccia un uso molto limitato per la ragione più sopra esposta, e cioè che solo per taluni rilievi speciali si usa esprimere tutti i punti in funzione delle loro coordinate ortogonali.

Le formole, abbiam già detto, che sempre necessita calcolare sono esclusivamente le due

$$K = D \overline{\text{sen}}^2 \varphi$$

$$H = D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$$

pel calcolo delle medesime tornano utilissime le seguenti due tabelle (24 e 25).

---

* Nel novero di queste tavole rientra il *Calcolatore tacheometrico* ideato dall'egregio ing. Giuseppe Muzzioli, e che serve pure esclusivamente alla calcolazione delle due formole sopra riportate.

Avendo avuto l'opportunità di esaminare questo nuovo mezzo grafico di calcolazione ci siamo convinti che il medesimo presenta fra gli altri i seguenti notabili vantaggi:

1.° di potersi calcolare le due formole suddette con una grande celerità;

2.° di essere di un uso estremamente facile e quindi potersene affidare l'impiego ad un subalterno qualunque senza preliminari istruzioni teoriche;

3.° di poter servire anche nel caso speciale che nei rilevamenti siasi fatto uso di un tacheometro coi cerchi a divisione antica o sessegesimale.

Auguriamo quindi all'egregio autore che il suo ingegnoso quanto semplice strumento possa entrare, come merita, nel campo pratico.

BIBLIOTECA

344. TABELLA N. 24.

Riduzione all'orizzonte per 100m.

GRADI		$100\,(1-\overline{\text{sen}}^{\,n})\,\varphi$	GRADI		$100\,(1-\overline{\text{sen}}^{\,s})\,\varphi$
100^g	100^g	0,0	116^g	84^g	$6,2^g$
101	99	0,0	117	83	6,7
102	98	0,1	118	82	7,8
103	97	0,2	119	81	8,6
104	96	0,4	120	80	9,6
105	95	0,6	121	79	10,5
106	94	0,9	122	78	11,5
107	93	1,2	123	77	12,5
108	92	1,6	124	76	13,6
109	91	2,0	125	75	14,6
110	90	2,5	126	74	15,8
111	89	3,0	127	73	16,9
112	88	3,5	128	72	18,1
113	87	4,1	129	71	19,3
114	86	4,8	130	70	20,6
115	85	5,5	131	69	21,9
116	84	6,2	132	68	23,2

L'uso di questa tavola numerica è per sè stesso manifesto. Essa si estende per 32^{gr} sopra e sotto l'orizzonte; limite che difficilmente si oltrepassa nel rilevamento dei terreni anche i maggiormente inclinati ed accidentati.

Per distanze inferiori o superiori ai cento metri si ridurranno o si aumenteranno in proporzione i valori relativi dati dalla tavola; così dicasi per valori angolari intermedi fra grado e grado.

345. TABELLA N. 25.

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
100g —	100g —	0,00000	
1′	9	0,00157	
2	8	0,00314	
3	7	0,00471	
4	6	0,00628	
5	5	0,00785	
6	4	0,00943	
7	3	0,01100	157
8	2	0,01257	1 16 · 2 31 · 3 47 · 4 63 · 5 79 · 6 94 · 7 110 · 8 126 · 9 141
9	1	0,01414	
101 —	99 —	0,01571	
1	9	0,01728	
2	8	0,01885	
3	7	0,02041	
4	6	0,02198	
5	5	0,02355	
6	4	0,02512	
7	3	0,02669	
8	2	0,02826	
9	1	0,02983	
102 —	98 —	0,03140	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
102° —	98° —	0,03140	
1	9	0,03296	
2	8	0,03453	
3	7	0,03610	
4	6	0,03767	
5	5	0,03923	
6	4	0,04079	
7	3	0,04236	
8	2	0,04393	
9	1	0,04549	156
103 —	97 —	0,04705	1 16 · 2 31 · 3 47 · 4 62 · 5 78 · 6 94 · 7 109 · 8 125 · 9 140
1	9	0,04862	
2	8	0,05018	
3	7	0,05174	
4	6	0,05330	
5	5	0,05487	
6	4	0,05643	
7	3	0,05799	
8	2	0,05955	
9	1	0,06111	
104 —	96 —	0,06267	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
104g —	96g —	0,06267	156
1	9	0,06422	1 16 2 31
2	8	0,06578	3 47 4 62
3	7	0,06734	5 78 6 94
4	6	0,06890	7 109 8 125
5	5	0,07046	9 140
6	4	0,07202	
7	3	0,07357	
8	2	0,07512	155
9	1	0,07667	1 16 2 31
105 —	95 —	0,07822	3 46 4 62
1	9	0,07977	5 78 6 93
2	8	0,08132	7 108 8 124
3	7	0,08287	9 140
4	6	0,08442	
5	5	0,08596	
6	4	0,08751	
7	3	0,08906	154
8	2	0,09060	1 15
9	1	0,09215	2 31 3 46
106 —	94 —	0,09369	4 62

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
106g —	94g —	0,09369	5 77 6 92
1	9	0,09523	7 108 8 123
2	8	0,09677	9 139
3	7	0,09831	
4	6	0,09985	
5	5	0,10139	
6	4	0,10293	
7	3	0,10447	
8	2	0,10600	153
9	1	0,10754	1 15 2 31
107 —	93 —	0,10907	3 46 4 61
1	9	0,11060	5 77 6 92
2	8	0,11213	7 107 8 122
3	7	0,11366	9 138
4	6	0,11519	
5	5	0,11672	
6	4	0,11825	
7	3	0,11978	
8	2	0,12130	152
9	1	0,12282	1 15 2 30
108 —	92 —	0,12434	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
108g —	92g —	0,12434	3 46
			4 61
1	9	0,12586	5 76
			6 91
2	8	0,12738	7 106
			8 122
3	7	0,12890	9 137
4	6	0,13042	
5	5	0.13194	
6	4	0,13345	151
7	3	0,13496	1 15
			2 30
8	2	0,13648	3 45
			4 60
9	1	0,13799	5 76
			6 91
109 —	91 —	0,13950	7 106
			8 121
1	9	0,14100	9 136
2	8	0,14251	
3	7	0,14401	
4	6	0,14552	150
5	5	0,14702	1 15
			2 30
6	4	0,14852	3 45
			4 60
7	3	0,15002	5 75
			6 90
8	2	0,15152	7 105
			8 120
9	1	0,15301	9 135
110 —	90 —	0,15451	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
110g —	90g —	0,15451	149
1	9	0,15600	1 15
			2 30
2	8	0,15749	3 45
			4 60
3	7	0,15898	5 75
			6 89
4	6	0,16047	7 104
			8 119
5	5	0,16196	9 134
6	4	0,16344	
7	3	0,16493	148
8	2	0,16641	1 15
			2 30
9	1	0,16789	3 44
			4 59
111 —	89 —	0,16937	5 74
			6 89
1	9	0,17085	7 104
			8 118
2	8	8,17232	9 133
3	7	0,17379	
4	6	0,17527	
5	5	0,17674	147
6	4	0,17821	1 15
			2 29
7	3	0,17967	3 44
			4 59
8	2	0,18114	5 74
			6 88
9	1	0,18260	7 103
			8 118
112 —	88 —	0,18406	9 132

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
112g —	88g —	0,18406	146
1	9	0,18552	1 15 · 2 29 · 3 43 · 4 58 · 5 73 · 6 88 · 7 102 · 8 117 · 9 131
2	8	0,18698	
3	7	0,18844	
4	6	0,19989	
5	5	0,19134	
6	4	0,19279	145
7	3	0,19424	
8	2	0,19569	
9	1	0,19713	1 15 · 2 29 · 3 43 · 4 58 · 5 73 · 6 87 · 7 101 · 8 116 · 9 131
113 —	87 —	0,19857	
1	9	0,20001	
2	8	0,20145	
3	7	0,20289	
4	6	0,20433	144
5	5	0,20576	
6	4	0,20719	1 14 · 2 29 · 3 43 · 4 58 · 5 72 · 6 86 · 7 101 · 8 115 · 9 130
7	3	0,20862	
8	2	0,21004	
9	1	0,21147	
114 —	— 86	0,21289	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
114g —	86g —	0,21289	142
1	9	0,21431	1 14 · 2 28 · 3 43 · 4 57 · 5 71 · 6 85 · 7 99 · 8 114 · 9 128
2	8	0,21573	
3	7	0,21714	
4	6	0,21856	
5	5	0,21997	
6	4	0,22138	140
7	3	0,22279	
8	2	0,22419	1 14 · 2 28 · 3 42 · 4 56 · 5 70 · 6 84 · 7 98 · 8 112 · 9 126
9	1	0,22559	
115 —	85 —	0,22769	
1	9	0,22839	
2	8	0,22979	
3	7	0,23118	
4	6	0,23257	138
5	5	0,23396	1 14 · 2 28 · 3 41 · 4 55 · 5 69 · 6 83 · 7 97 · 8 110 · 9 124
6	4	0,23535	
7	3	0,23674	
8	2	0,28812	
9	1	0,23950	
116 —	84 —	0,24088	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
116g —	84g —	0,24088	136
1	9	0,24225	1 14 2 27 3 41 4 54 5 68 6 82 7 95 8 109 9 122
2	8	0,24363	
3	7	0,24500	
4	6	0,24636	
5	5	0,24773	
6	4	0,24909	
7	3	0,25045	134
8	2	0,25181	1 13 2 27 3 40 4 54 5 67 6 80 7 94 8 107 9 121
9	1	0,25317	
117 —	83 —	0,25452	
1	9	0,25587	
2	8	0,25722	
3	7	0,25857	
4	6	0,25991	132
5	5	0,26125	1 13 2 26 3 40 4 53 5 66 6 79 7 92 8 106 9 119
6	4	0,26259	
7	3	0,26393	
8	2	0,26526	
9	1	0,26659	
118 —	82 —	0,26791	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
118g —	82g —	0,26791	
1	9	0,26924	
2	8	0,27056	130
3	7	0,27188	1 13 2 26 3 39 4 52 5 65 6 78 7 91 8 104 9 117
4	6	0,24320	
5	5	0,27451	
6	4	0,27582	
7	3	0,27713	
8	2	0,27844	
9	1	0,27974	
119 —	81 —	0,28104	
1	9	0,28234	128
2	8	0,28363	1 13 2 26 3 38 4 51 5 64 6 77 7 90 8 102 9 115
3	7	0,28493	
4	6	0,28622	
5	5	0,28751	
6	4	0,28879	
7	3	0,29007	
8	2	0,29135	
9	1	0,29262	
120 —	80 —	0,29389	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
120g —	80g —	0,29389	126
1	9	0,29516	1 13 2 25 3 38 4 50 5 63 6 76 7 88 8 101 9 113
2	8	0,29642	
3	7	0,29769	
4	6	0,29895	
5	5	0.30021	
6	4	0,30147	
7	3	0,30272	124
8	2	0,30397	1 12 2 25 3 37 4 50 5 62 6 74 7 87 8 99 9 112
9	1	0,30521	
121 —	79 —	0,30645	
1	9	0,30769	
2	8	0,30893	
3	7	0,31016	
4	6	0,31139	122
5	5	0,31262	1 12 2 24 3 37 4 49 5 61 6 73 7 85 8 98 9 110
9	4	0,31385	
7	3	0 31507	
8	2	0,31628	
9	1	0,31750	
122 —	78 —	0,31871	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
122° —	78g —	0,31871	120
1	9	0,31992	1 12 2 24 3 36 4 48 5 60 6 72 7 84 8 96 9 108
2	8	0,32113	
3	7	0,32233	
4	6	0,32353	
5	5	0,32472	
6	4	0,32592	
7	3	0,32711	118
8	2	0,32829	1 12 2 24 3 35 4 47 5 59 6 71 7 83 8 94 9 106
9	1	0,32948	
123 —	77 —	0,33066	
1	9	0,33183	
2	8	0,33301	
3	7	0,33418	
4	6	0,33534	116
5	5	0,33651	1 12 2 23 3 35 4 46 5 58 6 70 7 81 8 93 9 104
6	4	0,33767	
7	3	0,33882	
8	2	0,33998	
9	1	0,34173	
124 —	76 —	0,34227	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
124g —	76g —	0,34227	114
1	9	0,34342	1 12 2 23
2	8	0,34456	3 34 4 46
3	7	0,34569	5 57 6 68
4	6	0,34683	7 80 8 91
5	5	0,34796	9 103
6	4	0,34908	
7	3	0,35021	212
8	2	0,35133	1 11 2 22
9	1	0,35244	3 34
125 —	75 —	0,35355	4 45 5 56
1	9	0,35466	6 67 7 78
2	8	0,35577	8 90 9 101
3	7	0,35687	
4	6	0,35797	
5	5	5,35906	110
6	4	0,36015	1 11 2 22
7	3	0,36124	3 33 4 44
8	2	0,36233	5 55 6 66
9	1	0,36341	7 77 8 88
126 —	74 —	0,36448	4 99

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
126g —	74g —	0,36448	108
1	9	0,36556	1 11 2 22
2	8	0,36663	3 32 4 43
3	7	0,36769	5 54 6 65
4	6	0,36876	7 76 8 86
5	5	0,36982	9 97
6	4	0,37087	
7	3	0,37192	104
8	2	0,37297	1 10 2 21
9	1	0,37402	3 31
127 —	73 —	0,37506	4 42 5 52
1	9	0,37609	6 62 7 73
2	8	0,37713	8 83 9 94
3	7	0,37816	
4	6	0,37918	
5	5	0,38020	100
6	4	0,38122	1 10 2 20
7	3	0,38224	3 30 4 40
8	2	0,38325	5 50 6 60
9	1	0,38425	7 70 8 80
128 —	72 —	0,38526	9 90

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
128g —	72g —	0,38526	
1	9	0,38626	
2	8	0,38725	98
3	7	0,38824	1 10 · 2 20 · 3 29 · 4 39 · 5 49 · 6 59 · 7 69 · 8 78 · 9 88
4	6	0,38923	
5	5	0,39022	
6	4	0,39120	
7	3	0,39217	
8	2	0,39314	
9	1	0,39411	
129 —	71 —	0,39508	94
1	9	0,39604	1 9 · 2 19 · 3 28 · 4 38 · 5 47 · 6 56 · 7 66 · 8 75 · 9 85
2	8	0,39700	
3	7	0,39795	
4	6	0,39890	
5	5	0,39984	
6	4	0,40078	
7	3	0,40172	
8	2	0,40265	
9	1	0,40358	
130 —	70 —	0,40451	

GRADI		sen φ cos φ	Δ p. p.
130g —	70g —	0,40451	
1	9	0,40543	
2	8	0,40635	90
3	7	0,40726	1 9 · 2 18 · 3 27 · 4 36 · 5 45 · 6 54 · 7 63 · 8 72 · 9 81
4	6	0,40817	
5	5	0,40908	
6	4	0,40998	
7	3	0,41087	
8	2	0,41177	
9	1	0,41266	
131 —	69 —	0,41354	86
1	9	0,41442	1 9 · 2 17 · 3 26 · 4 34 · 5 43 · 6 52 · 7 60 · 8 69 · 9 77
2	8	0,41530	
3	7	0,41617	
4	6	0,41704	
5	5	0,41790	
6	4	0,41876	
7	3	0,41962	
8	2	0,42047	
9	1	0,42132	
132 —	68 —	0.42216	

L'uso pure di questa tabella è semplicissimo, come apparirà dai seguenti esempi numerici.

Abbiasi (Tabella eidipsometrica, pag. 361).

$$\varphi = 101^{g}.20$$

$$D = 228.54.$$

Nella tabella suddetta di fronte all'angolo zenitale $101^{g}.20$ troviamo 0,01885 per cui avremo:

$$H = D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi = 228.54 \times 0.01885 = 4.30.$$

Se si avesse invece

$$\varphi = 101.7550$$

$$D = 122.80.$$

Nella colonna dei gradi e dei minuti primi di 10 in 10 abbiamo per

$$\varphi = 101^{g}70 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 0.02669$$

E nella tabelletta delle parti proporzionali o differenze:

per 5′	+	79
per 50″	+	79
	$\Sigma =$	0.027559

quindi

$$H = 122.80 \times 0.027559 = 3^{m}.39.$$

Abbiasi infine

$$D = 166.70$$

$$\varphi = 99^{g}.745.$$

Per $\varphi = 99.70$ si ha direttamente . . . . . 0.00471.

E nelle parti proporzionali

per 4′	63	
per 50″	79	
In uno a dedursi	709	— 709
		$\Delta =$ 0.004001

E quindi

$$H = 166^{m}.70 \times 0.004001 = 0^{m}.67.$$

346. Molti ingegneri posseggono *teodoliti* a divisione sessagesimale i quali potendo egualmente e bene essere impiegati per eseguire un rilevamento topografico in base ai processi proprii della moderna topografica, crediamo opportuno ed utile indicare come si possa fare capitale di un simile istrumento qualora si voglia appunto addottare nel detto rilevamento il metodo da noi esposto, sia allo scopo di usufruire di tutti i vantaggi al medesimo inerenti sia a quello di coordinare il nuovo lavoro con altro già eseguito mercè un Cleps-ciclo come appunto accadeva nell'esempio che ora addurremo.

Va da sè che dovrassi innanzi tutto rendere *anallatico* il cannocchiale annesso al teodolite e far munire il *reticolo* del medesimo di almeno *tre fili orizzontali* onde servirsi della stadia per la misurazione indiretta delle distanze trasformando in tal guisa l'istrumento in un *tacheometro* a divisione sessagesimale.

Sarebbe anche opportuno di provvedere l'istrumento di un *declinatore magnetico*, ma ciò non è come abbiamo già accennato parlando degli strumenti proprii della moderna topografia (Capitolo 3.° e 5.° della Parte IV) assolutamente necessario potendo, al caso, servirsi anche di una semplice *bussola* a mano. In mancanza di questo apparecchio sarà da seguirsi la norma di mettere sempre lo *zero* della graduazione del circolo orizzontale in corrispondenza dello *zero* del nonio relativo ogni qual volta che da una determinata stazione dobbiamo orientarci su quella immediatamente susseguente o precedente.

Ciò premesso addurremo qui appresso un esempio pratico perchè lo studioso abbia una guida per regolarsi in casi consimili e possa vedere, specialmente dopo quanto abbiamo precedentemente esposto al Capitolo 4.° della Parte V, come il procedimento sia facile e si possa quindi far capitale anche di un istrumento a divisione antica o sessagesimale.

La poligonale (7, 9, 11, 13, 15) i cui elementi sono stati registrati nel prospetto seguente (Libretto n.° 6) venne da noi rilevata mercè un vecchio *Istrumento livellatore* (tipo teodolite) della Ditta Starke e Kammerer di Vienna. Il circolo orizzontale era completo, il verticale constava di un semplice settore analogo a quello che si vede nella fig. 99, l'uno e l'altro a graduazione sessagesimale. Oltre di essere applicato ad un treppiede proprio primordiale l'istrumento non andava esente da altri difetti nati dal lungo uso e che sarebbe qui superfluo riferire, ma ai quali ge-

nericamente accenniamo perchè si abbia una spiegazione dei risultati non troppo precisi ottenuti col medesimo.

Fatto stazione sul picchetto n.° 7. individuato l'*orientamento avanti* (7-15) e rilevate poscia le stazioni successive 9, 11, 13 e 15 si determinò l'*orientamento indietro* (15-7) i cui elementi si trovano inscritti nel seguente Registro che proponiamo come modello per la registrazione dei dati relativi ad un rilievo eseguito con uno istrumento vecchio modello di cui ora appunto ci occupiamo ed il cui cannocchiale sia stato munito di un reticolo a soli tre fili orizzontali e reso previamente anallatico.

LIBRETTO (N. 6).

PER LA TRASCRIZIONE DEGLI ELEMENTI RELATIVI AD UN RILIEVO TOPOGRAFICO ESEGUITO CON UN ORDINARIO TEODOLITE MUNITO DI CANNOCCHIALE DISTANZIOMETRICO.

INDICAZIONI	Altezza dello istrumento	Numero d'ordine dei punti	ANGOLO Orizzontale θ	ANGOLO Verticale α	Direzione	LETTURA DEI FILI Estremi	LETTURA DEI FILI Assiale	Distanza obliqua D	Distanza orizzontale $D\cos^2\alpha$	Altezza verticale $H = D \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha$	DIFFERENZE In salita $H-h$	DIFFERENZE In discesa $h \pm H$	Quote	ANNOTAZIONI, CALCOLI E SCHIZZI
14 Dicembre 1883											+	—		Quota assoluta Z del picchetto N. 7 . . . . . = 22m.46 Altezza I dello istrumento = 1m.35
Stazione 5ª sul picchetto 7 (aja casa colonica . . .)	1.35												(22,46)	Quota del piano di livello = 23m.81
		15	359°.57'.30"	. . . . .	..	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . . .	. . . .	. . . .	. . . .	Orientamento avanti sul picchetto **15**
Intermedio fra 7 e 9 . . .	..	8	0°. 4'.30"	0°. 0'. 0"	..	143.90 3.90	73.90	140.00	140.00	. . . . .	. . . .	0.74	23,07	+ 1.35 — 0.74 = + 0.61
Luogo staz.e 6ª sul picchetto 9	..	9	0°. 3'.30"	0°.13'.30"	+	361.50 86 20	223.50	275.30	275.30	1.06	. . . .	1.17	22,64	+ 1.35 — 1.17 = + 0.18
Stazione 6ª sul picchetto 9 .	1.26												(22,64)	$Z + I$ = 22.64 + 1.26 = 23.90
		7	0°.15'.30"	0°.11'.15"	+	370.00 96.30	233.10	273.70	273.70	0.89	. . . .	1.44	. . . .	1.26 — 1.44 = — 0.18
Intermedio fra 9 e 7 . . .	..	8	0°.17'.co"	0°.00'.00"	..	153.40 19.50	86.70	133.90	133,90	. . . . .	. . . .	0.87	. . . .	1.26 — 0 87 = + 0.39
Intermedio fra 9 e 11 . . .	..	10	180°.00'.30"	»	..	193.00 73.70	133.30	119.30	119.30	. . . . .	. . . .	1.33	22,57	1.26 — 1 33 = — 0.07
Stazione 7ª sul picchetto 11 .	..	11	180°. 1'.30	»	..	289.80 62.70	176.20	227.10	227.10	. . . . .	. . . .	1.76	22,14	1.26 — 1.76 = — 0.50
15 Dicembre 1883														$Z + I$ = 22.14 + 1.22 = 23.36
Stazione 7ª sul picchetto 11 .	1.22												(22,14)	
Luogo stazione indietro . .	..	9	359°.13'.00"	0°.22'.30"	+	333.00 105.50	219.50	229.50	229.50	1.50	. . . .	0.69	. . . .	1.22 — 0.69 = + 0.53
Intermedio fra 11 e 9 . .	..	10	0°.52'.00"	0°.00'.00"	..	135.50 27.00	81.30	108.50	108.50	. . . . .	. . . .	0.81	. . . .	1.22 — 0.81 = + 0.41
Intermedio fra 11 e 13. . .	..	12	179°.18'.30"	0°.27'.00"	+	209.00 59.00	134.00	150.00	150.00	1.18	. . . . .	0.16	23,20	1.22 — 0 16 = + 1.06
Luogo stazione avanti . . .	..	13	179°.28'.00"	0°.22'.30"	+	331.50 35.20	183.00	296.30	296.30	1.94	0.11	. . . . .	23,47	1.22 + 0.11 = + 1.33

INDICAZIONI	Altezza dello istrumento	Numero d'ordine dei punti	ANGOLO Orizzontale θ	ANGOLO Verticale α	Direzione	LETTURA DEI FILI Estremi	LETTURA DEI FILI Assiale	Distanza assoluta D	Distanza orizzontale $D\cos^2\alpha$	Altezza verticale $H = D \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	DIFFERENZE In salita $H - h$	DIFFERENZE In discesa $h \pm H$	Quote	ANNOTAZIONI, CALCOLI E SCHIZZI
19 Dicembre 1883														$Z + I = 23\,47 + 1.25 = 24.72$
Stazione 8ª sul picchetto 13	1.25												(23,47)	
Luogo stazione indietro (7ª)	. .	11	359°.39′.30″	0°. 4′.30″	—	367.80 / 71.40	219 50	296.20	296.40	0.39	. . . . .	2.59	. . . .	1.25 — 2.59 = — 1.34
Intermedio fra 13 e 11 . .	. .	12	359°.37′.30″	0°.00′.00″	. .	224.50 / 77.20	151 30	146.70	146.70	. . . . .	. . . . .	1.51	. . . .	1.25 — 1.51 = — 0.26
Intermedio fra 13 e 15 . .	. .	14	179°.39′.30″	»	. .	233.50 / 98.50	165.00	134.00	134.00	. . . . .	. . . . .	1.66	23,06	1.25 — 1.66 = — 0.41
Luogo stazione avanti (9ª) .	. .	15	179°.28′.00″	0°.15′.00″	+	389.00 / 109.00	249.00	280.00	280.00	1.22	. . . . .	1.27	23,45	1.25 — 1.27 = — 0.02
20 Dicembre 1883														$Z + I = 23.45 + 1.28 = 24.73$
Stazione 9ª sul picchetto 15 (aja casa colonica Trombetti)	1.28												(23,45)	
		7	359°.29′.30″	. . . . .	. .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	Orientamento indietro sul picchetto 7.
Luogo stazione indietro . .	. .	13	359°.21′.30″	0°. 4′.30″	+	296.50 / 17.50	107.00	279.00	279.00	0.36	. . . . .	1.21	. . . .	1.28 — 1.21 = + 0.07
Intermedio fra 15 e 13 . .	. .	14	359°.10′.30″	0°.00′.00″	. .	236.70 / 92.40	161.50	144.30	144 30	. . . . .	. . . . .	1.65	. . . .	1.28 — 1.65 = — 0.37
Intermedio fra 15 e 17 . .	. .	16	179°.53′.30″	»	. .	155.30 / 35.30	95.30	120.00	120.00	. . . . .	. . . . .	0.95	23,78	1.28 — 9.95 = + 0.33
Luogo stazione avanti . . .	. .	17	179°.46′.30	0°. 6′.30″	+	300 00 / 52.50	176 00	247.50	247 50	0.47	. . . . ,	1.29	23,44	1.28 — 1.29 = — 0.01

Rilevato l'orientamento (7-15) non che il *camminamento* (7, 9, 11, 13, 15), od in altri termini il poligono chiuso (7, 9, 11, 13, 15, 7), si deve in campagna verificare se la operazione planimetrica è stata bene eseguita, ossia controllare le misure angolari esaminando se il poligono rilevato soddisfa alla proprietà inerente ai medesimi e di cui al § 47, ben inteso entro i limiti della prestabilita tolleranza.

Se facciamo quindi la somma degli angoli del poligono in esame, troviamo per risultato

$$540^{\circ} . 03' . 30''$$

con un eccesso di 3'.30", ossia in media 42" per angolo, risultato non certamente troppo buono, ma che era quanto si poteva ottenere coll'istrumento che si aveva sotto mano. Comunque sia, si aveva però la *comprovazione* che *errori* propriamente detti non ve n'erano all'infuori di quelli istrumentali o delle differenze dovute all'approssimazione che l'istrumento stesso poteva offrire.

Qualora adunque il nostro poligono si avesse dovuto rappresentare graficamente mercè gli angoli effettivamente misurati, sarebbe stato mestieri apportare ad ognuno di questi la suddetta correzione di 42" onde con tale *compensazione* ridurre il poligono a *chiudersi* perfettamente.

Ma nel caso in ispecie si trattava che il rilievo eseguito col suddetto istrumento dovevasi coordinare con altro determinato invece col cleps, per cui occorreva anzichè gli angoli compresi fra due lati consecutivi del poligono avere gli azimut dei lati stessi, e quindi era mestieri:

A) *trasformare* i gradi, minuti e secondi sessagesimali nei corrispondenti centesimali;

B) *invertire* il circolo orizzontale stantechè la graduazione dei comuni teodoliti procede nel senso in cui camminano le sfere di un orologio contrariamente cioè a quanto si verifica nei cerchi del Cleps.

Operazioni queste che naturalmente rientrano fra quelle di tavolo e che trovansi già eseguite, pel caso in ispecie, nel seguente prospetto.

TABELLA N. 26.

TABELLA 26.

Indicazioni 1	Angoli osservati N. 2	Angoli osservati Gradi 3	Differenze 4	Azimut del circolo 5	LATI Azimut θ 6	LATI Lunghezza K 7	ASCISSE (y = K cos θ) Parziali y Positive 8	ASCISSE (y = K cos θ) Parziali y Negative 9	ASCISSE (y = K cos θ) Totali Y 10	ORDINATE (x = k sen θ) Parziali x Positive 11	ORDINATE (x = k sen θ) Parziali x Negative 12	ORDINATE (x = k sen θ) Totali X 13	ANNOTAZIONI, CALCOLI E SCHIZZI
Linea principale (orientamento)													
Stazione 5ª	7			272.071					**8292.77**			**28843.14**	$\log k \cos\theta = 2{,}659578$
		0.046	199.485		272.117	1076.70							$\log \cos\theta = 9.627484$
id. 9ª	15	0.565		71.552			»	456.64		»	975.07		$\log k = 3.032094$
													$\log \operatorname{sen}\theta = 9.956940$
									7836.13			**27868.07**	$\log k \operatorname{sen}\theta = 2.989034$
Camminamento													
Stazione 5ª	7			272.071					**8292.77**			**28843.14**	2 066632
		(43) 399.935	(27) 200.222		272.01	273 90		(64) 116.58			(77) 247.85		9.629040
id. 6ª	9	(06) 399 713		72.308			»			»			2.437592
		(80) 199.972	(17) 399.102		272.29	227.30		(8) 96.14	8176.13		(67) 206.74	28595.37	9 956598
id. 7ª	11	(63) 0 870		71.425			»			»			2.394190
		(601) 200.593	(28) 0.213		272.03	296.70		(6) 126.20	8079 95		(43) 268.52	28388.70	1.982890
id. 8ª	13	(73) 0.380		71.653			»			»			9.624555
		(601) 200.593	(99) 399.883		272.25	278.50		(6) 117 50	7955.69		(20) 252.28	28120.27	2 357935
id. 9ª	15	(02) 0.710		71.552			»			»			9.957491
			(81) 199.420	199.481				(64) 456.42	**7836.13**		(07) 975.39	**27868.07**	2.315426
													2.101067
													9.628749
													2.472318
													9 956662
													2 428980
													2 070055
													9.625542
													2.444513
													9 957364
													2.401877
													$\sqrt{\overline{456.42}^2 + \overline{975.39}^2} = 1076.70$

A delucidazione di questo prospetto e per quanto risguarda gli elementi angolari in esso registrati, occorre richiamare il precedente. Se consideriamo (Registro n.° 6) l'*orientamento* (7—15): noi vediamo che dal punto 7 collimando al 15 si è letto, al circolo orizzontale del teodolite, l'angolo 359°.57′.30″; se questo circolo avesse avuto la graduazione procedente in senso inverso si sarebbe naturalmente letto invece l'altro angolo 2′.30″, complemento del primo surriferito, che trasformato in misura centesimale dà $0^{g}.046$ come vedesi registrato nella colonna 2.ª della tabella n.° 26. Analogamente dalla stazione 9.ª sul picchetto 15 collimando indietro all'altro estremo dell'orientamento, ossia al picchetto 7, abbiamo letto al circolo orizzontale l'angolo 359°.29′.30″ ed invertendo la graduazione 30′.30″, che trasformato in misura centesimale si cangia nell'altro equivalente $0^{g}.565$ registrato nella suddetta colonna 2.ª della stessa tabella n.° 26. Eseguite queste semplici operazioni anche relativamente al *camminamento*, tutte le altre rientrano fra quelle che abbiamo indicato in tutti i suoi particolari nel Capitolo IV della Parte V, riferibilmente ad altra poligonale, ed al Capitolo precedente. Avvertiamo soltanto che i numeri fra parentesi nelle finche 3, 4, 9 e 12 (tabella n.° 26) sono le correzioni apportate tanto alle misure angolari che alle distanze ortogonali giusta le norme date ai capitoli succitati. L'angolo poi $272^{g}.071$ della colonna 5 di fronte alla *stazione* 5.ª non è che l'azimut del diametro 0°—180° del circolo orizzontale del teodolite nella stazione suddetta, ossia di quanto lo zero di detto diametro si trovava spostata nella stazione sul picchetto 7 relativamente alla direzione della *meridiana*, ossia alla direzione che il detto diametro aveva nelle stazioni precedenti alle quali doveva coordinarsi la poligonale in esame. Nella colonna ultima si è anche indicato il modo secondo il quale è conveniente disporre le calcolazioni delle due note formate $y = K \cos 0$ ed $x = K \operatorname{sen} 0$ per passare dalle coordinate polari alle corrispondenti ortogonali.

Così per determinare le coordinate ortogonali parziali del punto 15 per rispetto agli assi ortogonali passanti sul punto 7, i cui dati sono registrati nelle colonne 6 e 7, si disporrà il logaritmo di K (comune ad entrambe le formule suddette) e quelli di $\cos 0$ e $\operatorname{sen} 0$ nel modo indicato nella finca ultima e ciò a risparmio di tempo.

Si è già detto che l'istrumento che servì al rilevamento della poligonale in esame era a divisione sessagesimale ed inoltre, ag-

giungiamo ora, in luogo della distanza zenitale somministrava l'angolo di elevazione o di depressione all'orizzonte. In questo caso speciale sappiamo già (§ 202) che le formule che dànno la distanza orizzontale K e l'altezza H sono le seguenti:

$$K = D \overline{\cos}^2 . \alpha$$

$$H = D \operatorname{sen} . \alpha \cos \alpha$$

indicando al solito con α l'angolo di elevazione o di depressione della linea di collimazione del cannocchiale sull'orizzonte passante pel centro del circolo verticale. Per calcolare le formule suddette servono utilmente le tavole numeriche da pag. 668 a pag. 677, che si estendono per 40° sopra e sotto l'orizzonte e somministrano i valori di $\overline{\cos}^2 \alpha$ e di $\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$ direttamente di 5 in 5 minuti primi. Per valori intermedi vi sono interpolate le differenze registrate nella colonna intestata *diff.*

TABELLA N. 27.

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
0°,—	1,00000		— —		2°,—	0,99878		0,03488	
		—		145			10		145
5′	1,00000		0,00145		5′	0,99868		0,03633	
		1		146			11		145
10′	0,99999		0,00291		10′	0,99857		0,03778	
		1		145			11		145
15′	0,99998		0,00436		15′	0,99846		0,03923	
		1		146			12		145
20′	0,99997		0,00582		20′	0,99834		0,04068	
		2		145			12		145
25′	0,99995		0,00727		25′	0,99822		0,04213	
		3		146			12		145
30′	0,99992		0,00873		30′	0,99810		0,04358	
		2		145			13		145
35′	0,99990		0,01018		35′	0,99797		0,04503	
		4		145			13		144
40′	0,99986		0,01163		40′	0,99784		0,04647	
		3		146			14		145
45′	0,99983		0,01309		45′	0,99770		0,04792	
		4		145			14		145
50′	0,99979		0,01454		50′	0,99756		0,04937	
		5		146			15		145
55′	0,99974		0,01600		55′	0,99741		0,05082	
		4		145			15		144
1°,—	0,99970		0,01745		3°,—	0,99726		0,05226	
		6		145			15		145
5′	0,99964		0,01890		5′	0,99711		0,05371	
		5		146			16		145
10′	0,99959		0,02036		10′	0,99695		0,05516	
		7		145			16		144
15′	0,99952		0,02181		15′	0,99679		0,05660	
		6		145			17		145
20′	0,99946		0,02326		20′	0,99662		0,05805	
		7		146			17		144
25′	0,99939		0,02472		25′	0,99645		0,05949	
		7		145			18		144
30′	0,99932		0,02617		30′	0,99627		0,06093	
		8		145			18		145
35′	0,99924		0,02762		35′	0,99609		0,06238	
		9		145			18		144
40′	0,99915		0,02907		40′	0,99591		0,06382	
		8		145			19		144
45′	0,99907		0,03052		45′	0,99572		0,06526	
		9		146			19		144
50′	0,99898		0,03198		50′	0,99553		0,06670	
		10		145			20		145
55′	0,99888		0,03343		55′	0,99533		0,06815	
		10		145			20		144
2°,—	0,99878		0,03488		4°,—	0,99513		0,06959	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\text{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\text{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
4°,—	0,99513		0,06959		6°,—	0,98907		0,10396	
		20		144			30		142
5′	0,99493		0,07103		5′	0,98877		0,10538	
		21		144			31		142
10′	0,99472		0,07247		10′	0,98846		0,10680	
		21		143			31		142
15′	0,99451		0,07390		15′	0,98815		0,10822	
		22		144			32		142
20′	0,99429		0,07534		20′	0,98783		0,10964	
		22		144			32		142
25′	0,99407		0,07678		25′	0,98751		0,11106	
		23		144			32		142
30′	0,99384		0,07822		30′	0,98719		0,11248	
		23		143			33		141
35′	0,99361		0,07965		35′	0,98686		0,11389	
		23		144			34		142
40′	0,99338		0,08109		40′	0.98652		0,11531	
		24		143			34		141
45′	0,99314		0,08252		45′	0,98618		0,11672	
		24		144			34		142
50′	0,99290		0,08396		50′	0,98584		0,11814	
		25		143			34		141
55′	0,99265		0,08539		55′	0,98550		0,11955	
		25		143			35		141
5°,—	0,99240		0,08982		7°,—	0,98515		0,12096	
		25		144			36		141
5′	0,99215		0,08826		5′	0,98479		0,12237	
		26		143			35		141
10′	0,99189		0,08969		10′	0,98444		0,12378	
		26		143			37		141
15′	0,99163		0,09112		15′	0,98407		0,12519	
		27		143			36		141
20′	0,99136		0,09255		20′	0,98371		0,12660	
		27		143			37		140
25′	0,99109		0,09398		25′	0,98334		0,12800	
		28		142			38		141
30′	0,99081		0,09540		30′	0,98296		0,12941	
		28		143			38		140
35′	0,99053		0,09683		35′	0.98258		0 13081	
		28		143			38		141
40′	0,99025		0.09826		40′	0,98220		0,13222	
		29		142			38		140
45′	0 98996		0,09968		45′	0,98182		0,13362	
		29		143			40		140
50′	0,98967		0,10111		50′	0,98142		0,13502	
		30		143			39		140
55′	0,98937		0,10253		55′	0,98103		0,13642	
		30		143			40		140
6°,—	0,98907		0,10396		8°,—	0,98063		0,13782	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
8°,—	0,98063		0,13782		10°,—	0,96985		0,17101	
		40		140			50		137
5′	0,98023		0,13922		5′	0,96935		0,17238	
		41		139			51		136
10′	0,97982		0,14061		10′	0,96884		0,17374	
		41		140			50		136
15′	0,97941		0,14201		15′	0,96834		0,17510	
		42		139			52		137
20′	0,97899		0,14340		20′	0,99782		0,17647	
		41		140			51		136
25′	0,97858		0,14480		25′	0,96731		0,17783	
		43		139			52		135
30′	0,97815		0,14619		30′	0,96679		0,17918	
		42		139			52		136
35′	0,97773		0,14758		35′	0,96627		0,18054	
		44		139			53		136
40′	0,97729		0,14897		40′	0,96574		0,18190	
		43		138			53		135
45′	0,97686		0,15035		45′	0,96521		0,18325	
		44		139			54		135
50′	0,97642		0,15174		50′	0,96467		0,18460	
		44		138			54		135
55′	0,97598		0,15312		55′	0,96413		0,18595	
		45		139			54		135
9°,—	0,97553		0,15451		11°,—	0,96359		0,18730	
		45		138			54		135
5′	0,97508		0,15589		5′	0 96305		0,18865	
		46		138			56		135
10′	0,97462		0,15727		10′	0,96249		0,19000	
		46		138			55		134
15′	0,97416		0,15865		15′	0,96194		0,19134	
		46		138			56		134
20′	0,97370		0,16003		20′	0,96138		0,19268	
		47		138			56		135
25′	0,97323		0,16141		25′	0,96082		0,19403	
		47		137			57		134
30′	0,97276		0,16278		30′	0,69025		0,19537	
		48		138			57		133
35′	0,97228		0,16416		35′	0,95968		0,19670	
		48		137			57		134
40′	0,97180		0,16553		40′	0,95911		0,19804	
		48		137			58		133
45′	0,97132		0,16690		45′	0,95853		0,19937	
		49		137			58		134
50′	0.97083		0,16827		50′	0,95795		0,20071	
		49		137			59		133
55′	0,97034		0,16964		55′	0,95736		0,20204	
		49		137			59		133
10°,—	0,96985		0,17101		12°,—	0,95677		0,20337	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
12°,—	0,95677		0,20337		14°,—	0,94147		0,23474	
		59		133			68		128
5′	0,95618		0,20470		5′	0,94079		0,23602	
		60		132			69		128
10′	0,95558		0,20602		10′	0,94010		0,23730	
		60		133			69		128
15′	0,95498		0,20735		15′	0,93941		0,23858	
		60		132			70		128
20′	0,95438		0,20867		20′	0,93871		0,23986	
		61		132			70		127
25′	0,95377		0,20999		25′	0,93801		0,24113	
		62		132			70		127
30′	0,95315		0,21131		30′	0,93731		0,24240	
		61		132			71		128
35′	0,95254		0,21263		35′	0,93660		0,24368	
		62		131			71		126
40′	0,95192		0,21394		40′	0,93589		0,24494	
		63		132			71		127
45′	0,95129		0,21526		45′	0,93518		0,24621	
		63		131			72		127
50′	0,95066		0,21657		50′	0,93446		0,24748	
		63		131			72		126
55′	0,95003		0,21788		55′	0,93374		0,24874	
		63		131			73		126
13°,—	0,94940		0,21919		15°,—	0,93301		0,25000	
		64		130			73		126
5′	0,94876		0,22049		5′	0,93228		0,25126	
		65		131			73		126
10′	0,94811		0,22180		10′	0,93155		0,25252	
		64		130			74		125
15′	0,94747		0,22310		15′	0,93081		0,25377	
		65		130			74		125
20′	0,94682		0,22440		20′	0,93007		0,25502	
		66		130			74		125
25′	0,94616		0,22570		25′	0,92933		0,25627	
		66		130			75		125
30′	0,94550		0,22700		30′	0,92858		0,25752	
		66		129			75		124
35′	0,94484		0,22829		35′	0,92783		0,25876	
		66		129			75		125
40′	0,94418		0,22958		40′	0,92708		0,26001	
		67		129			76		124
45′	0,94351		0,23087		45′	0,92632		0,26125	
		68		129			76		124
50′	0,94283		0,23216		50′	0,92556		0,26249	
		68		129			77		124
55′	0,94215		0,23345		55′	0,92479		0,26373	
		68		129			77		123
14°,—	0,94147		0,23474		16°,—	0,92402		0,26496	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
16°,—	0,92402		0,26496		18°,—	0,90451		0,29389	
		77		123			86		118
5′	0,92325		0,26619		5′	0,90365		0,29507	
		77		123			86		117
10′	0,92248		0,26742		10′	0,90279		0,29624	
		78		123			86		117
15′	0,92170		0,26865		15′	0,90193		0,29741	
		79		123			87		117
20′	0,92091		0,26988		20′	0,90106		0,29858	
		78		122			87		116
25′	0,92013		0,27110		25′	0,90019		0,29974	
		79		122			87		117
30′	0,91934		0,27232		30′	0,89932		0,30091	
		80		122			88		116
35′	0,91854		0,27354		35′	0,89844		0,30207	
		80		121			88		116
40′	0,91774		0,27475		40′	0,89756		0,30323	
		80		122			88		115
45′	0,91694		0 27597		45′	0,89668		0,30438	
		80		121			89		115
50′	0,91614		0,27718		50′	0,89579		0,30553	
		81		121			89		115
55′	0,91533		0,27839		55′	0,89490		0,30668	
		81		121			89		115
17°,—	0,91452		0,27960		19°,—	0,89401		0,30783	
		82		120			90		115
5′	0,91370		0,28080		5′	0,89311		0,30898	
		81		120			90		114
10′	0,91289		0,28200		10′	0,89221		0,31012	
		83		120			91		114
15′	0,91206		0,28320		15′	0,89130		0,31126	
		82		120			90		113
20′	0,91124		0,28440		20′	0,89040		0,31239	
		83		120			91		114
25′	0,91041		0,28560		25′	0,88949		0,31353	
		83		119			92		113
30′	0,90958		0,28679		30′	0,88857		0.31466	
		84		119			91		113
35′	0,90874		0,28798		35′	0,88766		0,31579	
		84		119			92		113
40′	0,90790		0,28917		40′	0,88674		0,31692	
		84		118			93		112
45′	0,90706		0;29035		45′	0,88581		0,31804	
		85		118			92		112
50′	0,90621		0,29153		50′	0,88489		0,31916	
		85		118			93		112
55′	0,60536		0,29271		55′	0,88396		0,32028	
		85		118			94		111
18°,—	0,90451		0,29389		20°,—	0,88302		0,32139	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
20°,—	0,88302		0,32139		22°,—	0,85967		0,34733	
		93		112			101		104
5′	0,88209		0,32251		5′	0,85866		0,34837	
		94		111			102		105
10′	0,88115		0,32362		10′	0,85764		0,34942	
		95		110			101		103
15′	0,88020		0,32472		15′	0,85663		0,35045	
		94		111			103		104
20′	0,87926		0,32583		20′	0,85560		0,35149	
		95		110			102		103
25′	0,87831		0,32693		25′	0,85458		0,35252	
		96		110			103		103
30′	0,87735		0,32803		30′	0,85355		0,35355	
		95		110			103		103
35′	0,87640		0,32913		35′	0,85252		0,35458	
		96		109			103		102
40′	0,87544		0,33022		40′	0,85149		0,35560	
		96		109			104		103
45′	0,87448		0,33131		45′	0,85045		0,35663	
		97		109			103		101
50′	0,87351		0,33240		50′	0,84942		0,35764	
		97		108			105		102
55′	0,87254		0,33348		55′	0,84837		0,35866	
		97		109			104		101
21°,—	0,87157		0,33457		23°,—	0,84733		0,35967	
		97		107			105		101
5′	0,87060		0,33564		5′	0,84628		0,36068	
		98		108			105		100
10′	0,86962		0,33672		10′	0,84523		0,36168	
		98		108			105		101
15′	0,86864		0,33780		15′	0,84418		0,36269	
		99		107			106		100
20′	0,86765		0,33887		20′	0,84312		0,36369	
		98		106			106		99
25′	0,86667		0,33993		25′	0,83206		0,36463	
		99		107			106		100
30′	0,86568		0,34100		30′	0,84100		0 36568	
		100		106			107		99
35′	0,86468		0,34206		35′	0,83993		0,36667	
		99		106			106		98
40′	0,86369		0,34312		40′	0,83887		0,36765	
		100		106			107		99
45′	0,86269		0,34418		45′	0,83780		0,36864	
		101		105			108		98
50′	0,86168		0,34523		50′	0,83672		0,36962	
		100		105			108		98
55′	0,86068		0,34628		55′	0,83564		0,37040	
		101		105			107		97
22°,—	0,85967		0,34733		24°,—	0,83457		0,37157	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
24°,—	0,83457		0,37157		26°,—	0,80783		0,39401	
		109		97			115		89
5′	0,83348		0,37254		5′	0,80668		0,39490	
		108		97			115		89
10′	0,83240		0,37351		10′	0,80553		0,39579	
		109		97			115		89
15′	0,83131		0,37448		15′	0,80438		0,39668	
		109		96			115		88
20′	0,83022		0,37544		20′	0,80323		0,39756	
		109		96			116		88
25′	0,82913		0,37640		25′	0,80207		0,39844	
		110		95			116		88
30′	0,82803		0,37735		30′	0,80091		0,39932	
		110		96			117		87
35′	0,82693		0,37831		35′	0,79974		0,40019	
		110		95			116		87
40′	0,82583		0,37926		40′	0,79858		0,40106	
		111		94			117		87
45′	0,82472		0,38020		45′	0,79741		0,40193	
		110		95			117		86
50′	0,82362		0,38115		50′	0,79624		0,40279	
		111		94			117		86
55′	0,82251		0,38209		55′	0,79507		0,40365	
		112		93			118		86
25°,—	0,82139		0,38302		27°,—	0,79389		0,40451	
		111		94			118		85
5′	0,82028		0,38396		5′	0,79271		0,40536	
		112		93			118		85
10′	0,81916		0,38489		10′	0,79153		0,40621	
		112		92			118		85
15′	0,81804		0,38581		15′	0,79035		0,40706	
		112		93			118		84
20′	0,81692		0,38674		20′	0,78917		0,40790	
		113		92			119		84
25′	0,81579		0,38766		25′	0,78798		0,40874	
		113		91			119		84
30′	0,81466		0,38857		30′	0,78679		0,40958	
		113		92			119		83
35′	0,81353		0,38949		35′	0,78560		0,41041	
		114		91			120		83
40′	0,81239		0,39040		40′	0,78440		0,41124	
		113		90			120		82
45′	0,81126		0,39130		45′	0,78320		0,41206	
		114		91			120		83
50′	0,81012		0,39221		50′	0,78200		0,41289	
		114		90			120		81
55′	0,80898		0,39311		55′	0,78080		0,41370	
		115		90			120		82
26°,—	0,80783		0,39401		28°,—	0,77960		0,41452	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
28°,—	0,77960		0,41452		30°,—	0,75000		0,43301	
		121		81			126		73
5′	0,77839		0,41533		5′	0,74874		0,43374	
		121		81			126		72
10′	0,77718		0,41614		10′	0,74748		0,43446	
		121		80			127		72
15′	0,77597		0,41694		15′	0,74621		0,43518	
		122		80			127		71
20′	0,77475		0,41774		20′	0,74494		0,43589	
		121		80			126		71
25′	0,77354		0,41854		25′	0,74368		0,43660	
		122		80			128		71
30′	0,77232		0,41934		30′	0,74240		0,43731	
		122		79			127		70
35′	0,77110		0,42013		35′	0,74113		0,43801	
		122		78			127		70
40′	0,76988		0,42091		40′	0,73986		0,43871	
		123		79			128		70
45′	0,76865		0,42170		45′	0,73858		0,43941	
		123		78			128		69
50′	0,76742		0,42248		50′	0,73730		0,44010	
		123		77			128		69
55′	0,76619		0,42325		55′	0,73602		0,44079	
		123		77			128		68
29°,—	0,76496		0,42402		31°,—	0,73474		0,44147	
		123		77			129		68
5′	0,76373		0,42479		5′	0,73345		0,44215	
		124		77			129		68
10′	0,76249		0,42556		10′	0,73216		0,44283	
		124		76			129		68
15′	0,76125		0,42632		15′	0,73087		0,44351	
		124		76			129		67
20′	0,76001		0,42708		20′	0,72958		0,44418	
		125		75			129		66
25′	0,75876		0,42783		25′	0,72829		0,44484	
		124		75			129		66
30′	0,75752		0,42858		30′	0,72700		0,44550	
		125		75			130		66
35′	0,75627		0,42933		35	0,72570		0,44616	
		125		74			130		66
40′	0,75502		0,43007		40′	0,72440		0,44682	
		125		74			130		65
45′	0,75377		0,43081		45′	0,72310		0,44747	
		125		74			130		64
50′	0,75252		0,43155		50′	0,72180		0,44811	
		126		73			131		65
55′	0,75126		0,43228		55′	0,72049		0,44876	
		126		73			130		64
30°,—	0,75000		0,43301		32°,—	0,71919		0,44940	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
32°,—	0,71919		0,44940		34°,—	0,68730		0,46359	
		131		63			135		54
5′	0,71788		0,45003		5′	0,68595		0,46413	
		131		63			135		54
10′	0,71657		0,45066		10′	0,68460		0,46467	
		131		63			135		54
15′	0,71526		0,45129		15′	0,68325		0,46521	
		132		63			135		53
20′	0,71394		0,45192		20′	0,68190		0,46574	
		131		62			136		53
25′	0,71263		0,45254		25′	0,68054		0,46627	
		132		61			136		52
30′	0,71131		0,45315		30′	0,67918		0,46679	
		132		62			135		52
35′	0,70999		0,45377		35′	0,67783		0,46731	
		132		61			136		51
40′	9,70867		0,45438		40′	0,67647		0,46782	
		132		60			137		52
45′	0,70735		0,45498		45′	0,67510		0,46834	
		133		60			136		50
50′	0,70602		0,35558		50′	0,67374		0,46884	
		132		60			136		51
55′	0,70470		0,45618		55′	0,67238		0,46935	
		133		59			137		50
33°,—	0,70337		0,45677		35°,—	0,67101		0,46985	
		133		59			137		49
5′	0,70204		0,45736		5′	0,66964		0,47034	
		133		59			137		49
10′	0,70071		0,45795		10′	0,66827		0,47083	
		134		58			137		49
15′	0,69937		0,45853		15′	0,66690		0,47132	
		133		58			137		48
20′	0,69804		0,45911		20′	0,66553		0,47180	
		134		57			137		48
25′	0,69670		0,45968		25′	0,66416		0,47228	
		133		57			138		48
30′	0,69537		0,46025		30′	0,66278		0,47276	
		134		57			137		47
35′	0,69403		0,46082		35′	0,66141		0,47323	
		135		56			138		47
40′	0,69268		0,46138		40′	0,66003		0,47370	
		134		56			138		46
45′	0,69134		0,46194		45′	0,65865		0,47416	
		134		55			138		46
50′	9,69000		0,46249		50′	0,65727		0,47462	
		135		56			138		46
55′	0,68865		0,46305		55′	0,65589		0,47508	
		135		54			138		45
34°,—	0,68730		0,46359		36°,—	0,65451		0,47553	

Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.	Gradi	$\cos^2\alpha$	Diff.	$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$	Diff.
36°,—	0,65451		0,47553		38°,—	0,62096		0,48515	
		139		45			141		35
5′	0,65312		0,47598		5′	0,61955		0,48550	
		138		44			141		34
10′	0,65174		0,47642		10′	0,6.814		0,48584	
		139		44			142		34
15′	0,65035		0,47686		15′	0,61672		0,48618	
		138		43			141		34
20′	0,64897		0,47729		20′	0,61531		0,48652	
		139		44			142		34
25′	0,64758		0,47773		25′	0,61389		0,48686	
		139		42			141		33
30′	0,64619		0,47815		30′	0,61248		0,48719	
		139		43			142		32
35′	0,64480		0,47858		35′	0,61106		0,48751	
		140		41			142		32
40′	0,64340		0,47899		40′	0,60964		0,48783	
		139		42			142		32
45′	0,64201		0,47941		45′	0,60822		0,48815	
		140		41			142		31
50′	0,64061		0,47982		50′	0,60680		0,47846	
		139		41			142		31
55′	0,63922		0,48023		55′	0,60538		0,48877	
		140		40			142		30
37°,—	0,63782		0,48063		39°,—	0,60396		0,48907	
		140		40			143		30
5′	0,63642		0.48103		5′	0,60253		0,48937	
		140		39			142		30
10′	0,63502		0,48142		10′	0,60111		0,48967	
		140		40			143		29
15′	0.63362		0,48182		15′	0,59968		0,48996	
		140		38			142		29
20′	0,63222		0,48220		20′	0,59926		0,49025	
		141		38			143		28
25′	0,63081		0,48258		25′	0,59683		0,49053	
		140		38			143		28
30′	0,62941		0,45296		30′	0,59540		0,49081	
		141		38			142		28
35′	0,62800		0,48334		35′	0,59398		0,49109	
		140		37			143		27
40′	0,62660		0,43371		40′	0,59255		0,49136	
		141		36			143		27
45′	0,62519		0,48407		45′	0,59112		0,49163	
		141		37			143		26
50′	0,62378		0,48444		50′	0,58969		0,49189	
		141		35			143		26
55′	0,62237		0,48479		55′	0,58826		0,49215	
		141		36			144		25
38°,—	0,62096		0,48515		40°,—	0,58682		0,49240	

Prima di indicare il modo di usare delle sopre riportate tavole numeriche esaminiamo di nuovo il Registro n.° *6*, ed ora per ciò che si riferisce alle distanze.

Vediamo che la distanza fra i picchetti 7 e 9 determinata dal 7 collimando al 9 è risultata di m. 275.30, mentre dal 9 collimando al 7 la stessa distanza è invece riuscita di m. 273.70, differenza invero un po' forte, e che quindi accenna ad un errore di lettura, infatti: se noi sommiamo le due distanze del punto intermedio 8 dai due anzidetti, noi troviamo per valore della lunghezza fra le due stazioni in esame m. 273.90 che molto si approssima al secondo risultato sopra riportato, valore quindi che possiamo ritenere soddisfacente se si riflette alla notevole distanza a cui erano state assunte le stazioni 5.ª e 6.ª suddette. Ed è appunto questo ultimo valore, ossia quello dato dal punto intermedio che figura nella tabella n.° *26* nella finca settima. Analogamente si dica per le altre lunghezze dei lati registrate nella finca suddetta. Essendosi fatto uso nel rilievo della poligonale in esame di una stadia al centimetro (§ 196) non è possibile a si rilevante distanza che frazionarla in modo grossolano, da ciò le differenze un po' sensibili nella determinazione delle distanze in discorso, per cui non sarà mai abbastanza raccomandato di contenere le distanze fra due stazioni in limiti sensibilmente inferiori e sempre al disotto dei 200 metri, in ispecie usando stadie al centimetro e per dippiù cannocchiali di mediocre o piccolo ingrandimento come in generale lo sono quelli annessi ai goniometri di vecchio modello.

Ciò premesso veniamo ora alla calcolazione delle due formule succitate e quindi alla determinazione della differenza di livello fra le due stazioni e delle quote assolute alle medesime relative.

Esaminiamo ancora i due punti 7 e 9.

Sappiamo già che per le determinazioni suddette occorre in precedenza ottenere i valori delle due quantità h ed H (§ 200, 201, 202). Dal punto 7 battendo il 9 abbiamo:

$$h = 2.23.$$

In quanto ad H essa sarà dato da:

$$H = D \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha = 273.90 \operatorname{sen} 0°.13'.30'' \cos 0°.13'.30''$$

$$= 273{,}90 \times 0{,}00387 = 1.06.$$

Infatti: dalle tavole succitate si ha per

$$0°.10' = 0.00291$$

per

$$5' = 0.00145$$

e quindi si istituisce la proporzione seguente:

$$5' : 145 :: 3'.30'' : x = 0.00096$$

e per ciò:

$$0°.13'.30'' = 0.00291 + 0.00096 = 0.00387$$

che rappresenta il coefficiente pel quale si deve moltiplicare la distanza assoluta $D = 273.90$ per aversi l'altezza H.

E qui cade opportuna un'altra avvertenza. Quando l'istrumento, come nel caso in ispecie, non dà la distanza zenitale, ma invece l'angolo di elevazione o di depressione della visuale sull'orizzonte è necessario indicare col segno (+) gli angoli di elevazione e col segno (—) invece quelli di depressione, avvertenza della massima importanza per non cadere in seri equivoci ed errori nella determinazione delle differenze di livello.

I segni adunque (+) o (—) che figurano nella colonna sesta della tabella n.° 24 intestata *direzione* stanno appunto ad indicare se l'angolo a cui i medesimi si riferiscono sono di elevazione o di depressione all'orizzonte.

Ciò premesso, relativamente al punto 9 battuto dal 7 noi abbiamo:

$$h = 2.23 \text{ ed } H = 1.06$$

ed essendo α positiva avremo:

$$h - H = 1.17$$

che ci rappresenterà di quanto il punto 9 si trovava al dissotto del piano di livello passante pel centro del circolo verticale, e siccome l'altezza dello istrumento risulta di 1.35, nella differenza

$$1.35 - 1.17 = 0.18$$

avremo evidentemente la differenza di livello fra i due punti 7 e 9 ossia di quanto il punto 9 è più elevato del punto 7.

Relativamente poi al punto 7 battuto dal 9 abbiamo invece, come è indicato nel registro succitato

$$h = 2{,}33. \quad H = 0.89$$

e quindi

$$h - H = 1.44$$

che rappresenta l'altezza del punto 7 sotto il piano di traccia passante pel centro del circolo verticale nella stazione sul picchetto 9, e siccome l'altezza dello istrumento in questa stazione si è di m. 1.26, così la differenza:

$$1.26 - 1.44 = -0.18$$

ci darà evidentemente e di nuovo la differenza di livello fra i due punti 7 e 9 in esame, ed avendosi poi l'identità fra i due risultati avremo una *comprovazione* della esattezza dell'operazione eseguita riferibilmente alla parte altimetrica.

Ma un'altra comprovazione o verifica la possiamo avere confrontando i risultati avuti relativamente al *punto intermedio* 8 battuto tanto dalla stazione sul picchetto 7 che da quella sul picchetto 9.

Infatti: pel punto 8 stando sul 7 abbiamo, come risulta dal registro (n.° 6)

$$h = -0.74; \quad H = 0$$

e quindi:

$$1.35 - 0.74 = +0.61$$

invece per lo stesso *punto intermedio* 8 battuto dal picchetto 9 si è avuto:

$$h = -0.87; \quad H = 0$$

e quindi

$$1.26 - 0.87 = 0.39$$

facendo la differenza otteniamo 0.22 anzichè 0.18 per differenza di livello dei due punti 7 e 9. Se si riflette che la distanza che separa questi due punti si è di m. 273.90 la disparità è cosa trascurabile e starà al criterio dell'operatore, dipendentemente da tante circostanze, l'addottare piuttosto l'uno che l'altro valore o la media dei medesimi.

Avvertiamo poi che per aversi il valore di h basterà dal numero indicante la *lettura assiale* trasportare la virgola di due ordini da destra verso sinistra.

Le operazioni aritmetriche più sopra eseguite e che si veggono riportate nel registro succitato nella colonna ultima delle *annotazioni*, vengono eseguite in campagna stazione per stazione onde essere sicuri che le operazioni sia planimetriche che altimetriche procedono regolarmente entro i limiti di tolleranza ammessi. Qualora poi si riscontrassero nei singoli risultati delle discrepanze eccedenti le prestabilite tolleranze e quindi accennassero ad errori propriamente detti, va da sè che si dovranno ripetere quelle operazioni che si crederanno opportune per eliminare i riscontrati errori, tutto dovendo venire *comprovato* e poscia *compensato*.

Nel registro suddetto non abbiamo riportato che gli elementi relativi alle singole stazioni ommettendo per ciò tutti gli altri relativi ai *punti di dettaglio* rilevati per ciascuna stazione e che si devono quindi intendere intercalati fra l'una e l'altra stazione.

In quanto poi alle quote assolute dei singoli punti di stazione e di quelli di dettaglio la loro determinazione è cosa delle più semplici. Così sul punto 9 e per quelli di dettaglio rilevati dalla stazione 5.ª sul picchetto 7 basterà nella colonna intestata *annotazioni* calcolare la *quota del piano di livello* ed a questa aggiungere algebricamente, mentalmente e mano a mano i valori di $H - h$, od $h + H$ dati dalle due penultime finche, ed i risultati in tal modo ottenuti, inscriverli nell'ultima finca intestata appunto *Quote*, come vedesi praticato nel registro succitato limitatamente ai punti di stazione e punti intermedii, non essendosi, come si disse, riportati quelli di dettaglio giacchè sarebbe riuscito superfluo, procedendosi per questi in tutto conformemente che pei punti di stazione, tranne che per le verifiche e compensazioni, operazioni queste che pei medesimi non possono effettuarsi e che nemmeno occorrono.

Avvertiamo da ultimo che per maggiore semplificazione non abbiamo, per le quote altimetriche, riportate nell'apposita colonna i valori *medi* delle medesime. Così ad esempio mentre pel *punto intermedio* 8 battuto dalla stazione 5.ª (sul picc. 7) abbiamo ottenuto per valore della quota relativa $23^m.07$, questa stessa quota dedotta dalle osservazioni fatte per lo stesso punto 8 dalla stazione 6.ª (sul picc. 9) risulterebbe invece (come è facile verificare) $23^m.03$ quindi in massima si dovrebbe prendere la media dei due valori suddetti ossia 23.05 per quota del punto 8 sud-

detto a meno che circostanze o ragioni speciali non ci consigliassero di preferire piuttosto l'uno o l'altro dei due valori soprariportati.

Vediamo invece che la quota del punto 7 che era stata data (dal rilievo precedente) di m. 22.46, la si trova identica anche determinata dalla stazione 6.ª (sul picc. 9) come si può constatare dalla differenza 23.90—1.44 (parziale) = 22.46.

Pel punto 9 battuto da 7 si è trovato $Z = 22.64$, invece la quota dello stesso punto 9 in base agli elementi desunti dalla stazione in avanti sul picc. 11 risulta: 22.36—0.69 = 22.67; si dovrebbe quindi assumere per quota definitiva del punto 9 suddetto 22.65 e non quella che trovasi trascritta nel registro precitato (n.° 6). Invece pel picchetto 11 battuto dal 9 si è rinvenuto $Z = 22.14$, se calcoliamo la quota dello stesso punto 11 cogli elementi per esso determinati stando sul picchetto avanti n.° 13 troviamo 24.72—2.59 = 22.13 risultati quasi identici.

Abbiamo quindi come si scorge col sistema seguito, e superiormente esposto, anche il mezzo di *comprovare* e *compensare* i risultati per quanto si riferisce alla parte altimetrica analogamente a quanto si è dimostrato per quella planimetrica.

CAPITOLO III

MISURA DELLE AREE

347. Nell'antica Topografia quando di un dato appezzamento di terreno si vuol determinare la superficie, due sono i metodi che più comunemente all'uopo s'impiegano e che ora riassumeremo il più concisamente possibile.

1.° Metodo. Scomponendo direttamente e cogli istrumenti proprii dell'antica Topografia l'appezzamento di terreno di cui occorre valutare l'area relativa in tante figure geometriche come triangoli, rettangoli e trapezii facilmente calcolabili mercè le formule date per esse dalla Geometria elementare. Di queste figure si misurano direttamente sul luogo le basi e le relative altezze. Con questo metodo l'area si ottiene con molta esattezza, ammesso ben inteso che le misure dirette siano state eseguite con tutta la cura possibile e convenientemente controllate, essendo a tutti noto quanto riesca difficile eseguire misure dirette, esatte sopra terreni acclivi, ed accidentati, e quante le cause probabili di errori specialmente, come quasi sempre avviene in simili casi, le misure sono molte e molto estese.

In vista di ciò e perchè il metodo riesce costoso, lungo e laborioso, si suole invece seguire l'altro metodo di cui ora esporremo sommariamente il processo quantunque in massima non presenti il grado di esattezza che si presume ottenere col primo.

2.° Metodo. Eseguita la rappresentazione grafica di un dato rilievo, si suole con rette scomporre il disegno ottenuto in tante figure geometriche, prendendo poi col compasso o col doppio decimetro (nella scala in base alla quale è stato redatto il piano grafico) le misure od elementi necessarii pel calcolo delle

aree delle singole figure in cui è stato scomposto il disegno. Onde abbreviare le operazioni si suole alle volte inscrivere nel piano grafico un grande rettangolo, o trapezio o triangolo a seconda della forma del perimetro del piano stesso, e di prendere poi i lati della massima figura inscritta come basi sulle quali abbassare delle normali da tutti i vertici del perimetro del disegno, scomponendo così il rimanente della figura in tanti triangoli, rettangoli o trapezii. È un processo che quantunque abbia il difetto di essere puramente grafico pure è abbastanza buono sia perchè facilita i calcoli, sia ancora perchè con una sola figura si ha già la maggior parte dell'area da valutarsi.

Daremo qui le formole più comunemente usate per la valutazione delle aree di un triangolo e di un quadrilatero dovendo alle medesime e spesso far ricorso anche seguendo i processi proprii della moderna Topografia sul calcolo delle aree, e come più avanti vedremo.

348. *Area di un triangolo.* Indicando con:

a, b, c i tre lati di un triangolo rettilineo obbliquangolo qualsivoglia (fig. 1), con:

α, β, γ i tre angoli rispettivamente opposti ai lati anzidetti, con:

h, k, l le perpendicolari rispettivamente abbassate dai vertici di ciascuno degli angoli sul lato opposto, con: $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ il semiperimetro, e con S la superficie del triangolo si ha:

$$S = \frac{1}{2} a h \tag{1}$$

oppure

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}. \tag{2}$$

Dati i lati a e b non che l'angolo compreso γ la superficie è data dalla formola:

$$S = \frac{a b}{2} \operatorname{sen} . \gamma. \tag{3}$$

Dati a e i due angoli adiacenti la formula da impiegarsi per avere l'area del triangolo si è:

$$S = \frac{a^2}{2} \times \frac{\operatorname{sen} . \beta \operatorname{sen} . \gamma}{\operatorname{sen} . (\beta + \gamma)}. \tag{4}$$

Dati infine i due angoli α e γ e uno dei lati opposti per esempio a si ha:

$$S = \frac{a^2}{2} \times \frac{\operatorname{sen} . \gamma}{\operatorname{sen} . \alpha} \operatorname{sen} . (\alpha + \gamma). \tag{5}$$

Se poi il triangolo rettilineo è rettangolo, ritenuto $\alpha = 90°$ (oppure $\alpha = 100^g$ se si adotta nella valutazione degli angoli il sistema centesimale) ed a l'ipotenusa si hanno a seconda dei casi le seguenti formule:

Dato a e b

$$S^2 = \frac{b^2}{4}(a + b)(a - b). \tag{6}$$

Dati i due lati c e b comprendenti l'angolo retto ossia i due cateti si ha:

$$S = \frac{b \cdot c}{2}. \tag{7}$$

Dato a e l'angolo adiacente γ si ha:

$$S = \frac{a^2}{4} \operatorname{sen} . 2 . \gamma. \tag{8}$$

Dato b e l'angolo γ

$$S = \frac{b^2}{2} \operatorname{tang} . \gamma. \tag{9}$$

Dato infine b e l'angolo opposto β l'area si ha dalla formola

$$S = \frac{b^2}{2} \operatorname{cotang} . \beta. \tag{10}$$

349. *Area di un quadrilatero.* Ci limiteremo a dare le formole relative ai soli parallelogrammi e trapezii, dei quali più sovente in pratica occorre determinare la superficie.

Per un *parallelogrammo* (ed in particolare per un *rettangolo*) detto a la base ed h l'altezza si ha:

$$S = a\,h. \tag{11}$$

Qualora si abbiano noti i lati contigui a e b comprendenti l'angolo pure noto δ si ha l'area dalla formola

$$S = a\,b \operatorname{sen} . \delta. \tag{12}$$

Per un *trapezio*, di cui a e b sieno le basi parallele ed h l'altezza si ha:

$$S = \frac{1}{2}(a + b)\,h \tag{13}$$

e qualora si conoscano i quattro lati di cui a sia la base maggiore e b la minore, e p il semiperimetro si ha:

$$S = \frac{a+b}{a-b}\sqrt{(p-a)(p-b)(p-b-c)(p-b-d)}. \quad (14)$$

350. *Aree espresse in funzione delle coordinate polari.* Nella moderna Topografica tutti i punti di un dato terreno necessario a rilevarsi per dare un'espressione esatta numerica o grafica del medesimo, vengono planimetricamente determinati mercè le coordinate polari θ e K di ciascuno di essi. Dimostreremo ora come in funzione di queste coordinate planimetriche si può colla massima facilità e precisione, e senza l'impiego della riga e del compasso, determinare l'area di un dato terreno rilevato sia da una sola, che da parecchie stazioni.

È da avvertirsi innanzi tutto che quando il rilievo ha anche per iscopo di valutarne l'estensione, occorre scegliere tutti quei punti di dettaglio che nel miglior modo possono rappresentare il poligono che delimita il terreno di cui si cerca l'area relativa.

Qualora l'appezzamento di terreno avesse la forma indicata dalla fig. 173 e si possa rilevare da una sola stazione interna al

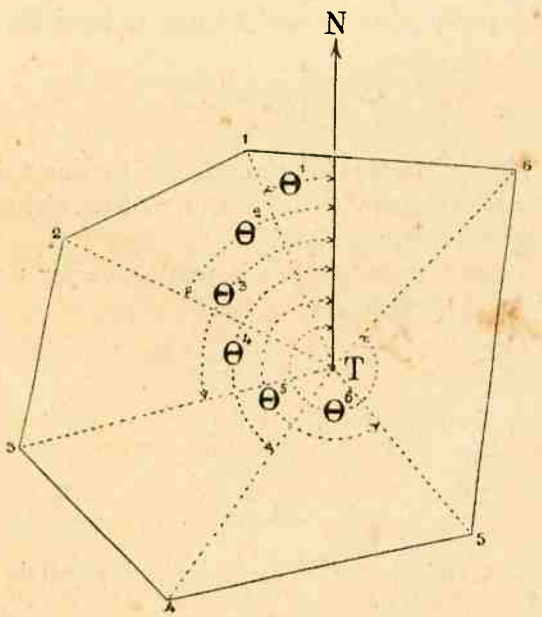


Fig. 173.

perimetro 1, 2, 3, 4, 5 e 6 si scorge subito che della serie di

triangoli che s'irradiano dal punto di stazione T, per ognuno si conoscono due lati e si può dedurre l'angolo fra i medesimi compreso e quindi mercè la formola generica (3)

$$S = \frac{a\,b}{2} \operatorname{sen} \gamma$$

si può di ciascun triangolo calcolare l'area relativa e dalla loro somma avere l'area totale del terreno.

Siccome poi non si rileva direttamente l'angolo compreso fra due lati successivi, si comprende di leggieri come questo lo si possa avere dalla differenza degli azimut dei lati stessi e quindi indicando rispettivamente con d_1, d_2 e con θ_1, θ_2 le coordinate polari dei due punti di dettaglio 1 e 2 rilevati dalla stazione T, la formola (3) che dà l'area A del triangolo avute per base il lato 1-2 del poligono 1, 2 ... 6 e per vertice il punto T, si cangia nell'altra analoga ed equivalente

$$A = \frac{d_1\,d_2}{2} \operatorname{sen} (\theta_2 - \theta_1) \qquad (15)$$

e come l'area totale sarà data dalla somma delle aree di tutti i triangoli analoghi a quello superiormente considerato.

Per ciò denotando con:

$$d_3,\ d_4,\ d_5,\ d_6 \quad \text{e con} \quad \theta_3,\ \theta_4,\ \theta_5 \text{ e } \theta_6$$

rispettivamente le coordinate polari dei punti 3, 4, 5 e 6, si avrà l'area totale del poligono 1, 2, 3, 4, 5, 6 dalla formola:

$$A = \frac{1}{2}\left\{\begin{array}{l} d_1\,d_2 \operatorname{sen} (\theta_2 - \theta_1) + d_2\,d_3 \operatorname{sen} (\theta_3 - \theta_2) + \\ + d_3\,d_4 \operatorname{sen} (\theta_4 - \theta_3) + d_4\,d_5 \operatorname{sen} (\theta_5 - \theta_4) + \\ + d_5\,d_6 \operatorname{sen} (\theta_6 - \theta_5) + d_6\,d_1 \operatorname{sen} (\theta_6 - \theta_1). \end{array}\right\} \qquad (16)$$

Come si vede dalla suindicata formola, onde non generare equivoci ed incertezze si deve applicare la formoletta elementare

$$A = \frac{d_1\,d_2}{2} \operatorname{sen} (\theta_2 - \theta_1)$$

successivamente per ciascun triangolo avente un lato comune col precedente e sempre da destra a sinistra quando il rilievo è stato eseguito col Cleps ed inversamente se si è usato un Tacheometro.

E qui torna opportuno ricordare quanto altre volte abbiamo raccomandato agli studiosi, e cioè che nel rilievo dei punti di dettaglio, almeno per i principali ed in ispecie per quelli che costituiscono i vertici del poligono che circoscrive o delimita un dato appezzamento di terreno, di procedere in detto rilievo in guisa che gli azimut dei medesimi riescano ordinatamente crescenti, il che giova anche allo scopo di far scorgere un eventuale errore commesso nella lettura degli azimut anzidetti.

È poi quasi superfluo il dire che la stessa formola (16) vale quando il punto di stazione fosse uno dei vertici del poligono

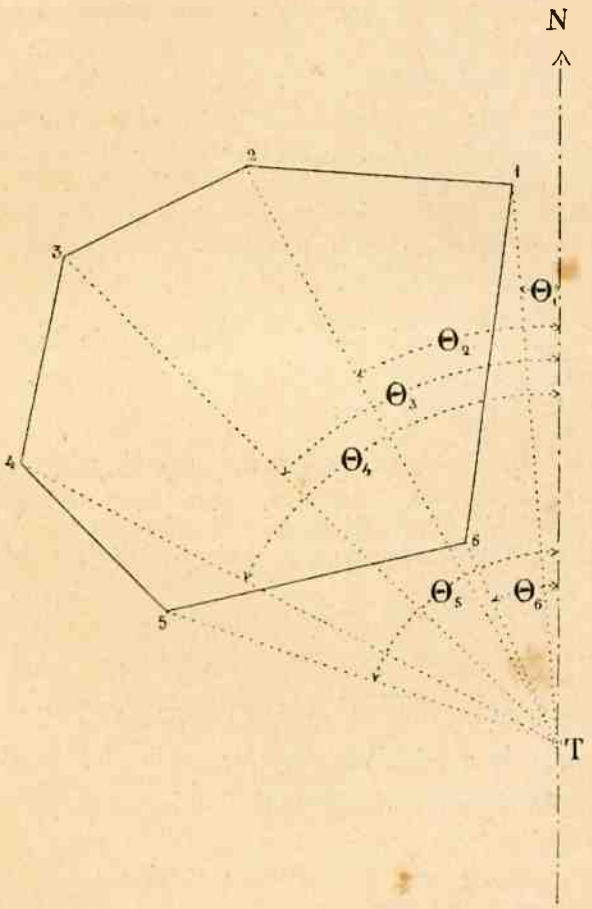


Fig. 174.

per esempio il punto 5; soltanto invece di sei termini essa ne conterebbe solamente quattro giacchè, essendo in tal caso $d_5 = 0$

scompaiono evidentemente i due termini che contengono il fattore d_5.

Infine una formola analoga alla (16) serve pure quando il punto di stazione invece che nello interno si trovasse esternamente al poligono che circoscrive il terreno di cui vuolsi valutarne la superficie.

Supponiamo infatti che per circostanze speciali non si possa far stazione nello interno del terreno da rilevarsi, od il che torna lo stesso, sia più comodo e conveniente far stazione in T fuori del poligono 1, 2, 3, 4, 5, 6 (fig. 174).

Anche in questo caso l'area di ciascun triangolo sarà data dalla solita formola

$$S = \frac{d_1 d_2}{2} \operatorname{sen} (\theta_2 - \theta_1)$$

e quindi l'area totale si avrà dalla somma *algebrica* delle aree di tutti i triangoli che hanno per basi i lati del poligono, e per vertice comune il punto di stazione, prendendo poi positivamente i triangoli

$$T, 1, 2, \quad T, 2, 3, \quad T, 3, 4, \quad T, 4, 5$$

e negativamente gli altri

$$T, 6, 5 \quad \text{e} \quad T, 6, 1.$$

Onde non nascano incertezze basterà, partendo per esempio dal vertice, applicare la detta formola successivamente per ciascun triangolo avente un lato comune col precedente. Così operando avremo l'area del detto poligono dalla formola

$$A' = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{c} d_1 d_2 \operatorname{sen} (\theta_2 - \theta_1) + d_2 d_3 \operatorname{sen} (\theta_3 - \theta_2) + \\ + d_3 d_4 \operatorname{sen} (\theta_4 - \theta_3) + d_4 d_5 \operatorname{sen} (\theta_5 - \theta_4) + \\ + d_5 d_6 \operatorname{sen} (\theta_6 - \theta_5) + d_6 d_1 \operatorname{sen} (\theta_1 - \theta_6). \end{array} \right\} \qquad (17)$$

351. *Aree in coordinate ortogonali.* Abbiamo già esposto a suo tempo come dalle coordinate polari di un punto si possa facilmente passare alle corrispondenti ortogonali e come sia consigliabile e conveniente una tale trasformazione quando un dato rilievo si voglia eseguire con tutta la precisione possibile.

Calcolate quindi le coordinate ortogonali dei singoli vertici del poligono 1, 2, 3, 4, 5, 6 (fig. 175) ed indicando rispettivamente con $x_1 y_1$; $x_2 y_2$; $x_3 y_3$ . . , le coordinate anzidette, si può col mezzo di queste valutare l'area del poligono stesso.

Infatti, consideriamo prima tutti i trapezii che hanno le loro basi parallele all'asse delle X o delle ordinate. Come si scorge dalla stessa fig. 175, l'area cercata sarà eguale alla somma delle aree di tutti i trapezii che attraversano il poligono diminuita di

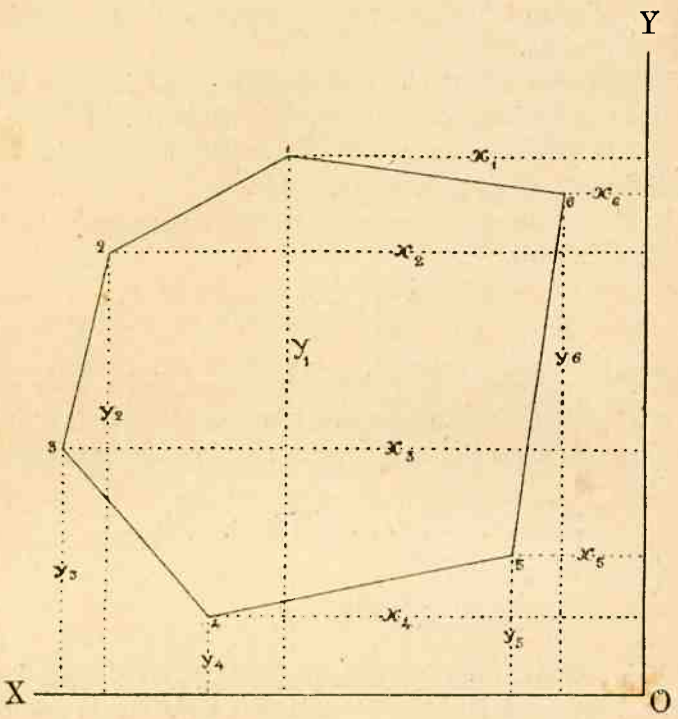


Fig. 175.

quella degli altri trapezii che non l'attraversano, o tutti esterni al poligono stesso.

L'area di ciascun trapezio è data dalla formola (13) in cui le basi sono le ordinate di due vertici attigui, e l'altezza non è che la differenza delle ascisse dei vertici stessi, per cui la (13) si cangia, nel caso in ispecie, nell'altra equivalente

$$\frac{x_1 + x_2}{2}(y_1 - y_2)$$

pel trapezio corrispondente al lato 1-2; analogamente per l'altro successivo l'area relativa sarà data evidentemente da

$$\frac{x_2 + x_3}{2}(y_2 - y_3)$$

e così di seguito. Per cui tenuto presente che il valore algebrico di queste formole ossia di ciascun'area dipende dalla differenza delle due ascisse, ne segue che l'area totale del poligono sarà data dalla formola

$$A = \frac{1}{2}\left\{\begin{array}{l} \frac{x_1 + x_2}{2}(y_1 - y_2) + \frac{x_2 + x_3}{2}(y_2 - y_3) + \\ + \frac{x_3 + x_4}{2}(y_3 - y_4) + \frac{x_4 + x_5}{2}(y_4 - y_5) + \\ + \frac{x_5 + x_6}{2}(y_5 - y_6) + \frac{x_6 + x_1}{2}(y_6 - y_1) \end{array}\right\} \quad (18)$$

la quale darà evidentemente oltre al valore numerico anche il segno algebrico dell'area purchè la si applichi nel modo suesposto ossia ordinatamente per ciascun trapezio avente un lato comune col precedente e considerando sempre positiva l'ascissa y del lato anzidetto, come riesce esplicito dalla semplice ispezione della stessa fig. 175.

Per avere poi un controllo dell'esattezza della eseguita operazione si può calcolare la stessa area considerando invece i trapezii che hanno le loro basi parallele normali all'asse delle Y anzidetto. In tal caso la formula (18) si cangia nell'analoga seguente:

$$A = \frac{1}{2}\left\{\begin{array}{l} \frac{y_1 + y_2}{2}(x_1 - x_2) + \frac{y_2 + y_3}{2}(x_2 - x_3) + \\ + \frac{y_3 + y_4}{2}(x_3 - x_4) + \frac{y_4 + y_5}{2}(x_4 - x_5) + \\ + \frac{y_5 + y_6}{2}(x_5 - x_6) + \frac{y_6 + y_1}{2}(x_6 - x_1). \end{array}\right\} \quad (19)$$

Soltanto l'area che nel primo caso risultava positiva, in questo secondo caso riuscirà di segno contrario ossia negativa.

Come si vede il metodo non è solamente semplice ed esattamente geometrico, ma permette ancora un rigoroso controllo, obiettivo che si ha sempre di mira coi procedimenti proprii della moderna topografia.

352. *Aree valutate con mezzi meccanici.* L'area di una figura piana disegnata su di un foglio di carta, qualunque sia la forma o perimetro della medesima, si può determinare meccanicamente, mercè taluni ingegnosi apparecchi detti *planimetri*, dei quali il più

semplice ed il più comunemente usato nella pratica è quello inventato dall'Amsler-Laffon noto sotto il nome di *planimetro polare.*

Descrizione ed uso del planimetro polare.

Questo istrumento, rappresentato in proiezione orizzontale, nella fig. 176 (alla scala metà del vero) consta:

1.° Di un'asta rigida *a b* a sezione quadrata graduata nella sua faccia superiore in centimetri e millimetri e portante al suo estremo *b* un'asticciuola cilindrica proiettata in *C* acuminata a' suoi estremi e che dicesi *calcatoio;* è colla punta inferiore del calcatoio che si percorre tutto il perimetro della figura di cui cercasene l'area;

2.° Di una intelaiatura robusta *t t'*, nella quale, mercè apposita apertura praticata nella parte superiore di detta, può scorrere a dolce sfregamento l'asta rigida *a b* suddetta;

3.° Inferiormente al telaio è collocato un asse *e* disposto parallelamente alla lunghezza dell'asta *a b*; a questo asse è assicurato un tamburo *R* che ruota al girare dell'asse sudetto. Questo tamburo verso una delle sue basi presenta un risalto o bordo in guisa da assumere una forma analoga alle ruote dei carri ferroviarii, e funziona appunto da rotellina scorrendo o strisciando sulla carta dov'è disegnata la figura che vuolsi misurare. Verso l'altra base il tamburo è diviso in 100 parti eguali nel senso delle generatrici della sua superficie convessa e numerate di 10 in 10. L'asse di rotazione del tamburo verso il mezzo è foggiato a vite, la quale ingranando con un piccolo rocchetto fa girar questo in modo da mandare avanti od indietro un dente ad ogni giro completo del tamburo o rotella *R*. L'asse del rocchetto che è normale a quello della rotella *R*, porta all'estremità superiore un disco *D* diviso in 10 parti eguali e numerato da 0 a 9, e ad ogni rivoluzione completa della rotellina *R* passa una di queste divisioni davanti all'indice I. Questo disco *D* serve quindi a valutare il numero intiero delle rivoluzioni fatte dalla rotellina *R* senza essere costretti a contarle durante il tempo in cui agisce l'istrumento;

4.° Di una seconda asta rigida *f g* analoga e sottoposta alla prima ed unita a cerniera al suo estremo *s* col telaietto *t t'*. Verso l'estremo *g* vi ha una specie di perno *P* detto *polo* foggiato a sfera non visibile nella figura e che viene incastrato in apposito foro praticato nella piastra metallica *M M* la quale serve a tenere al posto il perno o polo mentre l'istrumento è in azione;

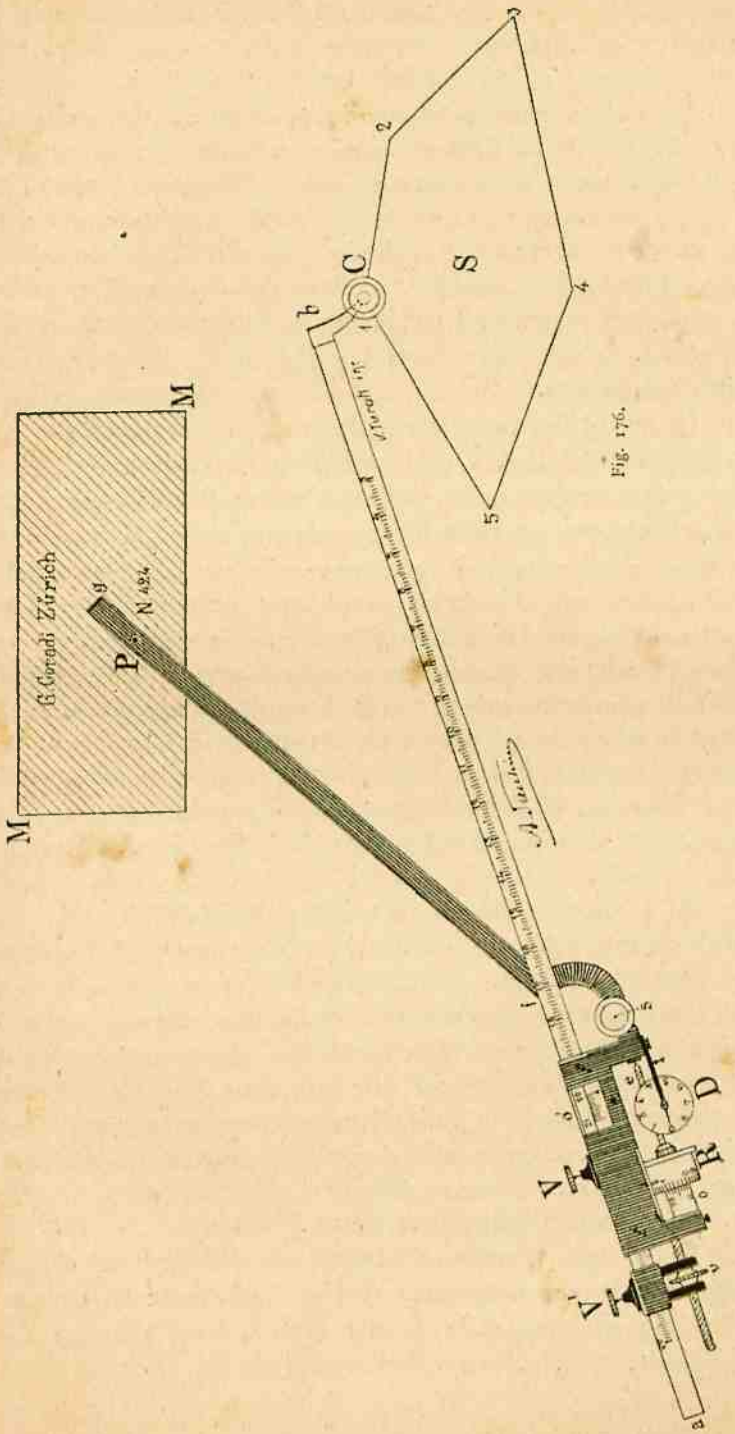


Fig. 176.

5.° Per valutare il numero dei giri completi eseguiti dalla rotella *R* facendo scorrere l'istrumento sulla carta dove trovasi la figura o disegno di cui cercasi l'area, abbiam detto che serve il disco *D*, le rivoluzioni incomplete si possono rilevare direttamente dal numero delle minime divisioni che hanno oltrepassato lo *zero* del nonio *o* posto di fronte alla base graduata del tamburo, ed infine per apprezzare le frazioni delle minime divisioni del tamburo anzidetto serve appunto il citato verniero circolare *o* il quale abbracciando 9 delle minime divisioni della rotella *R*, ed essendo diviso in 10 parti eguali dà evidentemente l'approssimazione di $^1/_{10}$.

353. Ciò premesso, niente di più facile dell'uso del suddescritto planimetro.

Disposto l'istrumento su di un piano nel modo per esempio indicato nella fig. 176 si scorge che il medesimo poggia sul piano stesso per tre punti che sono il *polo P* infilato entro il foro ad incastro praticato sulla piastra *M*, la rotella *R* mercè il punto più basso del bordo della medesima, e la punta inferiore del calcatoio *C*. Potendo il braccio *s f g* girare attorno al polo *P*, e l'asta *a b* attorno allo snodo *s*, si comprende di leggieri come all'istrumento gli si possa imprimere un movimento in qualsiasi senso, e quindi percorrere col calcatoio il perimetro di una qualsivoglia figura; mentre poi questo segue con diligenza il contorno di un disegno, la rotella ora striscia ed ora gira attorno al proprio asse per l'aderenza che il bordo incontra sulla carta, e girando essa fa pure ruotare il disco *D* col mezzo dello ingranaggio di cui sopra si è detto.

Ed è appunto dal numero delle divisioni del disco *D* trascorse sotto l'indice *I* (indicanti i giri completi fatti dal tamburo *R*), e dal numero delle divisioni del tamburo stesso e frazioni di esse lette al verniero *O* nel mentre che il calcatoio *C* percorre l'intiero perimetro della figura, che si ottiene la superficie di questa. Posto quindi la punta del calcatoio sul punto 1 del poligono 1, 2, 3, 4, 5 e percorrendo collo medesimo l'intiero perimetro sino a ritornare sul punto 1 di partenza, dalla differenza delle letture iniziali e finali fatte sul tamburo, si ha la misura dell'area del poligono anzidetto.

Senza entrare nella teoria di questo istrumento, d'altronde molto facile e piana, diremo, che indicando con:

S = la superficie di una figura piana, per esempio del poligono 1, 2, 3, 4, 5 fig. 176, con:

$l =$ la distanza $s\,C$ misurata sull'asta $a\,b$ fra l'estremo superiore del calcatoio e l'asse dello snodo del braccio $s\,f\,g$, con:

$r =$ il raggio della rotellina annessa al tamburo R, e con:

$n =$ il numero totale dei giri, e frazioni di essi, fatti dalla rotella nel mentre il calcatoio ha percorso il perimetro della figura di cui si cerca l'area, si ha che questa viene data dalla semplicissima formola

$$S = 2\,\pi\,l\,r\,n \qquad (20)$$

ma siccome in generale per un dato planimetro i fattori l e r che entrano nella formola (20) sono due quantità costanti e note, così per avere l'area non resta che rilevare n ossia il numero dei giri e frazioni di essi eseguiti dalla rotella R.

354. Ciò posto, dobbiamo innanzi tutto avvertire che in tre diversi modi si può far uso del presente planimetro:

1.° modo. Disponendo l'istrumento in guisa (come appare dalla fig. 176), che il polo riesca fuori del poligono di cui si vuol valutare la superficie.

2.° modo. Situando l'istrumento col suo polo P pressochè nel centro della figura stessa quando questa è molto estesa, nel qual caso quando il calcatoio C ha percorso tutto il perimetro della figura, il braccio $s\,g$ avrà descritto un cerchio di raggio $s\,P$ ed avente il centro nel polo, cerchio che rimane tutto interno al contorno del poligono come appare dalla figura schematica 177.

3.° modo. Collocando sul piano l'istrumento col polo prossimamente nel mezzo della figura, di guisa che facendo percorrere al calcatoio l'intiero contorno della medesima, il braccio minore descrive una circonferenza, di centro P e di raggio $P\,s$, e che comprende il poligono a misurarsi com'è schematicamente indicato dalla fig. 178. Nel 2.° modo al secondo membro della equazione (20) occorrerebbe aggiungere un'altra costante, mentre nel 3.° modo a questa nuova costante bisognerebbe invece sottrarre la superficie data dai giri della rotella. Il processo essendo quindi più complicato e d'altronde avendo la pratica addimostrato che il 1.° metodo oltre che il più semplice è anche il migliore, ossia si hanno risultati più prossimi al vero che non usando gli altri due cioè ponendo il polo entro la figura, così è da seguirsi sempre il 1.° modo. Soltanto è da avvertirsi che in questo caso qualora l'area da misurarsi sia molto estesa, necessita scomporla in altre minori e tali di cui i singoli perimetri si possano percorrere dal calca-

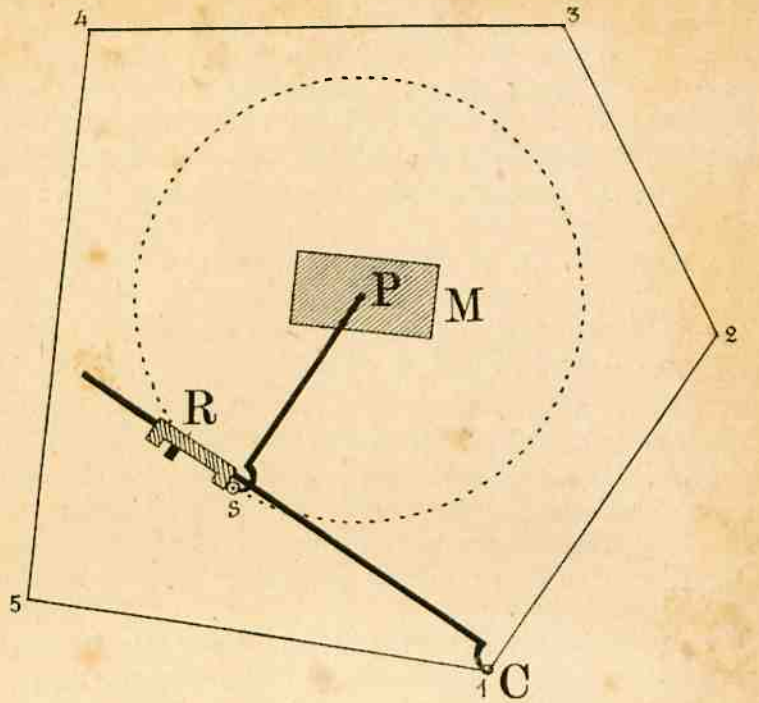


Fig. 177.

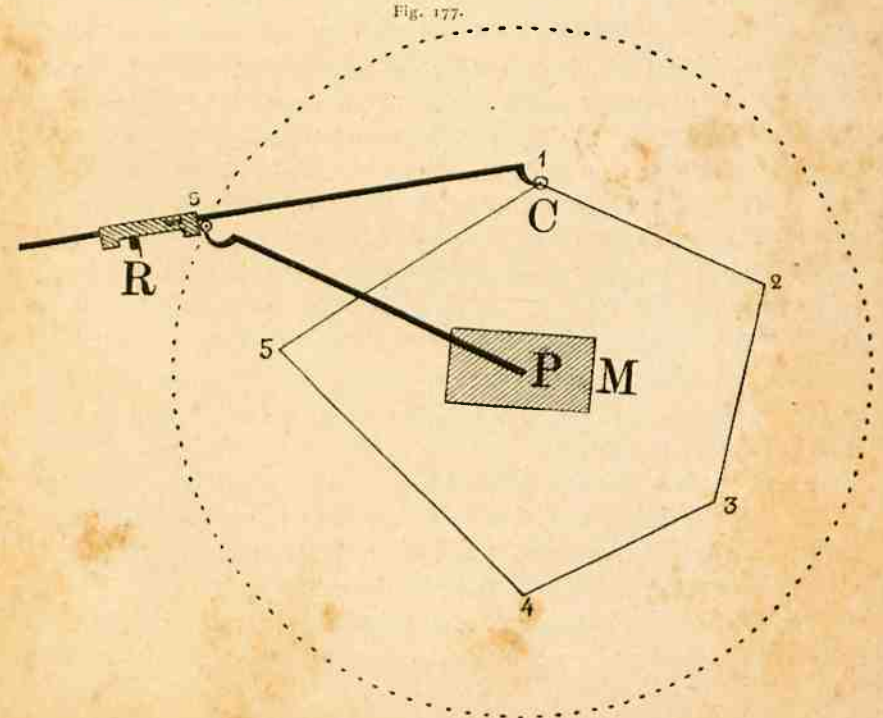


Fig. 178.

toio mantenendo sempre il polo esternamente ai medesimi, in altri termini occorre valutare le singole aree come se fossero figure distinte e separate, e poscia eseguirne la somma algebrica per avere l'area totale della primitiva figura.

355. Ciò premesso, daremo le norme pratiche per usare nel modo migliore e più facile del planimetro in parola.

Occorre innanzi tutto disporre l'istrumento (come si scorge dalla succitata fig. 176) in guisa che il polo P riesca esterno al perimetro della figura di cui vuolsi determinarne la superficie. Per ottenere questa condizione, niente di più ovvio e quindi ognuno da solo può riuscire nello intento senza bisogno di alcuna istruzione.

È sommamente utile e comodo di fissare a priori la distanza che intercede fra l'asse dello snodo s e quello del calcatoio C in guisa che il fattore costante $2\pi l r$ riesca eguale ad 1, giacchè si vede subito che in tal caso la formola (20) diventa:

$$S = n.$$

Ad ottenere questo intento è necessario che ciascuna delle minime divisioni del tamburo R rappresenti una data unità superficiale, che si suole assumere nel *centimetro quadrato*, per cui avremo che le grandi divisioni della rotella, e quelle del disco D, rappresenteranno rispettivamente *decine* e *centinaia* di centimetri quadrati di superficie. Col mezzo poi del verniero potremo apprezzare il *decimo* di centimetro quadrato ossia *dieci millimetri quadrati*. Per avere soddisfatto la superiore condizione, ossia per ottenere che ad ogni minima divisione della rotella corrisponda 1 centimetro quadrato, necessita, abbbiam detto, determinare la conveniente lunghezza l della formula (20) il che riesce della massima facilità operando come segue. Dalla formula (20) si ha

$$l = \frac{S}{2\pi r n}$$

ora ponendo:

$$S = 100$$

$$\pi = 3{,}1415926535$$

$$r = 0{,}0079$$

(essendo il diametro della rotella del suddescritto planimetro 15,8 millimetri prossimamente) ed

$$n = 100$$

si trova sostituendo ai simboli i corrispondenti valori ed eseguendo i calcoli numerici relativi:

$$l = 20{,}1461.$$

Conseguentemente facendo scorrere l'asta $a\,b$ entro il telaro in guisa che la distanza fra s e C sia prossimamente di centimetri 20,15 si avrà l'istrumento regolato in modo che cadauna delle minime divisioni della rotella rappresenterà 1 centimetro quadrato.

Ad evitare poi di misurare con un triplo decimetro la distanza fra i punti s e C ossia fra lo snodo dell'asta $s\,f\,g$ ed il calcatoio C, l'asta $a\,b$ non solo è graduata come superiormente si disse, ma il telaro $t\,t'$ è munito di un secondo verniero O' col mezzo del quale si possono apprezzare i decimi di millimetro e quindi regolare con maggior approssimazione al vero la lunghezza l che deve intercedere fra i due assi s e C data dalla formula (20).

Per regolare poi tale distanza si rallentano le due viti di pressione V e V' indi facendo scorrere a mano l'asta $a\,b$ entro il telaio $t\,t'$ sino a portare nel caso in ispecie la divisione 20 dell'asta stessa di fronte allo zero del verniero O', si stringe poscia la vite V' per fissare l'asta $a\,b$ ad un manicotto che abbraccia l'asta anzidetta e che porta una vite micrometrica v. Facendo poi agire questa si spinge avanti od indietro l'asta stessa sino ad ottenere che la distanza l sia precisamente quella voluta. Fatto ciò, si rallenta la vite V' e si stringe invece l'altra V in guisa da assicurare di nuovo l'asta $a\,b$ al telaio $t\,t'$.

Per accertarsi poi che il planimetro è, per così dire, perfettamente in rettifica, si disegna con tutta la precisione possibile una figura di area nota per esempio un quadrato di 5 centimetri di lato e quindi dell'area di 25 centimetri quadrati, poi disposto l'istrumento in guisa che il polo rimanga fuori della figura, si fa percorrere al calcatoio l'intiero perimetro del quadrato e si osserva se la differenza fra la lettura iniziale e quella finale è esattamente di 25. Converrà poi ripetere l'operazione parecchie volte e prendere la media aritmetica delle due letture iniziale e finale anzidette.

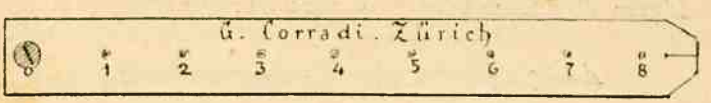
Per fissare le idee supponiamo che al principio dell'operazione l'istrumento segnasse 212.20 e dopo percorso tre volte il perimetro del quadrato si leggesse al verniero: 286.50 si avrebbe

$$n = \frac{286.90 - 212.20}{3} = 24.90$$

ossia il numero delle divisioni trascorse nel percorrere la periferia del quadrato sarebbe 24.9 anzichè 25 come effettivamente dovrebbero essere perchè l'indicazione fosse perfettamente giusta, in altri termini l'area data dall'istrumento sarebbe di 2490 millimetri quadrati anzichè di 2500 come realmente è l'area del detto quadrato. Si rallenterà di nuovo la vite V, e stretta poscia l'altra V', col mezzo della vite micrometrica v si sposterà di un'altra piccola quantità l'asta $a\,b$, sino a quando dopo parecchie prove si sia ottenuto che, percorso col calcatoio il perimetro del quadrato, la differenza delle due letture iniziale e finale è precisamente eguale a 25, nel qual caso ognuna delle divisioni rappresenterà evidentemente un centimetro quadrato.

L'identità perfetta è nel più dei casi difficile ad ottenersi, ma quando la differenza è molto limitata, sarebbe un spreccar tempo ad eseguire ulteriori tentativi per ottenere la detta identità. Ma su questo particolare avremo occasione di ritornarvi quando faremo parola dell'approssimazione di un tale istrumento.

In luogo però di disegnare una figura d'area nota e per evitare di calcolare e misurare la distanza fra i punti s e C, si può in altro modo eseguire l'operazione diretta a disporre l'istrumento in modo che ognuna delle minime divisioni della rotella rappresenti un centimetro quadrato e ciò mercè la laminetta rappresentata al vero nella fig. 179.



(al vero)

Fig. 179.

Come si vede è divisa in centimetri e numerata da o ad 8. Sotto alla medesima in corrispondenza dello zero, v'ha una punta finissima che s'infigge nel tavolo come perno attorno al quale può girare la lamina suddetta.

In corrispondenza di ogni divisione vi ha un piccolo incavo conico in uno dei quali, a volontà, può venire collocata la punta del calcatoio. Come si sarà già intuito, questa laminetta serve a far descrivere al calcatoio la periferia di un cerchio d'area nota.

Ciò premesso, si situa l'istrumento su di un piano portante un foglio di carta diligentemente disteso e fermato, e sul foglio

stesso si punta la laminetta come dimostra la figura schematica 180, nella quale si è supposto la punta del calcatoio nell'incavo più lontano e corrispondente cioè alla divisione 8, e poscia

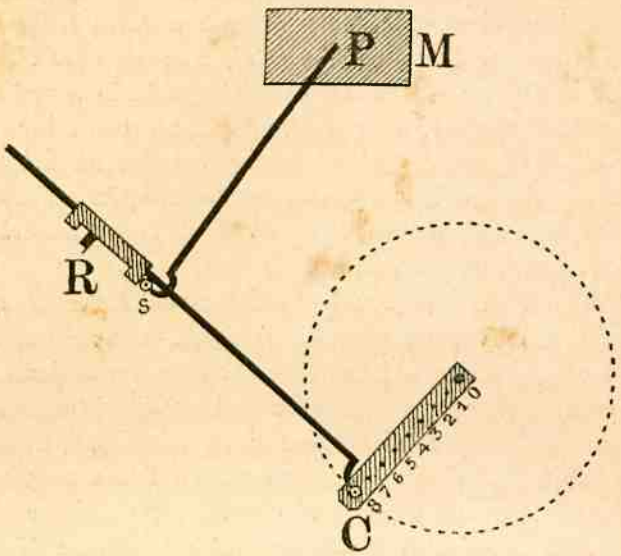


Fig. 180.

si gira l'istrumento in guisa da far descrivere al calcatoio una o più volte la circonferenza che ha per raggio 8 centimetri.

L'area di questo cerchio è data da:

$$A = 3{,}1415926535 \times \overline{0.08}^2 = 0{,}02010819$$

ossia molto prossimamente di 201 centimetri quadrati.

Per conseguenza prendendo per unità le minime divisioni della rotella, non resta che a vedere se facendo percorrere al calcatoio la suddetta circonferenza la differenza fra le letture iniziali e finali è eguale a 201 divisioni minime della rotella nel qual caso egli è evidente che ognuna di esse rappresenterà un centimetro quadrato. Per una maggior sicurezza si farà descrivere al calcatoio parecchie volte la circonferenza di raggio 8 centimetri e poscia vedere se la differenza anzidetta è un multiplo esatto del 201. Se ciò non si verifica entro i limiti di tolleranza prestabilita occorrerà naturalmente far variare la distanza fra lo snodo *s* ed il calcatoio *C* nel modo superiormente esposto e sino ad ottenere l'intento voluto.

Naturalmente l'identità non si trova che difficilmente per quanto l'istrumento sia perfettamente costruito e per quanta diligenza si usi nell'adoperarlo. Per l'istrumento in esame facendo percorrere 4 volte la circonferenza di raggio 0,08 abbiamo trovato:

Lettura iniziale 40.50
» finale 845.20

quindi

$$\frac{845.20 - 40.50}{4} = 201.175.$$

In un secondo esperimento analogo

$$\frac{832.60 - 27.60}{4} = 201.250$$

l'istrumento darebbe quindi una superficie un po' maggiore del vero, differenza che in taluni casi si potrebbe naturalmente trascurare. Qualora poi ciò non si ritenesse conveniente, basterebbe determinare il relativo coefficiente di riduzione che, prendendo la media dei due risultati suesposti, risulterebbe come segue:

$$K = \frac{201.0619}{201.2025} = 0.9993$$

pel quale coefficiente si dovrebbero moltiplicare tutte le aree determinate col planimetro in esame. Anzi a tale proposito avvertiremo che non tutti i planimetri sono foggiati in modo da permettere di regolare la distanza fra lo snodo s ed il calcatoio C in guisa da ridurre il coefficiente $2\pi l r$ eguale all'unità, e quindi in tal caso occorre determinare il valore del detto coefficiente facendo percorrere al calcatoio il perimetro di un poligono di area nota come il quadrato anzidetto, e se la differenza fra le due letture iniziale e finale fosse per esempio 25.8 anzichè 25, si avrebbe

$$K = \frac{25.0}{25.8} = 0.969$$

prossimamente.

Anche per tale determinazione conviene far percorrere al calcatoio parecchie volte il perimetro dell'area nota e prendere poi la media aritmetica pel valore di K relativo.

356. *Approssimazione del planimetro polare.* Quando il rilievo di un dato terreno eseguito coi metodi proprii della moderna to-

pografia ha anche per iscopo di valutarne la superficie, dal rilievo stesso si hanno tutti gli elementi necessarii per calcolare con la massima esattezza l'area effettiva e reale del terreno rilevato. Quando invece a risparmio notevole di tempo si vuole impiegare per determinare l'estensione superficiale del rilievo, il planimetro polare, occorre naturalmente oltre dell'espressione numerica la rappresentazione grafica del rilievo stesso eseguita in una determinata scala di proporzione.

In questo caso, come facilmente si sarà già intuito, il planimetro, a qualunque tipo appartenga, dà soltanto l'area relativa ad una figura perfettamente simile a quella naturale o reale dell'appezzamento di cui si cerca invece l'area effettiva.

Occorre quindi conoscere a priori la relazione o rapporto geometrico che passa fra una superficie naturale e la corrispondente del piano grafico che la rappresenta, rapporto che è dato precisamente dal quadrato della frazione scala in base alla quale è stato redatto il piano anzidetto.

Se quindi denotiamo con:

S — la superficie naturale di un dato appezzamento di terreno, con:

s = la corrispondente superficie del piano grafico relativo, e con:

$\frac{1}{n}$ = la frazione scala in base alla quale è stato redatto il piano si ha:

$$\frac{s}{S} = \left(\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{1}{n^2}.$$

dalla quale si ricava:

$$S = s\,n^2$$

vale a dire che data la superficie od area di un piano grafico, si ha la corrispondente superficie naturale moltiplicando la prima per il quadrato del denominatore della frazione scala in base alla quale è stato redatto il piano grafico stesso.

È quasi superfluo l'avvertire che qualora il numeratore della scala di proporzione fosse un multiplo dell'unità, si dovrà ridurre alla forma generica $\frac{1}{n}$ dividendo entrambi i termini della frazione pel numeratore di essa (n.° 361).

Ciò premesso, e siccome il planimetro non somministra che l'area effettiva del piano grafico il cui perimetro viene percorso dal calcatoio, conseguentemente per avere l'area effettiva del terreno rappresentato dal piano anzidetto, occorrerà moltiplicare la prima pel quadrato del denominatore della frazione scala (ritenuta questa sempre della forma generica $\frac{1}{n}$) che venne impiegata per la redazione del tipo o piano grafico del terreno.

Così attenendosi al caso che il disegno sia stato eseguito nella scala metrica di $\frac{1}{2000}$ e che l'area misurata mercè il planimetro siasi trovata di 25 centimetri quadrati, si avrebbe

$$\overline{0^m,0025}^2 \times \overline{2000}^2 = 10.000$$

ossia l'area corrispondente del terreno naturale rappresentato dal detto disegno sarebbe di 10 mila metri quadrati ossia di un ettara. Invece se il detto piano grafico fosse stato redatto nella scala di $\frac{1}{5000}$ e che adoperando il planimetro si fosse trovato l'area pure eguale a 25 centimetri quadrati, l'area effettiva del terreno rappresentata dal detto tipo, non sarebbe che di soli 625 metri quadrati.

Ciò premesso, noi sappiamo già che la minima quantità che si può apprezzare col planimetro in esame è un decimo della più piccola divisione della rotella, ne segue quindi che nella determinazione dell'area di una data figura non si può evidentemente valutare che un decimo di centimetro quadrato (ossia 10 millimetri quadrati) avendo convenuto che ognuna delle minime divisioni della rotella rappresenti appunto un centimetro quadrato. Quindi per non uscire dallo esempio surriferito, nell'area del quadrato di 5 centimetri di lato ossia di 25 centimetri quadrati di superficie, si avrebbe la probabilità di commettere un errore di 0.40 per %, errore certamente al disotto delle tolleranze che si ammettono in questo genere di operazioni, ma che si fa naturalmente maggiore per aree molto più piccole, così tale errore sarebbe rispettivamente dell'1 o del 2 % per aree di 10 o di 5 centimetri quadrati.

Per ciò quando le aree sono molte piccole, per attenuare l'errore anzidetto si consiglia di fare eseguire al calcatoio parec-

chie serie di corse, e per ogni serie cambiare di posizione al polo dello istrumento sempre tenendolo però esterno al perimetro della figura di cui si cerca l'area, e prendere poi la media delle medie relative a ciascuna serie.

Per aree però superiori a 10 centimetri quadrati, non occorrerà spostare il polo del planimetro, basterà far percorrere al calcatoio parecchie volte il contorno della figura e prendere come si disse la media aritmetica della differenza fra le letture iniziale e finale.

Ma ad onta dell'errore probabile di cui sopra, e che quando l'area è superiore ai 10 centimetri quadrati è abbastanza piccolo e si può rendere minore col metodo a tall'uopo suggerito, tuttavia l'approssimazione di $\frac{1}{100}$ ed anche di $\frac{1}{200}$ richiesta nella valutazione delle aree dei terreni, la si può sempre ottenere e colla massima sicurezza, senza tener calcolo che con un po' di pratica ed usando un buon planimetro e di tutta la possibile diligenza, si può, come asserisce lo stesso Amsler, raggiungere anche l'approssimazione di $\frac{1}{1000}$. Ma anche contenuta nei superiori e più ristretti limiti, e ponendo mente al notevole risparmio di tempo, l'istrumento in esame si rende invero pregevolissimo nella valutazione delle aree in genere, in ispecie pòi per quelle a scopo catastale ed anche come mezzo per controllare le aree in altro modo determinate.

357. *Avvertenze pratiche circa all'uso del planimetro polare.*

a) Il tavolo sul quale deve agire il planimetro dev'essere orizzontale e scevro da qualsiasi scabrosità. Il foglio, contenente il tipo o disegno, dovrà essere disteso sul tavolo anzidetto con tutta l'accuratezza possibile;

b) Il bordo circolare della rotellina dev'essere perfettamente liscio;

c) I movimenti dell'asta minore intorno al polo ed allo snodo devono eseguirsi senza il minimo sforzo;

d) L'asse della rotella deve liberamente girare attorno ai suoi perni il che si verifica sollevando l'istrumento ed imprimendo un movimento rotatorio alla rotella anzidetta che deve protrarsi per qualche poco anche sotto un tenue impulso;

e) Il calcatoio dev'essere diritto, bene assicurato all'asta maggiore scorrevole, e normale alla medesima;

f) Quando il contorno della figura è un poligono rettilineo, per guidare con più sicurezza la punta del calcatoio lungo i lati del perimetro si può far uso di una piccola riga o squadrettino situato in prossimità e parallelamente ai lati anzidetti;

g) Quando poi il contorno del tipo è tutto od in parte curvilineo, allora si applica al calcatoio un piccolo manicottino a guisa di manubrio, (e di cui è fornito l'istrumento) mercè il quale riesce molto più facile seguire fedelmente colla punta del calcatoio il contorno curvilineo od irregolare della figura;

h) Siccome poi ogni qualvolta si ripone l'istrumento nel relativo astuccio, occorre rimuovere l'asta scorrevole dalla posizione che le era stata assegnata perchè l'istrumento fosse rettificato nel modo superiormente esposto, così ogni volta che si opera col planimetro necessita metterlo di nuovo in rettifica mercè la laminetta di cui sopra si è fatto parola, rettifica che si deve rinnovare pure quando si fanno operazioni molto lunghe onde essere ben sicuri che l'asta scorrevole non si è rimossa dalla posizione in base alla quale si aveva che ogni minima divisione della rotella corrispondeva ad 1 centimetro quadrato;

i) Onde assicurarsi poi che il polo non esca dal suo incastro quando l'istrumento è in azione, vi si applica sopra un piccolo ed apposito peso di cui pure va munito l'istrumento in esame;

l) Infine, messo a posto il planimetro, prima di eseguire le lettere, bisogna far percorrere al calcatoio parecchie volte il perimetro della figura, per accertarsi che tutti i movimenti si eseguono liberamente e senza sforzo, e che la rotellina non esce per avventura dai margini della carta o dal bordo del tavolo su cui si opera.

CAPITOLO IV.

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEI RILIEVI

358. Richiamando ora quanto sommariamente si espose al n.° 12 e seguenti (Cap. I, Parte I) che cioè: due figure piane, due poligoni qualsivoglia, sono simili quando hanno gli angoli eguali ed i lati omologhi proporzionali, si comprenderà di leggieri come ottenuta la *espressione numerica* di un dato rilevamento coi mezzi propri della moderna Topografia, riesca sommamente facile ottenerne la corrispondente *rappresentazione grafica,* giacchè basterà poter riportare su di un piano gli angoli (θ) colle ampiezze loro reali, e le lunghezze (r) ridotte secondo un dato *rapporto geometrico costante.*

Conseguentemente la *rappresentazione grafica* su di un piano del rilievo di una data estensione di terreno (non eccedente i limiti fissati al n.° 110) si eseguisce costruendo in uno o parecchi fogli di carta (che rappresenteranno il piano di proiezione di cui al n.° 111), una figura ad esso rilievo perfettamente simile, stabilendo *a priori* il rapporto o ragione geometrica costante che deve passare fra le dimensioni lineari del disegno e le omologhe del terreno.

Il rapporto anzidetto è quello che dicesi comunemente *scala di proporzione* e serve nel tempo stesso a denominare e qualificare la scala stessa. Così dirassi che un piano grafico è stato eseguito nel *rapporto* o nella *scala* di 1 a 1000 o di $\frac{1}{1000}$ quando le dimensioni lineari del medesimo sono state ridotte ad un millesimo delle omologhe del terreno.

La lunghezza vera di una linea dicesi *lunghezza reale o naturale,* e chiamasi *lunghezza grafica* la sua riduzione in iscala.

359. *Scale di proporzione espresse con una frazione avente l'unità per numeratore.* Se noi indichiamo con N il quoziente o rapporto geometrico costante che esiste fra le distanze reali e le omologhe grafiche di un dato piano o rilievo, egli è evidente che ogni lunghezza grafica presa sul piano sarà l'$\frac{1}{N^{esima}}$ parte della sua omologa naturale, e viceversa ogni distanza reale sarà N volte la lunghezza grafica corrispondente sul piano. Conseguentemente chiamando:

L = una *lunghezza naturale;*

l = la *lunghezza grafica* corrispondente sul piano redatto nella scala di $\frac{1}{N}$, si avrà la proporzione geometrica:

$$l : L :: 1 : N$$

dalla quale si deduce

$$l = \frac{L}{N} \qquad (a)$$

ed

$$L = l \times N \qquad (b)$$

formulette algebriche che ci dicono:

a) Che data la lunghezza naturale si ha la corrispondente *lunghezza grafica* dividendo semplicemente la prima pel denominatore della scala;

b) Data invece la lunghezza grafica su di un piano redatto in una determinata scala, si troverà la corrispondente *lunghezza naturale* moltiplicando la prima pel denominatore della scala.

Le scale più comunemente usate sono appunto quelle espresse sotto la forma generica $\frac{1}{N}$ in cui il numero N è formato dai soli fattori 2 e 5 oppure è il 10 od un multiplo del 10, e ciò onde avere esattamente in decimali le lunghezze grafiche che rappresentano le corrispondenti lunghezze naturali. Oltre poi di essere una forma indipendente da qualsivoglia unità di misura, è poi la più semplice e chiara giacchè il numeratore è sempre la lunghezza grafica della lunghezza naturale espressa dal denominatore, il che facilita la costruzione delle *scale grafiche* di cui appresso diremo.

Nelle scale anzidette, le sole ora in uso, le lunghezze grafiche crescono al diminuire del denominatore, per ciò una di-

BIBLIOTECA

stanza reale sarà rappresentata in una planimetria alla scala di $\frac{1}{500}$ da una lunghezza grafica rispettivamente quadrupla o doppia di quella che la rappresenterebbe in un piano grafico alla scala di $\frac{1}{2000}$ o di $\frac{1}{1000}$.

360. Nella rappresentazione grafica di un dato rilievo occorre assumere una scala di proporzione tale che in base alla medesima sia possibile esprimere tutti i particolari del rilievo stesso a seconda dello scopo a cui il medesimo dovrà servire.

Quantunque non vi sia nulla di assoluto in proposito, tuttavia indicheremo qui appresso le scale ritenute più convenienti per *piani* e *carte topografiche* a scopo specialmente militare e che son quelle in massima adottate dal nostro Corpo dello Stato Maggiore e da quello francese.

= Scala di $\frac{1}{2000}$ ad $\frac{1}{2500}$ per *piani* speciali in genere, ossia per rilevamenti particolareggiati di città, villaggi, strade, canali, piazze fortificate, tracciamento di opere di fortificazione campale. Scala da $\frac{1}{5000}$ a $\frac{1}{10000}$ per il rilevamento completo di una località di mediocre estensione, piani di accampamento di una divisione di esercito, di un campo per manovre di Corpi di truppa, di posizioni militari delle piazze da guerra, ecc.

Scala da $\frac{1}{10000}$ ad $\frac{1}{20000}$ per la levata di un terreno di grande estensione, per la ricognizione di una vasta regione in tempo di guerra, atta per la effettuazione di una battaglia, per istituirvi lo accampamento di un esercito, ecc.

Avvertasi che la rappresentazione grafica di un dato rilievo in base alle scale comprese fra il limite di $\frac{1}{2000}$ sino ad $\frac{1}{20000}$ prossimamente prende in generale il nome di *piano grafico*.

Invece quelle eseguite in base a scale di proporzione comprese fra i limiti di $\frac{1}{5000}$ ad $\frac{1}{100000}$ si chiamano più propriamente *carte topografiche*, e le scale stesse prendono il nome di *scale topografiche*.

Così la *gran carta* d'Italia eseguita dal nostro Corpo dello Stato Maggiore viene pubblicata dallo Istituto geografico militare di Firenze nelle scale *topografiche* di 1 : 25000, 50000 e 100000.

Analogamente la *carta topografica* del Lombardo-Veneto e dell'Italia Centrale (nella scala di un *pollice* per 1500 *passi*) dell'I. R. Istituto geografico militare di Vienna è stata ridotta dal nostro Istituto nella *scala topografica* di 1 : 75000; queste *carte* possono servire per operazioni di guerra, marcie, dislocazioni di Eserciti, ecc.

Le scale poi da $\frac{1}{200000}$ ad $\frac{1}{500000}$ prossimamente, prendono il nome di *scale corografiche* perchè servono alla rappresentazione dello insieme di uno Stato colle sue divisioni politiche ed amministrative, rappresentazioni che appellansi appunto *carte corografiche.*

Infine le *carte geografiche* destinate, come si sa, a dare un'idea delle grandi divisioni naturali e politiche della terra, vengono eseguite nelle scale di 1 : 1.000 000, 2.000 000 che diconsi perciò *scale geografiche.*

A complemento del suesposto accenneremo ancora a talune altre scale da doversi adottare per legge a seconda dello scopo a cui si riferisce la rappresentazione grafica che devesi eseguire.

Per la redazione dei progetti stradali il Ministero dei Lavori Pubblici ha prescritto le seguenti scale:

$\frac{1}{10000}$ per le planimetrie generali;

$\frac{1}{2000}$ per le planimetrie di dettaglio;

Nei profili longitudinali $\begin{cases} \frac{1}{2000} \text{ per la lunghezza,} \\ \frac{1}{200} \text{ per le altezze;} \end{cases}$

$\frac{1}{500}$ per qualche rilievo speciale in cui necessita far risultare i minimi particolari del medesimo.

I piani grafici della triangolazione del compartimento catastale Modenese devono essere eseguiti alle seguenti scale:

Di 1 : 100,000 pel piano grafico della rete trigonometrica.

Di 1 : 25,000 pel piano grafico della rete trigonometrica e dei punti di dettaglio.*

Di 1 : 2000 per le mappe o rilievo particolare.

---

* Istruzioni e modelli per la formazione della rete trigonometrica pel nuovo catasto del compartimento Modenese.

361. *Scale di proporzione espresse con una frazione il cui numeratore non è l'unità.* Taluni piani grafici trovansi eseguiti con scale di proporzione espresse sotto la forma $\frac{n}{N}$ in cui n è un multiplo dell'unità.

In tal caso e conservando ad l, L ed N le stesse denominazioni avremo la egualianza:

$$\frac{l}{L} = \frac{n}{N}$$

da cui:

$$l = L \times \frac{n}{N} \qquad (a')$$

ed

$$L = l : \frac{n}{N} \qquad (b')$$

e cioè:

a') Per trovare la distanza grafica corrispondente ad una lunghezza naturale, occorre moltiplicare quest'ultima per la frazione scala;

b') Viceversa data una lunghezza grafica si troverà a quale lunghezza reale corrisponde sul terreno, dividendo la prima per la frazione scala.

Siccome poi per risolvere o l'una o l'altra delle due ultime formolette occorre sempre eseguire una moltiplica ed una divisione così a semplificare le operazioni ed avere un'espressione più chiara ed esplicita del rapporto esistente fra le distanze grafiche e le reali corrispondenti, si suole ridurre le dette scale sotto la forma generica di una frazione avente l'unità per numeratore dividendo i due termini della frazione, per il numeratore della medesima. Naturalmente se il denominatore non è esattamente divisibile pel numeratore, la riduzione riuscirà soltanto approssimata. Così se si avessero due piani rispettivamente eseguiti nelle scale di proporzione di $\frac{3}{100}$ e di $\frac{5}{100}$, si ridurrebbero sotto la forma di

$$\frac{1}{33{\cdot}333} \quad \text{e di} \quad \frac{1}{20}$$

la prima approssimata soltanto, la seconda esatta.

362. *Scale di proporzione espresse sotto forma concreta.* Taluni piani sono stati redatti in base a scale risultanti di due numeri

che si riferiscono a due diverse unità di misura, e di cui una esprime la lunghezza grafica e l'altra la corrispondente lunghezza naturale. Così ad esempio, la carta della Francia redatta dal nostro Cassini è nella *scala di 1 linea per 100 tese.*

Anche queste scale si possono facilmente ridurre sotto la forma generica di una frazione avente l'unità per numeratore onde avere, come si disse, un'espressione più chiara del rapporto esistente fra le lunghezze grafiche del piano e le corrispondenti distanze reali. Nello esempio adotto basterà ridurre le tese in linee. Sapendosi che la *tesa* si compone di *6 piedi*

il piede » » 12 *pollici*

il pollice » » 12 *linee*

potremo scrivere l'anzidetta scala sotto la forma di $\frac{1}{86400}$. Analogamente sapendosi che la carta del Lombardo-Veneto ed Italia Centrale è stata redatta dall'I. R. Istituto geografico militare di Vienna nella scala di *1 pollice per 1200 Klafter* ed essendo noto che:

1 . Klafter = 6 piedi

1 . Piede = 12 pollici

si ridurranno i Klafter in pollici e si troverà facilmente che la detta scala equivale all'altra di 1 : 86400.

303. *Scale grafiche.* In quasi tutti i piani oltre della espressione numerica della scala di proporzione in base alla quale il piano stesso è stato redatto v'ha una retta graduata nel modo che ora spiegheremo e che prende il nome di *scala grafica.* Prendendo con un compasso una data distanza sul piano e riportandola sulla detta scala si ha direttamente la corrispondente distanza reale senza bisogno di alcun calcolo.

Queste scale indicanti graficamente il rapporto che passa fra le lunghezze reali e quelle omologhe del terreno si costruiscono colla massima facilità.

Prendiamo la carta corografica dell'Italia redatta dal Corpo dello Stato Maggiore nella scala di 1 : 75000, e vogliasi costrurne la relativa scala grafica. Rammentando che nelle scale numeriche espresse sotto la forma generica $\frac{1}{n}$, il numeratore è sempre la lunghezza grafica della lunghezza reale enunciata dal denominatore, così potremo dire che:

$1^m,00$ sul disegno rappresenterà $75^m,000$ sul terreno,

$0^m,10$ » » $7^m,500$ »

$0^m,20$ » » $15^m,000$ »



Fig. 181.

Scala metrica nel rapporto di 1:75000

per ciò tracciata la retta xy (fig. 181) della lunghezza di 20 centimetri e dividendola in 15 parti eguali, ciascun intervallo rappresenterà un *chilometro*.

Suddividendo poi il primo intervallo a sinistra in dieci parti eguali ciascuna di queste suddivisioni rappresenterà un *ettometro*. Numerando poi le divisioni e suddivisioni nel modo indicato nella figura, avrassi in questa retta così graduata la *scala grafica* dell' $\frac{1}{75.000}$.

Ove poi si avesse su di un piano antico la sola *scala grafica*, se ne potrà dedurre la corrispondente *scala numerica* nel modo seguente:

Si abbia appunto la scala grafica presa ora in esame, si misuri con un doppio o triplo decimetro la lunghezza $x\,y$, che è come si sa di 20 centimetri, e rappresenta una lunghezza di 15 chilometri, indi si istituisca la proporzione

$$0^m,20 : 15000^m :: 1^m : x$$

da cui

$$x = 75000$$

che sarà il *denominatore della frazione avente per numeratore l'unità e che rappresenterà la cercata scala di proporzione.*

Vogliasi ora costruire una scala grafica metrica nel rapporto di 1 : 400, diremo se

1^m sul disegno rappresenterà 400^m sul terreno

$0,10^m$ sul disegno rappresenterà 40^m sul terreno.

Si tracci ora la retta indefinita $x\,y$ e sulla medesima si prenda una lunghezza eguale a 10 centimetri e la si divida in quattro parti eguali il che riuscirà agevole serven-

dosi dello stesso doppio decimetro (fig. 182). Ciascuno di questi intervalli rappresenterà evidentemente un decametro. Suddividendo ora col sussidio del doppio decimetro il primo intervallo a sinistra in 10 parti eguali, ognuna di queste rappresenterà il metro.

Scala metrica nel rapporto di 1 : 400



Fig. 182.

Numerandola poi nel modo indicato nella fig. 182 avremo nella retta così divisa una scala grafica nel rapporto di 1 : 400, le cui divisioni grandi ci daranno i decametri e le piccole i metri.

Siccome poi la lunghezza che ci rappresenta l'unità è in questa scala abbastanza sensibile ossia di 0,0025, e si può benissimo suddividere ancora in 4 parti eguali, si scorge di leggieri che col mezzo di detta scala si potrà rappresentare su di un piano una lunghezza reale di m. 0.25 e viceversa apprezzare sul piano stesso, redatto nella scala in esame, una lunghezza grafica di 0,0025, mentre invece colla prima scala nel rapporto di 1 : 75000 non si potrebbero apprezzare che i multipli del metro stante la piccolezza della medesima il che appunto costituisce ciò che chiamasi l'*approssimazione della scala* di cui fra breve diremo.

Abbiamo già detto che ora le sole scale di proporzione adottate sono quelle aventi per unità il metro ed espresse sotto la forma generica $\frac{1}{n}$, così è pure delle scale grafiche le quali sono tutte riferite alla misura metrica, e nelle planimetrie in genere o nelle carte moderne v'ha quasi sempre annesso alla scala grafica la indicazione della scala di proporzione. Qualora poi in un dato piano, come avviene nelle carte antiche, non vi fosse che la prima ed anzichè in metri fosse espressa in base ad altra unità di misura, bisognerà ridurla in metri mercè le tavole di ragguaglio e poscia dedurne la relativa scala di proporzione colla regola data al n.° 362.

364. *Approssimazione delle scale di proporzione.* Il genere e la conformazione degli istrumenti di cui dobbiamo ordinariamente servirci per la rappresentazione grafica di un dato rilievo e la con-

siderazione che l'ordinaria vista non permette di apprezzare una lunghezza minore di $^1/_4$ di millimetro (0.00025), ci rende manifesto che se l'unità di misura, che è per noi il metro, dev'essere rappresentata con una lunghezza minore di 0.00025, bisognerà contentarsi di rappresentare colla scala un multiplo soltanto della unità anzidetta.

Per trovare la minima lunghezza naturale che può essere rappresentata da una data scala grafica, il che costituisce *l'approssimazione della scala,* si fa uso della formoletta *a*) del n.° 359.

Attenendosi quindi al limite minimo di 0,00025, ossia di un quarto di millimetro, l'approssimazione della scala dell' 1 : 75000 sarebbe data da

$$0{,}0002\,5 : \frac{1}{75.000} = 18^{m},75$$

ma siccome il quarto di millimetro non è facilmente apprezzabile da tutti e riesce incerto se l'estremo di una data lunghezza grafica ricade proprio fra i due tratti che limitano il mezzo millimetro, così attenendosi al limite doppio cioè di 0,0005 l'approssimazione della scala dell' 1 : 75000 sarebbe di m : 37.50, ossia un mezzo millimetro sul piano rappresenterebbe m : 37.50 sul terreno.

Così nella scala di 1 : 2000 che è quella comunemente e convenientemente adottata per la rappresentazione grafica di un rilievo che debba servire per uno studio di un progetto stradale od idraulico, o per la formazione di una mappa catastale, attenendosi come sopra al limite di mezzo millimetro, l'unità d'ordine più basso che si può con detta scala rappresentare sul piano è $1^{m}00$, ossia l'*approssimazione della scala* è il metro.

Nel seguente quadro trovasi indicato quali sono le unità di infimo ordine che si possono rappresentare su di un piano in base alle scale superiormente riportate, ammesso che le minime divisioni delle scale stesse non debbano essere minori di mezzo millimetro.

Scala di	1 : 200	l'unità d'ordine più basso è		$0^{m},10$
»	1 : 500	»	»	$0^{m},25$
»	1 : 1000	»	»	$0^{m},50$
»	1 : 1500	»	»	$0^{m},75$
»	1 : 2000	»	»	$1^{m},00$
»	1 : 10000	»	»	$5^{m},00$

Scala di	1 : 15000	l'unità d'ordine più basso è		$7^m,50$
»	1 : 25000	»	»	$12^m,50$
»	1 : 50000	»	»	$25^m,00$
»	1 : 75000	»	»	$37^m,50$
»	1 : 100000	»	»	$50^m,00$
»	1 : 200000	»	»	$100^m,00$
»	1 : 800000	»	»	$400^m,00$
»	1 : 1.000000	»	»	$500^m,00$.

Per la rappresentazione grafica di taluni dettagli in cui si adoperano scale molto più grandi, per riconoscere tosto quali sono le unità d'ordine più basso che possono essere rappresentate sul disegno può valere il seguente quadro compilato al solito nella ipotesi che le minime divisioni non sieno inferiori a $0^m,0005$.

Scala di	$\frac{1}{10}$	l'unità d'ordine più basso è:		$0^m,00$,
»	$\frac{1}{20}$	»	»	$0^m,010$
»	$\frac{1}{50}$	»	»	$0^m,025$
»	$\frac{1}{100}$	»	»	$0^m,050$

365. *Scale ticoniche o scale grafiche a trasversali. Compasso di proporzione.* Colle ordinarie scale grafiche di cui sopra si è fatto parola egli è evidente che non si può valutare nè rappresentare su di un disegno una lunghezza minore di quella corrispondente alla minima suddivisione della scala; ad ovviare ad un tale inconveniente si costruiscono le *scale ticoniche*, il cui uso però è ora quasi scomparso grazie all'unità di misura metrica generalmente adottata e che facilita in modo ammirevole la suddivisione delle unità d'infimo ordine.

Per tal motivo non crediamo necessario intrattenerci sulla costruzione delle medesime. Analogamente non faremo parola del *compasso di proporzione* il quale, nella moderna topografia, non usasi che rarissimamente come scala nella rappresentazione grafica dei disegni.

366. *Rapportatore grafico.* Nell'antica topografia per misurare un angolo grafico oppure per riportare un dato angolo materialmente su di un disegno si usa comunemente il *rapportatore grafico* costituito da un semicerchio di metallo o più di frequente di materia trasparente, semicerchio il cui lembo è diviso in 180° gradi e mezzi gradi tanto da destra a sinistra che da sinistra a destra. Le frazioni intermedie occorre stimarle ad occhio.

L'uso ne è facilissimo ed ognuno lo può apprendere da sè, per cui non ci intratterremo oltre su tale istrumento il quale del resto non si presterebbe che malamente in base al metodo di rilevamento di cui è oggetto precipuo questo trattato.

367. *Rapportatore grafico con nonio.* Per collocare su di un piano tutti i punti di dettaglio di un determinato rilevamento topografico, qualora non si voglia far uso delle coordinate ortogonali dei medesimi, si adopera uno speciale rapportatore grafico con nonio la cui forma ed uso differiscono da quello superiormente descritto, giacchè oltre di permettere un maggior sfrazionamento delle divisioni angolari dà nel contempo la distanza dei punti di dettaglio dal punto di stazione su cui viene situato il rapportatore in esame.

Un tale istrumento rappresentato nella fig. 183 risulta di un semicerchio metallico il cui lembo è diviso da sinistra a destra in gradi e mezzi gradi secondo il sistema moderno centesimale ossia vi ha la serie degli angoli da 0^g a 200^g. È soppressa la divisione da 200^g a 400^g giacchè in base al detto sistema, e come meglio vedremo parlando dell'uso di questo goniometro, sarebbe affatto superflua giacchè basta aggiungere mentalmente 100^g o 200^g alla prima serie di angoli per avere le divisioni in gradi e mezzi gradi dell'intiera circonferenza. La serie poi dei gradi va da sinistra a destra servendo il rapportatore in esame per rilievi eseguiti col Cleps nel quale come sappiamo già, la graduazione procede da destra a sinistra contrariamente a quanto viene praticato nei tacheometri ed in generale nei goniometri appartenenti alla antica topografia. Il diametro del semicerchio è diviso in millimetri, la cui numerazione procede da ambo i lati a partire dal centro verso la periferia del semicerchio, numerazione che fa evidentemente l'ufficio di scala grafica, giacchè nel caso concreto di un disegno da eseguirsi nella scala di proporzione di $\frac{1}{2000}$ ogni millimetro rappresenterà 2 metri.

La scala o numerazione a *sinistra Sa* serve per le distanze

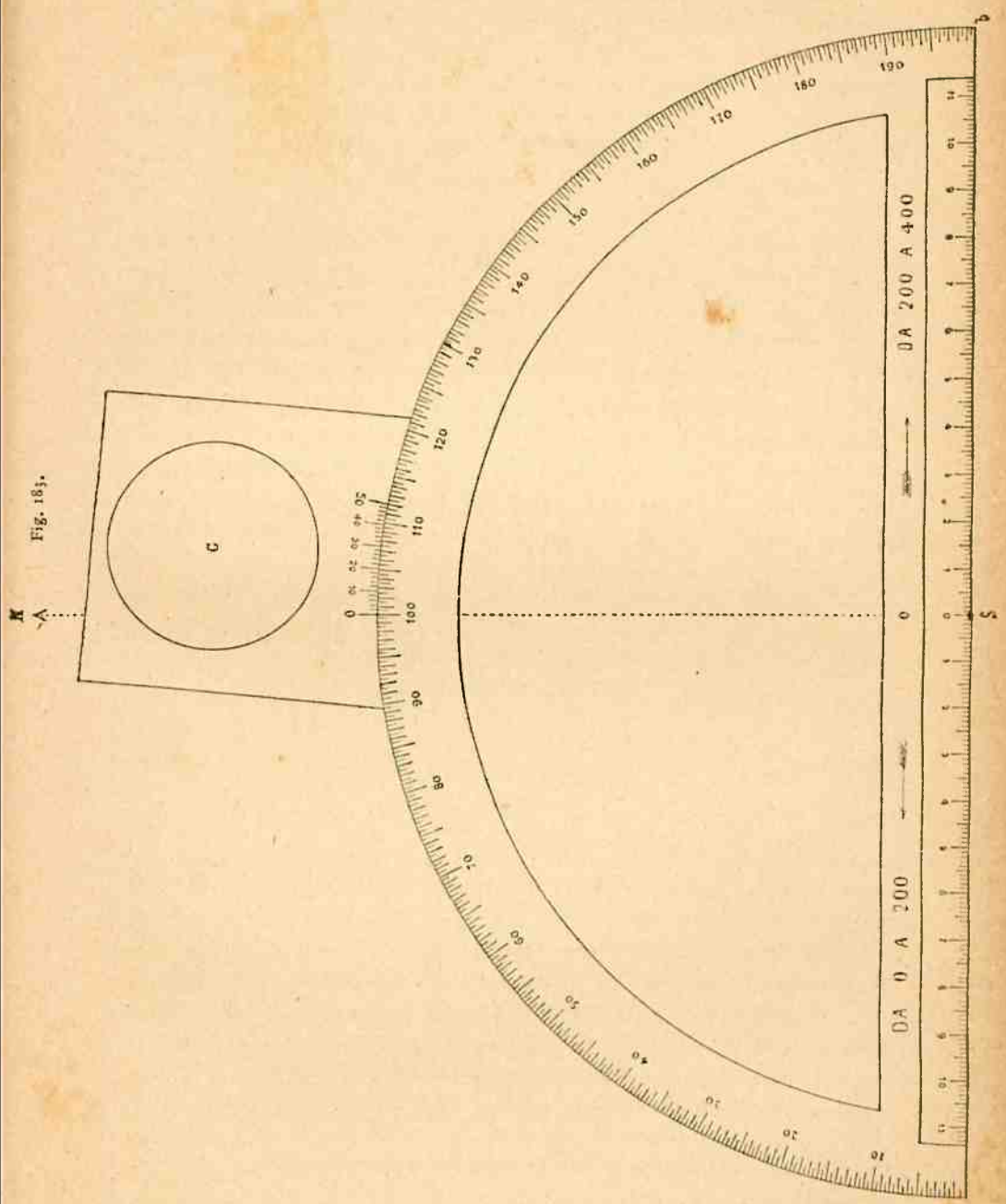


Fig. 183.

dei punti cadenti nel 1° e 2° *quadrante* ossia per angoli azimutali compresi fra 0^g e 200^g, e la scala o numerazione di destra *S b* per i punti i cui azimut sono compresi nel 3° e 4° quadrante ossia il cui valore oscilla fra 200^g e 400^g, come del resto è indicato sul diametro del semicerchio onde facilitare allo studioso l'uso, del resto semplicissimo, di questo istrumento.

Allo scopo poi di riportare gli angoli colla maggiore possibile approssimazione, il rapportatore grafico in esame è munito di un verniero il cui uso riuscirà oltremodo facile ad apprendersi se lo studioso avrà presente quanto in proposito si disse al Capitolo III della Parte III del presente manuale.

Come si vede dalla fig. 183 si è assunto un arco comprendente 24 delle minime divisioni del lembo del semicerchio graduato, e questo arco lo si è portato sul verniero suddividendolo in 25 parti eguali, per cui si avrà che ognuna di queste rappresenterà il *venticinquesimo* di mezzo grado ossia un *cinquantesimo* di grado ($0^g,02$) e quindi si potranno leggere e riportare gli angoli su di un disegno sino al limite minimo di 2 in 2 primi centesimali.

In altri termini, rammentando che la frazione propria di un verniero si ha dividendo uno dei minimi intervalli del lembo graduato per il numero delle divisioni contenute nel verniero stesso, mantenendo le stesse denominazioni di cui al n.° 159 avremo:

$$L = 50,\ x = 25$$

e quindi

$$\frac{L}{x} = 2' \text{ (centesimali)}.$$

Ad agevolare poi la lettura del nonio si è appunto numerato il medesimo da 0 a 50, di guisa che trovando coincidere la prima, la seconda, terza divisione del verniero con una del lembo attiguo si leggeranno direttamente 2.4.6.... minuti primi centesimali.

Il cerchio di centro *c* rappresenta la proiezione di una scatoletta cilindrica di metallo ripiena di piombo ed ha per iscopo di tener fermo il verniero una volta messo a posto ed a contatto del lembo graduato del semicerchio rapportatore. Siccome poi è difficile che non esista un piccolo errore di eccentricità, ossia che l'arco del verniero coincida perfettamente con quello del semicerchio, ed al girar di questo il verniero si sposta sempre un po', così abbiamo trovato meglio sopprimere la detta scatola (anche

perchè imbarazza un po' l'operatore e fa ombre sulle divisioni del verniero) e fissare la piastra contenente il nonio mercè due puntine infilate nei fori in cui si suole appunto applicare la scatola anzidetta.

Uso del rapportatore grafico con nonio. È facile rilevare che il rapportatore in esame fa lo stesso ufficio dell'alidada di un istrumento tacheometrico. Il semicerchio graduato rappresenta il cerchio azimutale, il diametro del medesimo l'asse ottico del cannocchiale. Volendo quindi riportare su di un piano nella scala di 1 : 2000 i punti di dettaglio rilevati da una data stazione *S*, si traccierà innanzi tutto una retta passante sul punto *S* che rappresenterà la direzione della meridiana od in generale quella direzione fissa qualsivoglia a cui sono stati riferiti gli *azimut* della stazione anzidetta individuata sul piano col punto *S*, che nel caso di una stazione isolata od unica è data dalla direzione del magnete applicato all'istrumento.

Individuata quella direzione sul piano, s'infigge uno spillo sul punto *S* in modo che riesca il più possibilmente normale al piano della carta su cui si vuol eseguire il disegno e che rappresenta per così dire l'asse dello strumento; indi si colloca il goniometro sulla carta col suo centro aderente allo spillo in guisa che possa liberamente girare attorno al medesimo, e lo si gira appunto sino a che la divisione 100^g, coincida esattamente colla direzione individuata dalla retta *S N* passante dal punto di stazione. Ciò fatto si applica il verniero al lembo graduato del rapportatore in modo che lo zero del verniero suddetto coincida esattamente colla divisione 100 del rapportatore, e si avrà questo disposto nella stessa guisa come era lo istrumento sul punto materiale di stazione del terreno e funzionerà sul piano della carta analogamente al Tacheometro che ci servì in campagna.

Supponiamo ora che per un dato punto di dettaglio si avesse (fig. 184) $\Theta = 40^g,00$, $d = 126^m$, si girerà il rapportatore sino a che segni l'angolo anzidetto e prendendo sul diametro da *S* verso *a* ossia nel tratto a partire dal centro verso sinistra la distanza $d = 126$ (che nella scala di proporzione anzidetta sarà data da una lunghezza di 63 mm.), si segnerà un punto (che si circoscrive con un piccolo cerchietto e poscia si enumera) che rappresenterà sul piano il punto corrispondente del terreno. Se le coordinate polari del punto anzidetto fossero state (fig. 184)

$$\Theta^1 = 240^g,00\,;\, d = 126^m,00$$

si porterebbe egualmente la divisione 40ᵍ del rapportatore a coincidere collo zero del verniero, se non che la distanza dovrebbe rilevarsi sul tratto opposto del diametro del semicerchio, e che segna appunto le direzioni dei punti cadenti nel 3° quadrante anzichè nel primo come nel caso precedente.

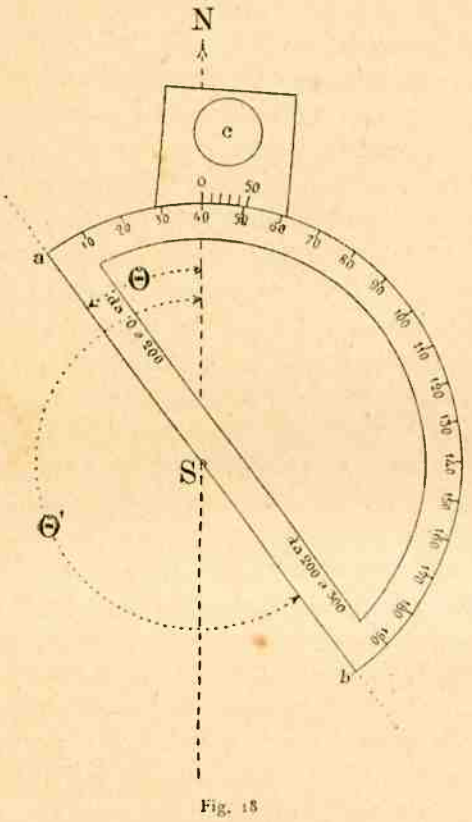


Fig. 18

Se invece le coordinate polari del punto di dettaglio da riportarsi sul piano grafico fossero (figura 185):

$$\Theta' = 140^g,00 \; ; \; d = 197,00$$

si dovrebbe girare il semicerchio graduato sino a far segnare al medesimo il detto angolo, indi si prenderebbe sul tratto Sa la distanza suddetta data nella scala in esame da una lunghezza di 90 millimetri e mezzo, ed individuare a tale distanza e lungo il diametro del semicerchio il punto collo stesso numero con cui era stato registrato nella relativa tabella eydipsometrica. Se infine le coordinate del punto di dettaglio fossero state

$$\Theta^3 = 340^g00 \; ; \; d = 197,00$$

si porterebbe egualmente il goniometro a segnare l'angolo 140ᵍ,00 come prima, se non che la distanza dovrebbe rilevarsi sul tratto Sb del diametro del semicerchio con che si vengono evidentemente ad aggiungere 200ᵍ e ad avere il punto sulla direzione voluta com'è indicato per maggior chiarezza nella fig. 185.

In generale sono necessari due individui per eseguire con tale rapportatore il piano grafico di un dato rilievo; l'uno tiene il registro di campagna e detta successivamente l'azimut e la di-

stanza di ciascun punto di dettaglio, l'altro li segna e li individua sul piano cogli stessi numeri d'ordine. Un solo operatore può benissimo far da sè il suddetto lavoro senz'altro inconveniente di impiegare un po' più di tempo.

Quando l'angolo azimutale si avvicina di molto ai 200ᵍ o 400ᵍ come sarebbe se si avesse

$$\theta = 199^{g},86$$

oppure

$$\theta = 399.92$$

nel qual caso non si potrebbero evidentemente rilevare al verniero i centesimi di grado usando del medesimo nel modo suindicato, allora è necessario prendere il complemento dell'angolo a 200ᵍ od a 400ᵍ, ossia nel caso in ispecie $0^{g},14$ e $0^{g}08$ il che torna lo stesso avendo il diametro del semicerchio riportatore la stessa direzione, soltanto occorre rilevare le distanze sempre nel tratto del diametro relativo all'angolo dato, non al suo complemento.

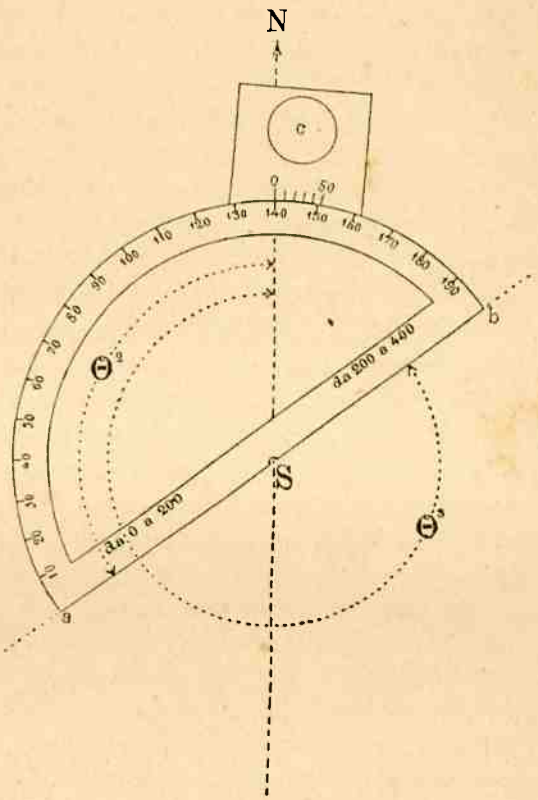


Fig. 185.

Il suesposto ci sembra sufficiente per apprendere con facilità l'uso di un tale istrumento tanto più che dovremo tornare su tale argomento quando faremo parola della rappresentazione grafica di un dato rilievo sia col mezzo delle coordinate polari che di quelle ortogonali.

368. *Piani grafici.* Ultimati i lavori di campagna relativi al rilevamento di una data estensione di terreno, non che le relative calcolazioni, e trascritte in apposito registro le coordinate polari od ortogonali di tutti i punti di quel rilevamento, in detto regi-

stro avremo riunita la *espressione numerica* chiara, esatta ed ubicativa delle posizioni dei diversi punti del terreno rilevato, non che delle varie parcelle componenti la totalità della superficie rilevata, registro che somministrerà il mezzo di ricostituire sul terreno ed in ogni tempo, un punto, un termine, ad arte o causalmente rimosso dal terreno stesso, e quindi atto a conservare in perpetuo e colla primitiva esattezza tutti i risultamenti delle fatte operazioni.

Sembrerebbe quindi a tutta prima cosa superflua il rappresentare sotto forma grafica l'espressione numerica anzidetta, stantechè questa sola fa fede delle operazioni eseguite e col mezzo di essa si può avere una chiara idea della ubicazione dei diversi punti materiali e ristabilirli sempre sul terreno anche quando per un accidentalità qualsivoglia più non esistessero.

Siccome però nel maggior numero dei casi i rilevamenti topografici devono servire per lo studio di progetti di qualche importanza come di costruzioni civili, stradali ed idrauliche, così la *rappresentazione grafica* del rilevamento è indubbiamente vantaggiosissima, facilitando la conoscenza della superficie del terreno, sul quale si dovrà eseguire il lavoro, non che lo studio della forma più opportuna da assegnarsi alle opere da progettarsi e per altre ragioni facili ad immaginarsi.

Conseguentemente ultimate tutte le operazioni di tavolo relative ad un dato rilievo eseguito in base alla moderna scuola topografica, si deve costruire in quella *scala* che si crederà più conveniente il *piano grafico* corrispondente. Detti piani prendono poi il nome di *piani quotati* giacchè, oltre all'ascissa ed ordinata orizzontale, si determina per ogni punto anche la relativa ordinata verticale.

Dal piano quotato si può poi con la massima facilità ottenere un *piano a curve orizzontali* o *piano eidipsometrico* in uso oramai presso tutte le nazioni più civili ed utilissimo per eseguire lo studio di progetti di qualche importanza.

Qualora poi il rilievo avesse uno scopo esclusivamente planimetrico, si può ommettere di notare sulla rappresentazione grafica di essa le quote altimetriche e quindi tralasciare le calcolazioni relative abbreviando in modo sensibile le operazioni di tavolo. Ma ben pochi, riteniamo, siano i casi in cui torni superfluo notare sui piani grafici le quote altimetriche, giacchè l'altimetria è un elemento troppo importante per avere una conoscenza esatta del

terreno e quindi varrà sempre la pena di eseguire le poche e semplici operazioni di calcolo relative.

369. Nel disegnare il piano grafico di un dato rilevamento è necessario procedere nel seguente modo:

a) Rappresentare innanzitutto e colla massima cura e precisione le poligonali opportunamente comprovate e compensate; e queste sempre mercè le tre coordinate ortogonali (fig. 186);

b) Rappresentare la planimetria di tutti i punti di rilievo sia mercè le relative coordinate ortogonali planimetriche, ma più comunemente col mezzo delle corrispondenti coordinate polari;

c) Disposti sul piano i diversi punti di rilievo ed individuati col numero relativo dato dai registri, si uniscono fra loro (col sussidio degli eidotipi) con opportune linee in guisa da rappresentare le particolarità di configurazione del terreno rilevato, indi si scrivono a lato di ognuno di essi punti le quote altimetriche corrispondenti.

a) *Rappresentazione delle poligonali a coordinate ortogonali.* Per la rappresentazione grafica di un rilievo eseguito in base ai nuovi procedimenti, occorre necessariamente impiegare della carta quadrettata, le cui rette ortogonali distino fra loro di una quantità costante per un dato rilievo, ma variabile dall'uno all'altro a seconda della scala del rilievo stesso. Le une rappresenteranno la direzione delle ordinate X e le altre ad esse normali quelle delle ascisse Y (fig. 186).

Si comprenderà di leggieri come tale quadrettazione faciliti la situazione sui piani dei vertici delle poligonali, non che dei punti di dettaglio, quando anche questi sono espressi in funzione delle rispettive coordinate ortogonali.

Occorre poi assumere il punto d'origine delle coordinate ortogonali, ossia degli assi principali di riferimento, in modo che le coordinate generali di tutti i punti del rilievo riescano positive, vale a dire che siano compresi tutti in uno stesso quadrante. Per soddisfare a queste condizioni, si è ben sovente obbligati ad allontanare l'origine delle coordinate dal punto di partenza delle operazioni (fig. 187).

Quando invece la direzione generale del rilievo e del piano si allontana immediatamente dagli assi ortogonali di riferimento senza più intersecarli, si assume il punto di partenza delle operazioni come origine delle coordinate (fig. 186.)

Le poligonali di rilievo sarà utilissimo rappresentarle a parte

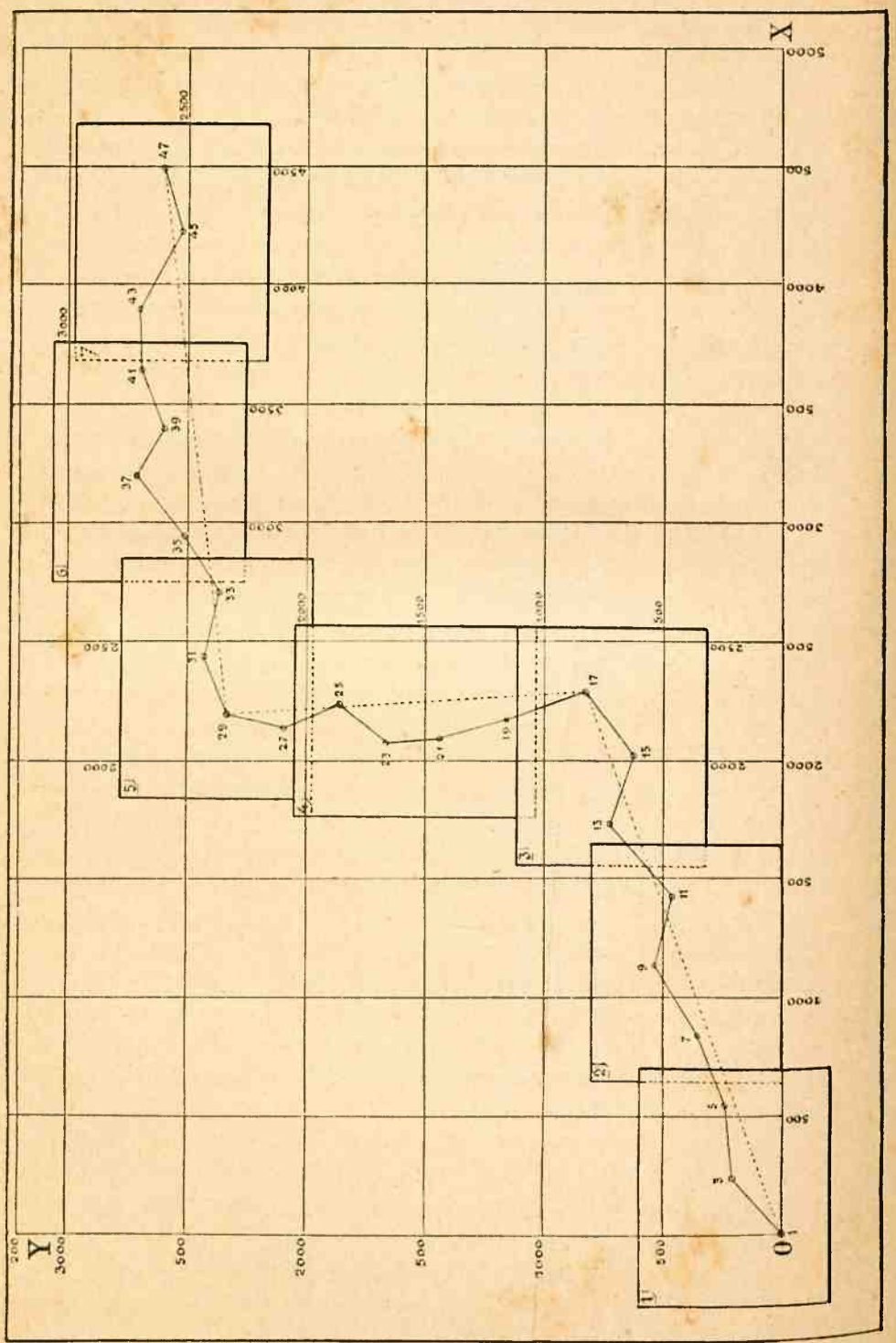

X
Y
O
3000
500
2000
500
1000
500
47
45
43
41
39
37
35
33
31
29
27
25
23
21
19
17
15
13
11
9
7
5
3
1

Fig. 166.

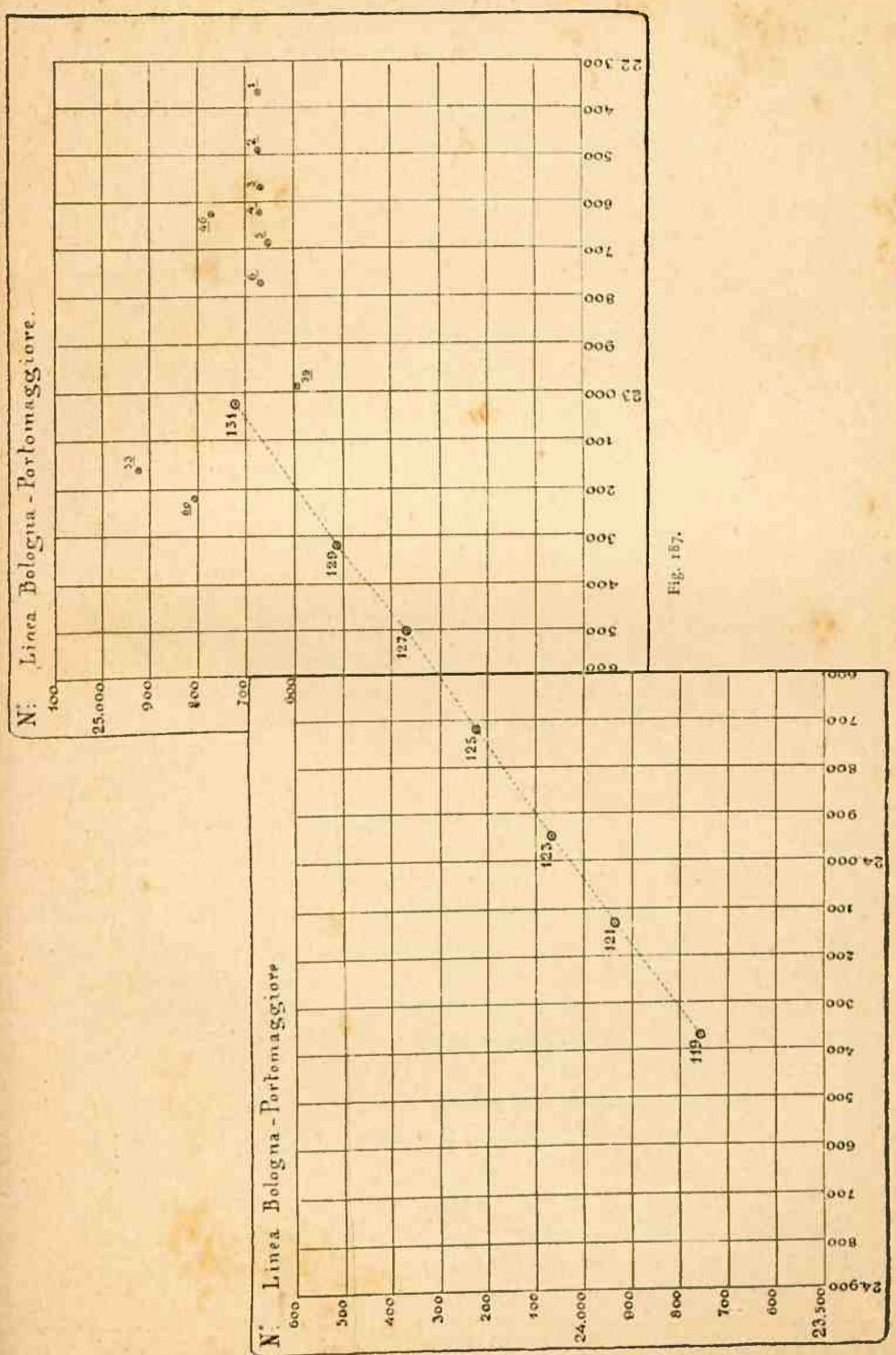

N.° Linea Bologna - Portomaggiore.
N.° Linea Bologna - Portomaggiore

Fig. 187.

nella scala di 1 : 10000 almeno, giacchè ciò permetterà di disporre i diversi fogli nel modo il più vantaggioso, come appunto è indicato dalla succitata fig. 186.

Ciò premesso si riporteranno i vertici delle poligonali nei fogli preparati per il piano generale di dettaglio (fig. 187).

Quadrettati con tutta la diligenza possibile i diversi fogli di carta, si scrivono sui bordi o margini dei medesimi le distanze a partire dall'origine delle coordinate, e poscia s'individuano i punti o picchetti di base mercè il doppio decimetro. Occorre poi verificare se la distanza fra due stazioni successive riportata già sul piano corrisponde esattamente a quella data dalle tabelle, così pure che l'orientazione è esattamente la stessa data dalle tabelle medesime, e tali verifiche occorre farle per tutti i vertici delle poligonali onde accertarsi sul modo il più assoluto che non si è commesso errore di sorta nella rappresentazione grafica del rilievo per la parte che si riferisce alle poligonali.

b) Rappresentazione grafica dei punti di dettaglio sia col mezzo delle coordinate polari che di quelle ortogonali. Com' avemmo già a dire altrove, onde abbreviare i lavori di tavolo, non si calcolano per tutti i punti di dettaglio le corrispondenti coordinate ortogonali ma vengono questi individuati sul piano grafico mercè le relative coordinate polari, ed usando qualche diligenza si perviene a rappresentarli graficamente con tutto il grado di approssimazione desiderabile in questo genere di lavoro.

Tracciate le poligonali sul piano topografico, per riportare su di questo i singoli punti di dettaglio, per esempio quelli rilevati dalla stazione 66^a sul picchetto 131 (fig. 187); si traccia a matita sul punto 131 una retta parallela alla direzione delle *Y*, indi si situa il goniometro in stazione mercè uno spillo che gli serve di perno e lo si dispone in guisa da far coincidere la divisione 100^g colla retta passante pel punto di stazione paralella all'asse delle *Y* e che rappresenta la direzione del diametro 0^g—200^g del circolo azimutale del Cleps. Ciò fatto gli si dispone di fronte il verniero in guisa da fargli segnare precisamente l'*azimut del circolo* della stazione in esame che dalla tabella delle coordinate ortogonali delle poligonali a pag. 422 risulta di $0^g,757$. È questa appunto la correzione che si deve apportare a tutti gli azimut dei punti di dettaglio rilevati dalla stazione in esame onde esattamente orientarli. Ciò fatto un impiegato detta gli angoli azimutali e le distanze inscritte nelle tabelle eidipsometriche ed un altro addetto al goniometro individua i singoli punti e li enumera.

Appena collocato il rapportatore sul punto di stazione nel modo anzidetto si deve dirigere il diametro dell'istrumento che fa l'ufficio di alidada, sul punto di stazione che immediatamente lo precede o lo sussegue onde constatare se al lembo graduato si legge precisamente l'angolo azimutale relativo dato dalla tabella eidipsometrica; una tale verifica la si deve eseguire anche per i punti intermedi, punti di stazioni ausiliarie, o punti di collegamento se ve ne sono. Una volta sicuri che l'orientamento del goniometro é giusto si procede come si disse ad individuare e numerare i singoli punti di dettaglio.

Quando un vertice di una poligonale ricade in prossimità di uno dei lembi del foglio, in guisa che i punti di dettaglio relativi a quella stazione dovranno essere riportati parte su di un foglio e parte sul successivo, occorrerà aggiungere questo al primo prima di ultimare la rappresentazione grafica della intiera stazione in guisa che il riporto dei punti si faccia simultaneamente sull'uno e sull'altro foglio (fig. 187).

c) Riportati sul foglio tutti i punti di dettaglio dipendenti dai vertici della poligonale compresi nel foglio stesso, col sussidio degli eidotipi si uniscono con linee i punti di dettaglio in guisa da formare una figura consimile a quella degli abbozzi. Il disegno si fa dapprima a matita e poi verificato che non vi ha errore di sorta nel riporto e nella individuazione dei punti, lo si passa ad inchiostro. Ciò fatto si procede a notare le quote di ogni singolo punto. Lo scritturale annunzia il punto e l'altro impiegato detta la quota relativa, queste devono essere scritte tutte nello stesso senso e possibilmente a destra di ciascun punto.

Come già si disse, quasi sempre la rappresentazione grafica planimetrica dei diversi punti di dettaglio la si eseguisce per mezzo delle *coordinate polari*, giacchè orientato esattamente il goniometro o rapportatore, vengono essi individuati con tutta quella precisione ed esattezza che comportano le *scale* nelle quali ordinariamente vengono eseguiti i piani topografici.

Soltanto in taluni casi speciali in cui si richiede nelle rappresentazioni grafiche il maggior grado di approssimazione, o si vuol rappresentare qualche dettaglio del rilevamento in iscala maggiore, allora si trasformano le coordinate polari nelle corrispondenti ortogonali mercè le scale logaritmiche del Porro e se ne eseguisce la rappresentazione per mezzo delle dette coordinate ortogonali.

Nel quadro che segue abbiamo appunto calcolate le x, y di tutti i punti di dettaglio rilevati dalla stazione 66ª sul picc.° 131, onde lo studioso possa vedere il sistema da tenersi in tale bisogna, e possa servirsene per eseguire il piano grafico della stazione anzidetta in quella scala che crederà conveniente e come un utile esercizio delle rappresentazioni grafiche di cui ora ci occupiamo. Col mezzo delle x, y di ciascun punto di dettaglio riesce oltremodo spedito individuarli sul piano, giacchè col sussidio della quadratazione si riconoscerà subito entro a quale dei quadrati deve ricadere il punto da riportarsi sul piano, indi non si avrà che a segnare la y sulla direzione della Y che limita il quadrato anzidetto, ed all'estremo di essa condurre una paralella all'asse delle X e portare su questa col doppio decimetro il valore della x e scrivere di contro al punto il numero corrispondente che lo individua nei registri e nello eidotipo, come trovasi indicato per i punti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 39, 46, 53, 60, nella fig. 187.

Si è appunto col mezzo della quadrettazione che si risparmia di segnare per ogni punto le totali lunghezze delle relative coordinate il che alle volte riescirebbe difficile e scomodissimo atteso alla lunghezza delle medesime.

Individuati in tal guisa i diversi punti del rilievo, mercè l'eidotipo si riuniranno opportunamente i diversi punti colle linee necessarie a rappresentare le particolarità della zona di terreno rilevata da ciascuna stazione, analogamente a quanto abbiamo esposto circa alla rappresentazione grafica a coordinate polari.

TABELLA N. 28.

Stazione 66.ª sul picchetto N. 131.

Numero d'ordine	Angolo orizzontale letto θ	Azimut del circolo	Azimut corretto del punto di dettaglio θ_1	Distanza orizzontale K	Ascissa parziale y di ciascun punto ($y=K\cos\theta_1$)	Ascissa assoluta della stazione 66.ª Y	Ascissa assoluta di ciascun punto Y_1	Ordinata parziale x di ciascun punto ($x=K\operatorname{sen}\theta_1$)	Ordinata assoluta della stazione X	Ordinata assoluta di ciascun punto X_1
	gr.	gr.	gr.	m						
1	294,18	**0,757**	294,94	647,50	— 51,41	**24.724,39**	24.672,98	— 645,45	**23.014,14**	22.368,69
2	292,88	»	293,64	528,00	— 52,66	»	24.671,73	— 525,36	»	22.488,78
3	291,55	»	292 31	449,00	— 54,11	»	24.670,28	— 445,72	»	22.568,42
4	290,17	»	290,93	400,00	— 56,79	»	24.667,60	— 395,94	»	22.618,20
5	286,43	»	287,19	332,54	— 66,46	»	24.657,93	— 325,83	»	22.688.31
6	282,87	»	283,63	240.00	— 61,03	»	24.663,36	— 232,11	»	22.782,03
7	281,37	»	282,13	164,68	— 45,62	»	24.678,77	— 158,20	»	22.855,94
8	281,60	»	282,36	80,20	— 21,94	»	24.702,45	— 77,14	»	22.937,00
9	283,94	»	284,70	38,80	— 9,23	»	24.715,16	— 37,68	»	22.976,46
10	67,36	**0,658**	68,02	40,46	+ 19,48	»	24.743,87	+ 35,46	»	23.049,60
11	68,35	»	69,01	77,20	+ 36,11	»	24.760,50	+ 68,23	»	23.082,37
12	68.60	»	69,26	182,46	+ 84,72	»	24.809,11	+ 161,60	»	23.175,74
13	70,16	»	70,82	198,82	+ 87,97	»	24.812,36	+ 178,30	»	23.192,44
14	68,92	»	69,58	236,76	+108,88	»	24.833,27	+ 210,24	»	23.224,38
15	69,88	»	70,54	248,54	+110,95	»	24.835,34	+ 222,40	»	23.236,54
16	69,09	»	69,75	350,66	+160,42	»	24.884,81	+ 311,81	»	23.325,95
17	85,32	»	85,98	254,90	+ 55,68	»	24 780.07	+ 248,74	»	23.262,88
18	62,95	»	63,61	179,72	+ 97,22	»	24.821,61	+ 151,15	»	23.165,29
19	57,68	»	58,34	184,74	+112,44	»	24.836.83	+ 146,67	»	23.160,81
20	56,08	»	56,74	204,20	+128,33	»	24.852,72	+ 158,84	»	23.172,98
21	67,12	»	67,78	180,36	+ 87,23	»	24.811,62	+ 157,38	»	23.171,52
22	46,42	»	47,08	144,90	+107,05	»	24.831,44	+ 97,65	»	23.111,79
23	64,23	»	64,89	70,94	+ 37,17	»	24.761,56	+ 60,41	»	23.074,55
24	26,85	»	27,51	86,34	+ 78,40	»	24.802,79	+ 36,16	»	23.050,30
25	343,54	»	344,20	66,02	+ 42,24	»	24.766,63	— 50,74	»	23.064,88
26	309,60	»	310,26	121,22	+ 19,34	»	24.743,73	— 119,67	»	23.133,81
27	302,92	»	303,58	158,90	+ 8,33	»	24.723,32	— 158,66	»	22.855,48
28	321,15	»	321,81	131,77	+ 44,20	»	24.768.59	— 124,10	»	22.890,04
29	300,79	»	301,45	178,08	+ 4,05	»	24.728,44	— 178,05	»	22.836,09
30	279,90	»	298,56	217,84	— 4,93	»	24.729,32	— 217,80	»	22.796,26

Numero d'ordine	Angolo orizzontale letto θ	Azimut del circolo	Azimut corretto del punto di dettaglio θ_1	Distanza orizzontale K	Ascissa parziale y di ciascun punto $(y=K\cos\theta_1)$	Ascissa assoluta della stazione 66.ª Y	Ascissa assoluta di ciascun punto Y_1	Ordinata parziale x di ciascun punto $(x=K\text{sen}\cdot\theta_1)$	Ordinata assoluta della stazione 66.ª X	Ordinata assoluta di ciascun punto X_1
	gr.	gr.	gr.	m						
31	281,37	**0,658**	282,03	112,48	— 31,25	**24.724,39**	24.755,64	— 107,78	**23.014,14**	22.806,36
32	296,07	»	296,73	272,00	— 13,96	»	24.738,35	— 271,64	»	22.742,50
33	294,88	»	295,54	315,30	— 22,07	»	24.746,46	— 314,52	»	22.699,62
34	283,38	»	284,54	122,12	— 29,36	»	24.753,75	— 118,52	»	22.895,62
35	283,94	»	284,60	223,98	— 53,66	»	24.778,05	— 217,48	»	22.796,66
36	281,47	»	282,13	171,38	— 47,47	»	24.676,92	— 164,66	»	22.849,48
37	275,12	»	275,78	121,88	— 45,26	»	24.679,13	— 113,16	»	22.900,98
38	272,45	»	273,11	81,86	— 33,56	»	24 690,83	— 74,66	»	22 939,48
39	209,61	»	210,27	130,76	— 129,06	»	24.595,33	— 21,00	»	22.993,14
40	138,65	»	139,31	93,52	— 76,25	»	24.648,14	+ 54,14	»	23.068,28
41	79,16	»	79,82	68,86	+ 21,46	»	24.745,85	+ 65,43	»	23.079,57
42	317,18	»	317,84	226,64	+ 62,63	»	24.787,02	— 217,60	»	22.796,54
43	312,10	»	312,76	254,64	+ 50,65	»	24.775,04	— 249,35	»	22.764,79
44	310,98	»	311,64	294,62	+ 53,57	»	24.777,96	— 289,75	»	22.724,39
45	307,54	»	308,20	351,46	+ 45,14	»	24.769,53	— 348,55	»	22.665,59
46	306,64	»	307,30	391,42	+ 44,78	»	24.769,17	— 388,85	»	22.625,29
47	344,86	»	345,52	142,96	+ 93,73	»	24.818,12	— 107,94	»	22.906,20
48	386,61	»	387,27	117,18	+ 114,84	»	24.839,23	— 23,27	»	22.990,87
49	383,33	»	383,99	134,84	+ 130,60	»	24.854,99	— 33,55	»	22.980,59
50	15,43	»	16,09	149,52	+ 144,77	»	24.869,16	+ 37,38	»	23.051,52
51	28,50	»	29,16	187,52	+ 168,19	»	24.892,58	+ 83,68	»	23.097,82
52	29,65	»	30,31	219,32	+ 194,93	»	24.919,32	+ 100,38	»	23.114,52
53	37,90	»	38,56	246,94	+ 203,01	»	24.927,40	+ 140,59	»	23.154,73
54	44,59	»	45,25	288,82	+ 218,88	»	24 943,27	+ 188,43	»	23.202,57
55	48,15	»	49,11	298,56	+ 214,04	»	24.938,43	+ 208,14	»	23.222,28
56	59,66	»	60,32	282,80	+ 165,07	»	24.889,46	+ 229,72	»	23.243,86
57	60,00	»	60,66	237,24	+ 137,55	»	24.861,94	+ 193,37	»	23.207,51
58	72,63	»	73,29	184,40	+ 75,11	»	24.799,50	+ 168,41	»	23.182,55
59	75,76	»	76,42	204,74	+ 74,20	»	24.798,49	+ 190,84	»	23.204,98
60	75,69	»	76,35	214,72	+ 77,94	»	24.802,33	+ 200,07	»	23.214,21
61	335,88	»	336,54	197,14	+ 107,03	»	24.831,42	— 165,53	»	22.848,61
62	336,10	»	336,76	222,70	+ 121,56	»	24.845,95	— 186,59	»	22.827,55

370. *Piano a curve orizzontali.* Rappresentati graficamente i rilievi coi metodi più sopra esposti e scritto a lato di ciascun punto la relativa quota altimetrica, si ha in essi altrettanti *piani quotati*, mediante i quali si possono riconoscere le differenze di livello dei diversi punti del terreno nei medesimi raffigurato. Il piano di paragone essendo sempre al disotto, ed in generale il livello del mare, va da sè che i punti di maggior quota sono i più elevati.

È incontestabile il vantaggio che presenta un piano quotato, somministrando un'idea completa della conformazione del terreno, ed il mezzo di potere studiare e progettare lavori che diversamente non sarebbe possibile senza il sussidio di profili o livellazioni longitudinali e trasversali del terreno stesso. Tale sistema di piani torna utile specialmente per rappresentare terreni pianeggianti e tutte quelle accidentalità del suolo che trovansi poco elevate o depresse dal suolo stesso.

Uno dei pregi del moderno sistema di rilevamento e che abbiamo più volte fatto rilevare, si è appunto quello di somministrare per così dire *gratuitamente* i piani *grafici quotati*, giacchè gli *stessi numeri generatori* somministrano la posizione di un dato punto tanto nel senso planimetrico che altimetrico.

Dal piano quotato poi riesce facilissimo passare ad un *piano a curve orizzontali o di livello* il cui uso si è già esteso anche da noi, e talune carte topografiche del Regno redatte dal nostro Stato Maggiore sono appunto piani a curve orizzontali coll' equidistanza di 10^m.

Un piano si dice a *curve orizzontali* quando in esse sono rappresentate le proiezioni delle curve o linee luoghi geometrici di tutti i punti del terreno che hanno eguali quote altimetriche, od in altri termini quando in esso sono tracciate le intersezioni del terreno con piani orizzontali equidistanti e quotati.

Qualora sia intenzione di trasformare il piano quotato in un altro a curve di livello, nello eseguire i rilievi di campagna si dovrà avere l'avvertenza di scegliere taluni punti in guisa che si possano unire con rette giacenti sulla superficie del terreno stesso.

Sieno *A, B, C, D, E*. . . . punti di *quota* nota appartenenti ad un dato rilevamento sul quale vogliansi tracciare le curve di livello coll'equidistanza di 5^m (fig. 188). Supponiamo ancora che le rette che uniscano rispettivamente il punto *A* coi punti *B, C, D, E*, giacciano prossimamente sulla superficie del terreno. Le

distanze orizzontali sono pur note, e sia per es., $AB = 240$, e la differenza di livello fra gli stessi punti essendo eguale a 24 metri, nel quoziente $\frac{240}{24} = 10$ avremo la *base di pendenza* ossia la percorrenza orizzontale per ogni metro di altezza. Ora la prima curva

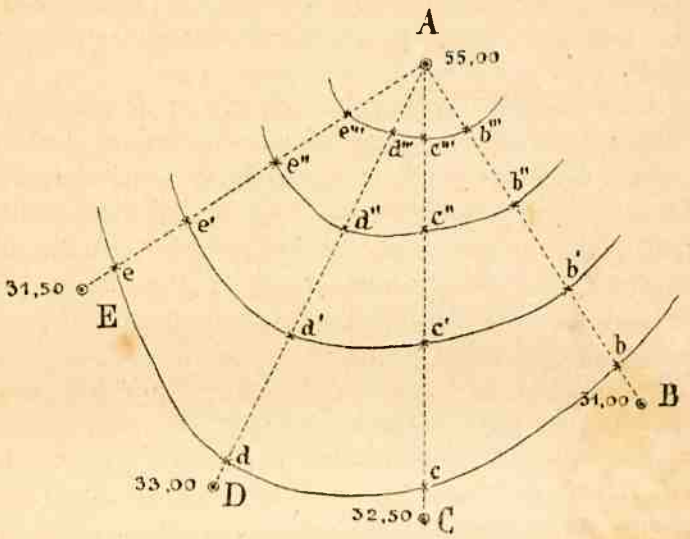


Fig. 188.

orizzontale superiormente al punto B dovendo avere per quota di livello 35^m, sarà alta su B di m. 35,00 — 31.00 = 4^m,00 e facendo il prodotto di 10.00 × 4 = 40,00 si avrà a qual distanza dal punto B si trova il punto b intersezione della curva quotata 35^m colla direzione della retta AB, distanza che si prenderà col doppio decimetro a partire da B verso A e nella stessa scala in cui è redatto il piano, poscia con un compasso, o collo stesso doppio decimetro, si metteranno a posto gli altri punti b' b'' b''' dividendo in quattro parti uguali la distanza bA, giacchè la differenza di livello fra b ed A essendo di 20^m la AB sarà intersecata da altre tre curve di livello rispettivamente alle altezze 40^m, 45^m e 50^m metri, e passanti per i punti b', b'' e b''' anzidetti.

Analogamente si potranno trovare i punti d'intersezione c, c', c'', c''' delle quattro curve di livello anzidette colla retta AC, e così con le altre AD, AE, ecc. Unendo poi i punti $b\,c\,d\,e$, $b'\,c'\,d'\,e'$, $b''\,c''\,d''\,e''$, rispettivamente con linee continue, tenendo in ciò presente gli eidotipi onde riprodurre le minime accidentalità del terreno, si avrà nell'assieme di quelle linee una rappresenta-

zione più dettagliata ed appariscente della configurazione del terreno, la quale riuscirà evidentemente tanto più esatta quanto più vicini saranno i piani orizzontali determinanti il contorno delle curve di livello.

Dove le curve trovansi più approssimate là il terreno ha un maggior pendìo, il contrario ha luogo dove le curve trovansi più scostate, perchè in queste la distanza dal punto culminante alla curva inferiore è maggiore che nel primo caso.

Le curve chiuse denotano sempre un' altura, un poggio, oppure una depressione, una concavità; si ha un'altura quando la quota più piccola trovasi apposta nella curva maggiore che denoterà la falda od il piede di un colle, rappresenteranno invece una concavità quando la quota minore è apposta alla curva più piccola.

Se in un foglio appartenente ad un piano topografico le curve di livello non sono rientranti in sè stesso, si conoscerà egualmente in qual senso ha luogo la pendenza, ponendo attenzione ai corsi d'acqua i quali costituiscono sempre la parte più bassa di una data zona di terreno.

Concludendo, il metodo moderno di rilevamento topografico ha questo ancora di rilevante, di somministrare cioè dei *piani quotati* i quali alla lor volta si possano, volendo, facilmente trasformare in altrettanti piani a curve orizzontali che meglio di ogni altro rappresentano la vera e caratteristica configurazione del terreno.

371. *Sulla convenienza dei metodi ed istrumenti proprii della moderna topografia in tutte le operazioni di rilevamento.* « Quantunque sieno ancora pochi gli operatori che nei lavori di rilevamento applicano la celerimensura, pure esso ha già ricevuto tali e tante applicazioni da potersi asserire senza tema di errore, che ha già fornito dati di fatto per poter decidere della sua convenienza in tutte le operazioni topografiche.

» Per quanto si riferisce all'esattezza, i metodi di celerimensura sono tali che, se non dànno all'operatore l'infallibilità, gli diminuiscono però di molto la facilità di commettere errori, in grazia dei molteplici mezzi di verificazione inerenti al sistema; ed è oramai posto fuori di dubbio che i metodi di celerimensura bene applicati, conducono ad un'approssimazione superiore a quella che si ottiene cogli altri sistemi. Le tre coordinate di ciascuno dei punti che marcano le accidentalità del terreno sono indipendenti dalle posizioni di tutti i punti che lo avvicinano, e

« quindi gli errori di lettura commessi nel rilevare un particolare « qualunque non possono influire sugli altri. Allorquando la po- « ligonazione trovasi definita in modo da essere ben determinata, « verificate e convenientemente comprovate le posizioni dei vertici, « è tolto il pericolo della propagazione degl' ingrandimenti degli « errori, e resta eliminata la possibilità di avere considerevoli di- « varii fra la superficie dei rilievi e quella dei terreni corrispon- « denti.

« L'approssimazione che ottiensi nelle quote altimetriche è « pure apprezzabile, sempre che però non si trascurino certe cau- « tele, le quali pur troppo non sono sempre osservate da tutti gli « operatori nelle livellazioni trigonometriche.

« Per rapporto al costo dei rilevamenti eseguiti colla cele- « rimensura, riesce facile il convincersi come esso deve risultare « notevolmente inferiore a quello dei rilievi fatti cogli antichi si- « stemi. Le verificazioni che si fanno sul terreno in ogni sta- « zione, non che quelle che in seguito si possono instituire per « avere collimato a punti direttori oppure a punti trigonometrici, « e l'uniformità di metodo che generalmente si segue nel rile- « vare, contribuiscono a far sì che le operazioni, le quali hanno per « iscopo di dedurre al tavolino le coordinate definitive ed anche « il piano del terreno, non possono presentare incertezze nè ri- « chiedere determinazioni speciali e ricercate. Segue da ciò che ge- « neralmente queste operazioni si possono condurre a compimento « con una celerità maggiore di quella che è possibile raggiungere « cogli altri sistemi di rilevare, i quali sovente obbligano a lunghe « e noiose operazioni di gabinetto, sia a motivo delle discrepanze « che talvolta s'incontrano per non aver verificata sul terreno l'esat- « tezza del lavoro, ed a motivo dei dubbi che nascono per insuf- « ficienza di mezzi di verificazione e per mancanza d'uniformità « di metodi nell'operare sul terreno.

« Fra tutti gli strumenti che si possono impiegare nelle ope- « razioni di celerimensura, il clepsciclo del prof. Porro è sicura- « mente quello che presenta maggiori vantaggi. La facilità di ma- « neggio, la stabilità, la comodità e sicurezza del trasporto, ed i « mezzi che questo strumento presenta per accertarsi dell'esattezza « delle osservazioni, sono requisiti che dal lato pratico lo rendono « eminentemente commendevole ed i quali valgono ad accreditarlo « presso qualsiasi operatore, il quale desideri avere uno strumento « simultaneamente utile per le operazioni planimetriche ed alti- « metriche.

« Conchiudendo sulla convenienza della celerimensura e sui « pregi del clepsciclo, francamente si può asserire che la celeri- « mensura, sia dal lato teorico che dal lato pratico, costituisce un « sistema di rilievo il quale riunisce in sè tutte le doti di spedi- « tezza e di precisione, che merita di essere studiata con molta « cura da chi si dedica alle operazioni di rilevamento; che minu- « tamente deve essere spiegata in tutte le scuole d'ingegneria, non « che in quelle altre d'ordine inferiore in cui s'insegna l'arte di « rilevar i terreni; e che il clepsciclo del prof. Porro è attualmente « il migliore degli strumenti per le operazioni di celerimensura. »

Questo in succinto e per sommi capi scriveva vent'anni or sono il compianto Curioni nel breve ed elaborato compendio di *Celerimensura* posto in appendice al suo *Corso di Topografia,* quando cioè il nuovo metodo di rilevamento era si può dire ne' suoi primordi.

Il manipolo degli operatori che seguiva allora la scuola del Porro andò mano mano crescendo, da manipolo si fece falange ed attualmente può asserirsi che costituisce un piccolo esercito.

I primi tacheometri del Porro andarono pure col tempo sensibilmente perfezionandosi e con essi e di conserva i metodi di rilevamento per cui i pregi della nuova scuola topografica al confronto dell'antica si resero sempre più manifesti e salienti.

Ed è appunto basandoci su quest'ultima considerazione e dall'essersi da noi esposto in tutti i suoi particolari il nuovo metodo di rilevamento ed i nuovi istrumenti nel medesimo impiegati allo stadio in cui si l'uno che gli altri in oggi si trovano, che qui crediamo opportuno di passare in rassegna i pregi singolari ed i rilevanti vantaggi inerenti ai metodi ed istrumenti suddetti svolgendo l'argomento in una forma più completa e diffusa come conclusione e coronamento al nostro modesto lavoro.

Il tema essendo piuttosto complesso può esso esaminarsi sotto diversi punti, noi ci fermeremo soltanto ai principali e più importanti e per ciò considereremo la convenienza della nuova scuola topografica sull'antica particolarmente:

I. per quanto riflette le *operazioni planimetriche* in genere;
II. per quanto ha tratto alle *operazioni altimetriche;*
III. per ciò che si riferisce agli *strumenti;*
IV. in ordine alla *speditezza* ed *al costo dei rilevamenti;*
V. sotto al riguardo dell'*esattezza delle operazioni.*

I. *Convenienza della moderna Topografia nelle operazioni planimetriche.*

Per quanto riguarda la parte *planimetrica* di un determinato rilevamento topografico è fuori d'ogni contestazione l'attitudine speciale che ad una tale operazione presentano ed offrono il nuovo metodo ed i nuovi istrumenti ad esso relativi.

Questa specifica attitudine rifulge sopratutto qualora si tratti di un rilevamento di vasta estensione ed in luoghi alpestri.

Addurremo un solo esempio fra i tanti che ci sarebbe dato poter citare.

Noi abbiamo seguito le operazioni di rilievo per uno studio di una importante linea ferroviaria che doveva svolgersi in una regione montuosa, studio eseguito in base alle pratiche e sistemi inerenti all'antica topografia, e dal parallelo tra quello fatto e quello che invece potea diversamente e più in breve ed utilmente farsi, trasparirà in modo luminoso quanto il moderno metodo di rilevamento sia da posporsi allo antico.

Eccone in breve il procedimento campale.

Una *prima* squadra di operatori munita di un teodolite aveva l'incombenza di determinare colla maggior possibile precisione una *poligonale* su cui appoggiare i rilevamenti di dettaglio (questa poligonale, che a noi consti, non era alla sua volta appoggiata a nessuna *linea di base*, ad alcun punto *trigonometrico*); seguiva poscia una *seconda* squadra incaricata di *picchettare, misurare* la poligonale anzidetta e mercè un livello a visuale fissa adempiere l'*operazione altimetrica* battendo i singoli picchetti di base ed intermedi; indi una *terza* squadra eseguiva, col sussidio di due triplometri, le *sezioni trasversali* che si estendevano a destra ed a sinistra della linea di base di 20, 30 e più metri a seconda dei casi; finalmente una *quarta* ed ultima squadra di operatori munita di una *tavoletta pretoriana* veniva in coda alle altre sopraenumerate per il *rilievo planimetrico* della poligonale e di una ristretta zona di terreno a destra ed a sinistra della poligonale anzidetta.

A parte la rilevante spesa ai riflessi dello impiego di un così numeroso personale (circa 20 individui), il complesso del lavoro non poteva dirsi *sine labe* sia ai riguardi delle operazioni campali atteso ai molteplici e diversi istrumenti impiegati, ad essere le diverse squadre obbligate le une alle altre ed a non poche altre circostanze di non minore rilievo, sia poi ai riguardi delle operazioni di tavolo giacchè la mancanza di sufficiente controlleria ne-

gli istrumenti impiegati e nelle singole operazioni di rilevamento obbligava necessariamente, e ben soventi, a laboriosi raffronti e ricerche per mettere di accordo risultati tra loro discrepanti dovuti ad istrumenti diversi a differenti operatori gli uni indipendenti dagli altri.

Ora, dopo quanto abbiamo esposto in ordine ai nuovi sistemi ed istrumenti egli è evidente anche ai meno pratici di simili operazioni che il succennato rilevamento avrebbesi potuto eseguire in base ai medesimi con un solo istrumento (un tacheometro) ed una sola squadra di operatori composta come è indicato al paragrafo 260.

Infatti, fissata la zona di terreno nella quale operare e ricader deve il tracciato della linea stradale, o del canale od altro, stabiliti i *punti* così detti *obbligati* (mercè una carta corografica se esiste o col mezzo di un barometro aneroide, istrumento a tutti notorio) si sarebbero determinati gli *orientamenti* sui quali appoggiare una serie di *poligonali* o *camminamenti*, e contemporaneamente si sarebbe proceduto collo stesso istrumento, che servì alle operazioni di base, al rilevamento della vasta zona di terreno abbracciata dal cannocchiale distanziometrico battendo tutti quei punti atti a darci una idea esatta della forma ed accidentalità del terreno, ed il tutto con un solo istrumento, con un metodo costantemente uniforme, continuamente controllato in ogni singola operazione, con una facilità e speditezza eccezionale, girando le falde delle montagne, valicando corsi d'acqua senza incontrare quegli ostacoli che inceppano ad ogni piè sospinto le analoghe operazioni eseguite colle viete pratiche di rilievo, le quali obbligano a lunghi e noiosi ripieghi, e non di rado ad arrecar riflessibili danni alle proprietà cadenti nella zona di operazione.

E i lavori di tavolo? Tutto essendo stato previamente verificato, essi procedono con una correntezza inaudita, colla massima sicurezza, mai un pentimento, rare le perdite di tempo per quelle controllorie, raffronti e discrepanze che spesso occorrono cogli altri sistemi eseguiti da diversi operatori e ciascheduno con metodi ed istrumenti diversi.

Non basterebbero parecchie pagine se, anche solo in via sommaria, noi volessimo accennare a tutti gl'importanti e svariati lavori d'ogni genere eseguiti in base alla nuova scuola topografica la cui applicazione è oramai un fatto compiuto.

Ed a ciò riteniamo ci dispensi oltrechè il suesposto, il cenno

dato nella *Introduzione* a questo studio dei rilevamenti a scopo catastale eseguiti coi più splendidi risultati nel compartimento modonese in base ai nuovi sistemi, ed a quelli analoghi che si sono intrapresi e si estenderano fra breve in tutto il Regno come l'esempio il più recente e luminoso di una pratica applicazione della moderna topografia.

Ma se dalla grande maggioranza dei pratici delle discipline tecniche in parola si ammette già che trattandosi di vasti rilevamenti e di operazioni di rilievo in luoghi alpestri e sensibilmente accidentali sono oramai da proscriversi i sistemi antichi, da taluni però si obbietta ancora che i nuovi istrumenti ed i nuovi metodi non si prestano con eguale vantaggio a tutti indistintamente i lavori topografici, e specialmente operando in un terreno pianeggiante, di limitata estensione, ed in quelli proprii dell'agrimensore. È questa una delle tante obbiezioni che si son poste avanti per combattere il sistema celerimetrico, obbiezione che non regge dinanzi all'evidenza dei fatti. Non v'ha dubbio che il nuovo metodo di rilievo escogitato dal Porro ha campo di svolgere ed esplicare tutta la sua specifica potenza ed attitudine nei rilevamenti eseguiti in luoghi montuosi ed accidentati, ma anche in pianura, convenientemente usato, presenta gli stessi rilevanti vantaggi, non uno escluso, ed anche qui potremmo citare pregevoli e rilevanti lavori eseguiti nelle vaste pianure lombarde ed emiliane, lavori che si potrebbero addurre a modello di chi ama operare con speditezza e precisione, potremmo citare come a noi consti che in talune regioni del regno anche i geometri ed i periti agrimensori si sono gia indotti ad impiegare i nuovi istrumenti, a seguire i nuovi procedimenti, e come di buon grado si siano acconciati agli uni ed agli altri vista l'esattezza a cui conducono con poca spesa ed in breve tempo.

Ciò premesso veniamo ora a prendere in disamina i vantaggi più salienti che presenta il metodo generale di rilevamento da noi propugnato ossia al *sistema delle poligonazioni* su cui vengano basati i rilievi, ed agli istrumenti che nelle medesime vengono impiegati, pregi e vantaggi che noi possiamo riepilogare come segue:

a) Si ottengono dei risultati la cui esattezza può venire *a priori* stabilita dall'operatore o fissata dal committente del lavoro;

b) Abbiam già detto che per talune operazioni planimetriche, specie quelle che hanno per oggetto la formazione delle mappe catastali sulle quali col tempo si ricostituirà, come su base tetragona,

il *catasto probatorio*, si devono assolutamente proscrivere quei metodi di rilevamento che non presentano la preziosa qualità delle *comprovazioni e compensazioni*.

Or bene, col mezzo degli *orientamenti*, siano questi oppur no coordinati a punti trigonometrici, abbiamo il mezzo di *comprovare* l'esattezza dei singoli *camminamenti* che ai medesimi si appoggiano ed all'uopo *compensarli* in guisa di essere sicuri sulla precisa determinazione di tutti i vertici delle poligonazioni che servono di ossatura ai rilievi ed evitare nel modo il più semplice e razionale il pericolo della propagazione ed ingrandimento degli errori.

c) Le *coordinate polari* di ciascun punto di dettaglio sono indipendenti da quelle relative a tutti i punti che lo circondano e rilevati dalla stessa stazione, e quindi ammesso pure un errore in uno dei particolari non influirà menomamente sugli altri.

Inoltre per tutti questi punti speciali che si trovano in generale sempre a distanza inferiore di 200 metri, basta una misura angolare contenuta entro $^1/_{20}$ di grado centesimale, da ciò una speditezza tale nel rilievo dei medesimi per chi abbia acquisito un po' di pratica nella lettura alla stadia, che l'agente addetto al registro occorre sia ben esperto ne' suoi incombenti per seguire l'operatore nella registrazione e verifica dei dati che quest'ultimo va mano a mano rilevando e dettando.

d) Il metodo di misurare gli angoli riferendo i lati comprendenti gli angoli stessi ad una *direzione fissa* è quello che meglio si presta non dando luogo ad equivoci, permettendo verifiche, e fornendo poi per ogni punto quel sistema di coordinate polari facilmente trasformabili nelle corrispondenti ortogonali che forma la base della moderna topografia;

e) Le coordinate polari od ortogonali di ciascun punto permettono di passare alla rappresentazione grafica della forma ed accidentalità del terreno a cui questi appartengono colla maggior possibile speditezza e precisione;

f) Nel trasporto o cambiamento successivo delle stazioni non occorre attenersi ad una trasmissione scrupolosa dell'orientamento del diametro 0^g— 200^g (0° — 180°) del circolo azimutale, ma soltanto approssimativo allo scopo di evitare un'inversione del detto cerchio che potrebbe dar luogo ad errori materiali. Se all'istrumento non è unito un declinatore, si potrebbe usarne uno comune a mano.

g) *L'eccentricità* del cannocchiale, qualora si usi di un cleps

o di un comune teodolite eccentrico, non deve poi preoccupare in modo alcuno l'operatore stantechè lo scopo per cui si fanno le *visuali reciproche* non è per nulla turbato dell'eccentricità suddetta; in altri termini la trasmissione dell'orientamento si fa perfettamente come nel caso di un tacheometro ordinario a cannocchiale concentrico, giacchè il piccolo errore che si commette collimando alla stazione *avanti* si compensa colla visuale reciproca da questa stazione all'altra *indietro* immediatamente abbandonata.

b) Il sistema di rilevamento in parola essendo unico e costante per tutte indistintamente le operazioni topografiche a qualunque ordine appartengono, ed al medesimo andando unito pure un solo istrumento, facile riesce apprendere il meccanismo del primo ed il maneggio del secondo, sì l'uno che l'altro d'altronde semplicissimo.

II. *Convenienza della moderna topografia nelle ordinarie operazioni altimetriche.*

Ma se in generale oramai si conviene che per la parte planimetrica, e date certe condizioni e circostanze, il nuovo sistema di rilevamento offre vantaggi senza pari e quindi è da preferirsi indubbiamente ai metodi antichi, taluni però lo proscrivono affatto per ciò che si riferisce ai rilevamenti altimetrici.

Ci si permetta in proposito poche parole, giacchè in merito alla Celerimensura sussistono ancora i più erronei pregiudizii messi avanti da coloro che forse non la conoscono che di nome.

Supponiamo di dovere eseguire una livellazione di una vasta estensione di terreno molto accidentato — e si debba effettuare cogli ordinarii *livelli*. Ognuno sa come sia faticosa e lunga la operazione; stazioni frequenti, scomode, giri viziosi per superare ostacoli, come siepi, muri, rampe, argini, canali, torrenti, e poi arrivati al termine della livellazione quale garanzia abbiamo che la medesima è stata eseguita esattamente, che non si son commessi errori? Non ci resta altro mezzo che di rifare presso a poco la strada già percorsa ed eseguire una seconda livellazione di ritorno ed in senso inverso, obbligati a superare le stesse difficoltà, gli stessi ostacoli di prima onde vedere se la differenza di livello fra i punti estremi trovata nella operazione di *andata* è eguale o pressochè identica a quella trovata nell'operazione di *ritorno*, ossia fare quelle che in linguaggio ordinario si dice una *livellazione di chiusura*.

Ma anche tale procedimento è esso rigorosamente esatto? No di certo; per legge di probabilità gli stessi errori di cui per

avventura era affetta la livellazione di *andata*, si possono essere ripetuti in senso inverso (ossia di segno contrario) nell'operazione di *ritorno* ed il risultato finale quantunque trovato identico può essere tuttavia fallace.

Alle volte invece di una *livellazione di chiusura* fatta retrocedendo sulla linea livellata prima, si suole eseguire l'operazione da due squadre distinte e munite entrambe di livello, squadre che procedono conservando una determinata distanza l'una dall'altra, e la seconda non fa che controllare la livellazione eseguita dalla prima; ma anche questo non è un sistema esatto, giacchè riscontrando delle differenze in taluni punti della linea livellata non si sa a quali delle due squadre si debbano attribuire, quali delle due abbia errato.

Insistiamo su tale proposito, giacchè abbiamo sentito dalla bocca di distinti ingegneri non essere possibile eseguire livellazioni esatte cogli istrumenti e metodi proprii della Celerimensura come invece si hanno colla *livellazione ordinaria* e proscrivono senz'altro la *livellazione trigonometrica* quando devono eseguire rilevamenti altimetrici di qualche importanza come lo studio per la bonifica di un dato terreno palustre, il progetto di un canale di irrigazione od altro lavoro idraulico importante.

È questo, ripetiamo, uno dei tanti pregiudizii invalsi al riguardo dei nuovi metodi, nato o dal non conoscerli che di nome, o dal avere operato male, o da un sentimento di opposizione a tutto ciò che esce fuori dagli antichi sistemi.

Determinando le *quote* dei diversi punti del terreno da rilevarsi con tale sistema si ha il grande vantaggio di poter sempre controllare le operazioni — senza bisogno di ritornare sul cammino percorso. Stazione per stazione è permesso comprovare le livellazioni eseguite, naturalmente per i punti principali e sui quali appunto si fa stazione coll'istrumento, e che costituiscono altrettanti *capisaldi*.

Potremmo citare una serie di carte eidypsometriche, di quotazioni di vaste estensioni di terreni eseguite da distinti ingegneri in base al sistema della Celerimensura, e con risultati splendidissimi, lavori che non temiamo di dire che sarebbe stato pressochè impossibile o almeno difficilissimo l'eseguire coi metodi antichi; ma per brevità, ci accontenteremo di accennare a quel poco che noi stessi abbiamo potuto ottenere su tale proposito.

Nello studio di un tracciato di ferrovia abbastanza esteso,

si dovette in seguito apportare una variante al primitivo progetto; ebbene, in un percorso di parecchi chilometri, nel punto di riattacco del nuovo col primo tracciato si trovò la stessa identica quota stabilita precedentemente. Dippiù eseguito il tracciato definitivo e rifatta la livellazione coi metodi ordinari, livellazione eseguita colla massima scrupolosità, si riprodusse talmente il primitivo profilo di studio da poterlo per così dire a quello sovrapporre, anzi se in taluni brevissimi tratti, in qualche attraversamento si riscontrò qualche differenza, il primo servì per far rilevare e constatare che nei calcoli numerici del secondo era stato commesso un errore che diversamente forse non si sarebbe constatato che all'atto della materiale esecuzione dei lavori.

In base allo esempio pratico addotto nel Capitolo III Parte V di questo trattato abbiamo già veduto come, cogli istrumenti e metodi proprii della moderna scuola topografica, stante la proprietà che essi presentano di fornire anche per la parte altimetrica comprovate e compensate le relative operazioni ed i conseguenti risultati, si possono nelle livellazioni trigonometriche ottenere eccellenti risultati, purchè non si trascurino le necessarie cautele ed attenzioni, si usino tutte quelle diligenze che non sono sempre osservate da tutti gli operatori e si abbia sopratutto presente di non eccedere certi limiti nè nelle distanze, nè nell' inclinazione dell' asse ottico del cannocchiale.

Non neghiamo che cogli ordinarii livelli a visuale obbligata si possa ottenere in taluni casi una più scrupolosa esattezza, ma in compenso, grazie alle verifiche o controllerie che somministrano gl' istrumenti moderni ed il nuovo metodo di rilevamento, si può sempre sapere e contare pria di procedere oltre, sulla precisione delle *quote altimetricke* entro quei limiti ragionevoli di tolleranza che comporta il lavoro, limiti che dipendono poi in gran parte dalla maggior o minor cura dell' operatore e dall'abilità del medesimo.

Se poi, il che avviene del resto raramente, occorresse una livellazione così detta di *precisione* se da una parte non eccepiamo si possa ricorrere a *speciali livelli a visuale obbligata*, d'altra parte egli è indubitato che potendosi applicare agli istrumenti tacheometrici una *livella cilindrica* (di cui son sempre provvisti) di grande sensibilità, noi li trasformeremo in istrumenti livellatori per eccellenza ed abbandonando allora la parte *planimetrica* per attenersi alla sola *altimetrica* e dedicando a questa tutte o le maggiori cure

ed attenzioni, potremo ottenere indubbiamente quella precisione più raffinata che ordinariamente non abbiamo essendo invece una operazione (l'altimetrica) secondaria o meglio accessoria che, come si disse già, scaturisce per sè stessa dal rilevamento planimetrico.

Ma una tale scrupolosa esattezza nei risultati di una data quotazione di terreno è essa poi sempre o nel più dei casi necessaria, indispensabile?

Noi non esitiamo menomamente a rispondere in modo negativo per le seguenti ragioni.

L'esattezza colla quale taluni diligenti osservatori pretendono *chiudere* con una differenza di pochi millimetri una livellazione di parecchi chilometri, la riteniamo più illusoria che reale — e se per taluni brevi tratti di livellazione si potrà anche ottenere una tale estrema precisione — non lo ammettiamo quando quella si estende per un percorso molto lungo in causa specialmente dell'indole delicata degli ordinarii livelli a visuale obbligata, e per una moltiplicità di altre ragioni che per brevità ommettiamo. E poi anche indipendentemente dalla possibilità o no di ottenere risultati così meravigliosi in un percorso di molti chilometri, tale estrema precisione non è punto in molti casi praticamente necessaria, pel semplice motivo che la livellazione dovendo servire per la esecuzione di un dato lavoro non sarà mai possibile allo esecutore materiale di dare il lavoro preciso entro limiti così ristretti. Dal suesposto non si deve inferire che non essendo possibile, a nostro avviso, di ottenere risultati di una precisione così grande, si debbano quindi trascurare nelle livellazioni tutte quelle attenzioni e diligenze che hanno per iscopo di raggiungerla; — tutt'altro, raccomandiamo anzi di avere sempre presente un tale obbiettivo anche persuasi di non raggiungerlo mai, giacchè operando diversamente gli errori di cui sarà sempre affetta una livellazione, come qualunque operazione fisica, riuscirebbero indubbiamente molto maggiori. Per non essere dunque fraintesi il nostro concetto è il seguente:

— Che malgrado tutte le attenzioni e l'abilità dell'operatore, anche le ordinarie livellazioni non andranno mai esenti da sensibili errori;

— Che colla livellazione *trigonometrica,* quantunque in generale meno esatta forse di quella *ordinaria,* si ha nei risultati tutta quella esattezza che ragionevolmente basta perchè il lavoro o progetto a cui si riferisce si possa praticamente eseguire con tutta quella precisione che comporta l'indole stessa del lavoro;

— Che non v'ha quindi, in generale, alcuna ragione imperiosa di preferirne la livellazione *ordinaria* a quella trigonometrica, e che per conseguenza l'ingegnere può senza alcun scrupolo attenersi alla seconda col riflessibile vantaggio che la Celerimensura gliela offre, per così dire, *gratuitamente*, giacchè nasce contemporaneamente al rilevamento planimetrico che deve quasi sempre precedere una data livellazione.

III. *Supremazia dei tacheometri sugli ordinarii istrumenti topografici.*

Quantunque col nuovo metodo di rilevamento si possa adoperare un qualsiasi istrumento purchè del tipo *teodolite* (e questo munito di un cannocchiale-stadia-anallatico), non v'ha dubbio però che al *tacheometro* in genere ed al *cleps* in ispecie va data la preferenza per i pregi singolari e pei singolari vantaggi che essi presentano al confronto della congerie degli ordinarii e comuni istrumenti topografici che in sostanza non sono che infelici mutilazioni dello antico teodolite.

Non evocheremo di nuovo l'opinione autorevole delle persone le più competenti sull'argomento; è oramai convinzione generale che pei rilevamenti in genere, e sopratutto per quelli di vasta estensione o relativi a località alpestri od accidentate, il *tacheometro* è l'istrumento il più conveniente e da prescegliersi in confronto a qualsiasi altro. Una recentissima prova, un esempio luminoso lo abbiamo nei rilevamenti testè compiuti nel compartimento modenese nei quali si sono impiegati esclusivamente tacheometri inglesi ed italiani.

I principali pregi inerenti a questi istrumenti si possono in breve riassumere come segue:

a) — La *facilità* grandissima di leggere ai cerchi verticale ed orizzontale stante il sistema di graduazione centesimale sostituito a quello sessagesimale;

b) — La possibilità di *verificare* in modi facili, molteplici e svariati tutte le misure sia angolari che di distanza durante le operazioni stesse di campagna, e quindi la sicurezza che tutto procede esattamente sia nel senso planimetrico che altimetrico;

c) — La *semplicità* e *facilità* del maneggio e delle letture dello istrumento, la possibilità delle continue verifiche di cui è suscettibile, fanno sì che dopo pochi giorni di esercizio l'ingegnere può affidarlo ad un ajutante riservando per sè, come già si disse altrove, la parte direttiva del lavoro;

d) — La *graduazione centesimale* dei cerchi oltre al prestarsi ad una più facile lettura presenta l'altro rilevante vantaggio di semplificare in modo riflessibile i calcoli numerici. Chi ha avuto campo di dover far uso di ambedue le gradazioni può solo apprezzare quanto la seconda richieda più tempo ed attenzione. Le calcolazioni relative alle due *poligonali* di cui ai n.i 293 e 346 ce ne forniscono un esempio;

e) — Negl'Istituti tecnici in genere si continua a svolgere minutamente la teoria fra gli altri dei seguenti istrumenti topografici: del *livello ad acqua,* del *livello a pendolo,* di moltiformi *livelli a bolla d'aria;* degli *squadri agrimensorii: semplice, graduato, con cannocchiale;* dei *grafometri con alidade a traguardi o con cannocchiale;* della *bussola topografica;* della *tavoletta pretoriana;* degli svariati *strumenti a riflessione* come *squadri, goniometri, goniografi, bussole, livelli, clisimetri, eclimetri* e *diastimetri;* dei speciali *clisimetri, ed eclimetri a pendolo, a traguardi, a cannocchiale;* del *pantografo;* del *micrografo;* del *sestante grafico,* ecc. ecc.

Ora, a parte che molti degl'istrumenti sopra elencati non sono, ripetiamo, che aborti o irrazionali mutilazioni del *teodilite,* che non pochi di essi non vengono mai usati dal geometra o quanto meno molto raramente, che altri hanno il grave difetto di essere esclusivamente istrumenti grafici, a parte diciamo tutto ciò non si comprende invero, per chi ha un po' di pratica in simile materia, come si possa perdurare ancora nello insegnare le norme teoriche e pratiche relative a tutta la congerie d'istrumenti sino a jeri escogitata, quando in oggi si ha già un tipo unico il più semplice ed il più logico che tutti li abbraccia, li compendia e li sintetizza!

Se dobbiamo pigliar norma dal cammino sin' oggi fatto è ovvio però l'arguire che fra non molto tutta o quasi tutta la serie degl'istrumenti proprii dell'antica topografia verrà messa a meritato riposo, verrà confinata nei gabinetti annessi alle scuole ed agli istituti tecnici per servire tutto al più alla storia della topografia, e scomparirà dal campo pratico perchè eclissata e sostituita da un solo istrumento il *tacheometro,* come tutti gli antichi sistemi di pesi e misure consuetudinarii presso molte nazioni sono in parte scomparsi ed in parte vanno già mano mano scomparendo davanti alla semplicità e razionalità del *metro* e suoi derivati.

f) — Seguendo le nuove pratiche di rilevamento, quali istrumenti necessariamente abbisognano al moderno geometra per le ordinarie operazioni topografiche?

Lo sappiamo già, questi sono:

— Un *tacheometro,* ed

— Una *stadia.*

Come istrumenti puramente sussidiarii possiamo aggiungere: un pajo di *triplometri,* una *fetuccia metrica,* e raramente un *barometro aneroide* istrumento questo oramai a tutti notorio, e questi per i lavori di campagna; per quelli di gabinetto e come istrumenti ausiliari, citeremo un *rapportatore grafico con nonio,* le *scale logaritmiche centesimali del Porro.*

g) Fra tutti i *tacheometri* che si possono usare nelle operazioni di rilevamento non v' ha dubbio, che il *cleps* è quello che tiene il primo rango e consiglieremo sempre i geometri ad usare un tale istrumento a preferenza di qualunque altro congenere.

Al Cap. V. della Parte IV. abbiamo studiato in tutti i suoi particolari questo speciale e prezioso istrumento ed accennato ai pregi principali inerenti al medesimo. È qui appunto il luogo di riassumerli brevemente onde far risultare l'eccellenza di un tale istrumento sui tacheometri in genere ed a *fortiori* sulla congerie di quelli appartenenti alla antica topografia e quindi la convenienza di quelli su questi, convenienza di cui appunto ora ci occupiamo.

Le qualità rare ed esimie di questo ingegnoso istrumento dovuto all' alta mente del Porro e rese più preclare dal Salmoiraghi, che con intelletto d' amore ne raccolse la preziosa eredità, si riassumono in una razionale distribuzione e proporzione di tutte le sue parti, nella semplicità delle medesime non disgiunte dalla necessaria solidità, nella finitezza del lavoro, nella facilità del maneggio del medesimo, nella determinazione la più esatta e semplice possibile delle misure angolari e delle distanze, nella ingegnosa e sicura facilità di avere tali misure in modi diversi e in modi diversi pure di poterle controllare, nel riunire insomma tutte le prerogative più essenziali degli antichi istrumenti topografici e presentandone di nuove affatto di cui le principali procureremo ora di specificare nel modo più sintetico possibile.

— I *cerchi* verticale ed orizzontale a graduazione centesimale, si prestano ad una lettura più facile e quindi più rapida.

Ad onta dell'estrema loro piccolezza (n.° 237) la graduazione trovasi eseguita con una meravigliosa esattezza.*

* La divisione in *4000 parti* della periferia di un cerchietto del diametro di soli *64 millimetri* si ottiene mercè una macchina speciale inventata dal Porro ed animata da un motore elettrico, la quale costituisce un'altra prova del potente ingegno meccanico dell' insigne geometra.

I medesimi essendo poi racchiusi pressochè ermeticamente entro una scatola metallica riescono in tal guisa sottratti all'influenza dannosa degli agenti atmosferici, non richiedono di essere frequentemente puliti come necessariamente abbisogna per quelli dei tacheometri e conservano più a lungo la nitidezza delle loro divisioni.

— La sostituzione degl'*indici microscopici* (n.° 303-307) agli ordinarii *vernieri* fu una delle tante felici innovazioni portate dal Porro al comune teodolite, giacchè coi fili micrometrici eseguendosi le letture ai cerchi suddetti nella stessa guisa che si pratica leggendo alla *stadia* (n.° 338) le misure angolari si apprezzano più prontamente e con maggior sicurezza, vantaggi dovuti anche in gran parte alla divisione centesimale dei cerchi stessi.

— In quanto alla precisione delle misure angolari basterebbe accennare che col *cleps* piccolo modello, ed usato anche correntemente, si possono ottenere risultati il cui medio scarto dal valore vero sia contenuto entro il *centesimo* di grado (32″,4). Coi *cleps* di medio e grande modello si hanno naturalmente risultamenti molto più raffinati, non raggiunti, o almeno non superati certo, anche dai migliori tacheometri italiani e stranieri.

Una prova chiarissima della precisione che si può raggiungere anche nelle ordinarie operazioni topografiche, ossia in quelle che non richiedono una estrema diligenza, la si ha ancora nel rilevamento del poligono (119-121-123-126-127-129-131) del n.° 293 eseguito, si può dire, correntemente mercè un *cleps* grande modello. Infatti, nella chiusura del poligono anzidetto non abbiamo trovato che l'esigua e sempre trascurabile differenza di 0,007 (2″,27) differenza che per ripartirla sugli angoli fu necessità di tener conto anche dei millesimi di grado il che non occorre mai, e che si fece al solo scopo di rendere in tutta la sua materialità il processo da seguirsi nel calcolo di una poligonazione.

— Il *cannocchiale* a forte ingrandimento ed a vasto campo, la sublime idea dell'*anallatismo centrale*, l'*oculare argo*, i speciali e diversi *rapporti diastimometrici* in correlazione alla *unità* assunta nella graduazione della *stadia*, e quindi la facilità di avere nelle letture di questa contemporaneamente *comprovati* e *compensati* gli elementi che somministrano la *distanza*, e quelli pure che servono alla determinazione delle *quote altimetriche*, costituiscono altrettante caratteristiche innovazioni ed altrettante preclare prerogative, mercè le quali fu possibile superare tutte le molte e gravi difficoltà che sembravano

rendere pressochè impossibile la risoluzione del problema della *misurazione indiretta delle distanze*, e superarle in guisa da rendere tale determinazione più spedita, facile, sicura ed esatta di quella che puossi ritenere cogli ordinarii mezzi topografici, come del resto risulta provato dai dati di fatti riportati nelle tabelle da pag. 361 a pag. 383.

Sollevando poi in tal modo il geometra moderno dalle noie e dai penosi artifizii spesso fatali e lunghi che accompagnano le misurazioni dirette eseguite cogli antichi apparati topografici rese senza dubbio all'operatore uno dei più segnalati servizii.

— La *livelletta sferica* ci somministra il mezzo di determinare la verticalità dell'asse dell' istrumento e quindi la orizzontalità del cerchio azimutale colla massima speditezza.

— La *livelletta cilindrica* di una maggiore sensibilità della precedente, oltre di servire più opportunemente agli scopi anzidetti serve, applicata al cannocchiale, a trasformare il *cleps* in un eccellente istrumento livellatore. L'esempio addotto al § 288 ce ne somministra una prova irrefragabile.

— I *movimenti*, sia *liberi* che *micrometrici* di cui son dotati specialmente i cleps medio e grande modello, concorrono a rendere le *misure angolari* entro quei limiti di precisione raffinata a cui si è più sopra accennato.

— Il *declinatore magnetico* annesso ai cleps quantunque apparecchio di una secondaria importanza, tuttavia praticamente presenta vantaggi che l'operatore sa convenientemente apprezzare.

— L'*eccentricità del cannocchiale* che rese non pochi ingegneri restii ad adottare l'uso di questo istrumento, abbiamo già detto e provato come non inceppi per nulla le operazioni di rilevamento stante il metodo indicato pel rilievo delle poligonali; anzi nel più dei casi costituisce un pregio, giacchè obbliga a quelle operazioni a cui necessariamente si deve pure ricorrere anche cogli *istrumenti concentrici* quando si vogliono eliminare i residuali piccoli errori istrumentali.

Se si conviene che nelle operazioni di tracciamento può tornare più comodo un istrumento concetrico, abbiamo però dimostrato come egualmente si possa in esse procedere con un istrumento a cannocchiale eccentrico.

In complesso il *cleps-ciclo* inventato dal professore Ignazio Porro, e come venne di poi perfezionato con intelletto d'amore dal suo discepolo ing. Angelo Salmoiraghi (facendo anche tesoro

delle osservazioni e degli studi di una plejade d'insigni ingegneri che col lungo uso di questo istrumento ebbero il mezzo di rilevarne ed apprezzarne non solo i pregi insigni, ma anco i difetti che accompagnavano il primo tipo del *teodolite olometrico* escogitato dalla mente dell'insigne Geometra), costituisce in oggi l'*istrumento universale topografico* il più pratico ed il più perfetto.

IV. *Convenienza della moderna topografia al riflesso della speditezza e minor costo dei rilevamenti.*

Avendo già veduto con quale estrema facilità e speditezza si eseguiscono le letture alla stadia e con quanta maravigliosa precisione si determinino le distanze, avendo già dimostrato come da una data stazione si possano rilevare indirettamente, tutti i punti cadenti nell'orizzonte compreso dal campo o potenza del cannocchiale senza riguardo alcuno a tutti gli ostacoli sui quali la vista può sorvolare, che i punti stessi vengono contemporaneamente rilevati tanto nel senso planimetrico che altimetrico, egli è evidentissimo anche ai meno esperti che a pari condizione di esattezza e di tutto altro relativo a queste speciali operazioni, coi moderni metodi di rilevamento tali operazioni si debbono eseguire con una celerità inaudita e quindi senza confronto maggiore di quella che si richiede cogli antichi procedimenti.

In terreni mediocremente accidentati con *una sola squadra* di operatori, composta come venne indicata al n.° 260, si possono in media eseguire 8 stazioni, in media pure di 200 metri distanti l'una dall'altra, e quindi rilevare giornalmente in tutti i singoli e più importanti particolari e tanto *planimetricamente* che *altimetricamente* una zona di terreno lunga metri 1600 e larga in media 400 metri, ossia una superficie di 64 *ettari* di terreno.

Qualora si trattasse di un semplice rilievo per *studi di massima*, in questo caso la superficie di terreno che in un giorno può essere rilevata anche in luoghi alpestri è riflessibilmente maggiore, e quantunque non si possa in tal caso stabilirsi una media attendibile, questa però si può asserire che è tale da non poter essere raggiunta con qualsiasi altro dei metodi antichi.

Se si pone mente che nelle operazioni di rilevamento le spese maggiori vengono assorbite da quelle di campagna, sarà facile arguire come il costo complessivo di questi lavori debba riuscire sensibilmente minore coi nuovi che cogli antichi procedimenti topografici.

V. *Convenienza dei nuovi sugli antichi metodi di rilevamento ai riguardi della maggiore esattezza che i medesimi somministrano.*

In tutte indistintamente le operazioni eseguite in base alla moderna scuola topografica abbiamo già detto, ed anche provato, che non si ammettono *errori* nel senso volgare della parola. Son tanti e sì svariati i modi di *verificare*, di *comprovare* i singoli elementi dedotti dalle osservazioni e i singoli risultati, che se *errore* fu commesso non potrà mantenersi celato, o prima o poi, o presto o tardi, dovrà scoprirsi e quindi eliminarsi.

Naturalmente i valori forniti dall'osservazione saranno o dovranno considerarsi sempre come affetti da *errori*, ma con tale parola noi intendiamo accennare esclusivamente a quella *quantità di cui il valore osservato si scosta dal valore vero per influenza di cause impossibili ad evitarsi.*

Come alla *verifica* o *comprovazione* così del pari alla *compensazione* dei singoli risultati si presta la nuova scienza topografica in base ai metodi più razionali.

Atteso l'indole elementare di questo trattato nella *compensazione* delle *poligonazioni* non abbiamo seguito il metodo dei minimi quadrati esteso dal celebre Gauss (e poscia da altri fra i quali ci limitiamo a citare lo Schiavoni, il Dadi, il Ferreno, ecc.), anche alla geodesia e di cui abbiamo dato una pallida idea al Capitolo IX della Parte V, ma nella combinazione delle osservazioni ci siamo, come conveniva al caso nostro, attenuti al più semplice metodo delle *medie aritmetiche* come, per ricordare altro esempio, abbiamo veduto applicato ai risultati dedotti alle letture alla stadia, giacchè su tale proposito lo stesso Gauss così si esprime:

« On a coutûme de regarder come un axiome l'hypothèse « que si une quantité a été obtenue par plusieures observations « immediates, faites avec le même soin dans des circonstances sem- « blables, la moyenne arithmétique des valeurs observées sera la « valeur la plus probable de cette quantité, si non en toute ri- « gueur du moins avec une grande approximation, de telle sorte « que le plus sûr soit toujours de s'y arrêter. »

E qui cade in acconcio di far osservare allo studioso che se in tutte le operazioni che verranno a lui affidate non dovrà mai trascurare quelle cure e diligenze che sempre alle medesime devono andar congiunte e tutte quelle verifiche e rettifiche che l'indole dei nuovi istrumenti e metodi in gran copia somministrano e permettono, non deve però di converso spingere la esat-

tezza sino alla esagerazione, giacchè se in oggi, stante appunto i perfezionamenti arrecati agli istrumenti ed ai sistemi di rilevamento non si ammettono più le larghe tolleranze concesse per lo passato, non si considerano però nè pratici, nè serii gli affetti dalla monomania del *millimetrismo* (come così esprimevasi il Porro) di che sono invasi alcuni ingegneri.

Si vuole oggidì, ripetiamo, che metodi ed istrumenti diano quel grado di esattezza che comporta l'indole del lavoro che si deve eseguire, che questo grado lo si possa stabilire *a priori* e comprovare in seguito che è stato raggiunto e rispettato, ma non mai sprechi di tempo e di cure al di là del bisogno.

Da quanto adunque abbiamo particolareggiatamente esposto in proposito a suo luogo ed ora alla meglio riepilogato crediamo risulti pure incontestato che i nuovi metodi di rilevamento opportunamente applicati conducono a risultati la cui approssimazione è di gran lunga superiore a quella che puossi con maggior tempo e fatica ottenersi con altri sistemi.

Conchiudendo sulla supremazia e convenienza della *moderna topografica* possiamo asserire che essa si raccomanda altamente al moderno geometra perchè costituisce un metodo di rilevamento semplice, uniforme, razionale, essenzialmente numerico, adatto a qualsiasi operazione cadente nel vasto campo della Geometria pratica, come l'ultimo portato del progresso fatto nelle scienze positive ed il più consentaneo allo spirito dei tempi; perchè il tipo dello strumento in esso impiegato, e quale in oggi ci viene fornito da quell'officina che meritamente porta il titolo di *Filotecnica* e sì alto seppe mantenere lo splendore delle sue tradizioni, è uno strumento che in sè racchiude tutte le migliori prerogative di quelli congeneri che lo precedettero ed è il solo atto a realizzare il vasto e sublime concetto a cui s'informa la moderna scuola ideata e propugnata dal suo inventore e che a ragione venne qualificata una *gloria italiana*.

---

372. *Riassunto e spiegazione delle annotazioni algebriche usate* in questo trattato.

$>$ maggiore.

$<$ minore.

$=$ eguale.
$+$ più (o positivo).
$-$ meno (o negativo).
$\times$ moltiplicato per.

$\frac{a}{b}$ oppure $a:b$, a divisa b.

$\sqrt{\ }$ radice.
log. logaritmo.
log. aum.: logaritmo aumentato.
C. log. complemento aritmetico del logaritmo.

Σ (*sigma* maiusc.) significa *somma*, e si prende per più quantità che si seguono secondo un ordine prestabilito ponendo la prima come *esponente*, la seconda come *indice* alla lettera suddetta così:

$$\sum_D^A X = X^A + X^B + X^C + X^D$$

$$\sum_9^1 Y = Y^1 + Y^3 + Y^5 + Y^7 + Y^9$$

$$X = \sum_{13}^{21} x = x^{13} + x^{15} + x^{17} + x^{19} + x^{21}.$$

r = *Raggio vettore.* (§ 66).

D = *distanza assoluta* fra il punto osservato ed il centro dello istrumento, ossia il *raggio vettore* r, assunto come *polo* il centro suddetto, (§ 66).

Instrumentalmente

I, II $\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\}$ a, b quantità lette sulla mira ed i fili diastimo-
III, IV $\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\}$ a_1, b_1 metrici.

$S=$ numero delle unità di stadia comprese dall'angolo diastimometrico (§ 191) e quindi:

$S = a - b$ per un'osservazione a due soli fili diastimometrici (§ 196).

$S = (a-b) + (a_1 - b_1) = \sum_{a_1-b_1}^{a-b}$ per un'osservazione a quattro fili diastimometrici (§ 222 comma *g*); oppure:

$S = (\text{I-III}) + (\text{II-IV}) = \sum_{\text{II-IV}}^{\text{I-III}}$ (§ 242, micrometro *A* fig. 109).

$S = \sum_{\text{IV-VIII}}^{\text{IV-VIII}}$ per un'osservazione a quattro fili diastimometrici (§ 242, micrometro *B* fig. 109).

Atteso il rapporto diastimetrico ed alla unità della stadia si ha in generale

$$S = D$$

φ (fi minusc.) *distanza zenitale* od *apozenit* osservato di un punto (§ 119, fig. 20).

Φ (fi maiusc.) *apozenit vero* di un punto (§ 314).

θ (*teta* minusc.) *angolo azimutale* od *azimut* osservato di un punto (§ 119).

Θ (*teta* maiusc.) *azimut vero* di un punto (§ 314).

ω (*omega* minusc.) angolo costante *diastimometrico* del cannocchiale stadia anallatico (§ 191).

α (*alfa* minusc.) angolo di elevazione o di depressione all'orizzonte (§ 346).

$\left.\begin{matrix} S, \varphi, \theta \\ \text{oppure } S, \alpha, \theta \end{matrix}\right\}$ chiamansi collettivamente *numeri generatori.*

K distanza orizzontale fra i piedi delle verticali di due punti, e più comunemente la distanza orizzontale fra le due verticali passanti rispettivamente pel centro dello istrumento ed il punto osservato, ossia la *proiezione orizzontale di S* (o del raggio vettore *r*). (§ 121).

$K = S \overline{\text{sen}}^{2} \varphi$ (§ 195) oppure:

$K = S \overline{\cos}^{2} \alpha$ (§ 195).

h altezza verticale fra il punto in cui la linea di collimazione del cannocchiale incontra la stadia e quello del terreno sul quale poggia la stadia stessa, altezza che suolsi anche chiamare *mediana* (§ 201).

H altezza verticale del punto in cui la linea di collimazione del cannocchiale incontra la stadia sul piano orizzontale passante per l'asse di rotazione del cannocchiale stesso (§ 201).

z *altezza verticale* di un punto osservato sul piano di traccia anzidetto passante sul centro dello strumento (§ 200).

$$z = H - h.$$

Teoricamente poi: (§ 123)

$$z = K \operatorname{cotang} \varphi$$

ed essendo per costruzione dello istrumento

$$K = S \overline{\text{sen}}^{2} \varphi$$

si ha:

$$z = S \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi.$$

Se in luogo dell'anomalia φ si ha l'altra α allora (§ 202)

$$z = S \operatorname{sen} . \alpha \cos . \alpha.$$

I Altezza dello istrumento ossia l'altezza verticale del piano di traccia OO' sul punto di stazione dello istrumento (fig. 74).

δ (*delta* minusc.) anteposto ad una quantità significa *piccola differenza dal vero*, così:

$$\varphi + \delta\varphi = \Phi.$$

Δ (*delta* maiusc.) significa differenza

$$\Delta_b^a \theta = \theta_a - \theta_b.$$

Colle quantità ausiliarie I, h, H e z si ottiene la *differenza di livello* fra due punti, che in generale sono quelli di stazione ed un altro osservato dalla stazione stessa, differenza o quantità che suolsi indicare con p, che significa *quota parziale* o semplicemente *parziale* del punto osservato (§ 203).

Z *Quota assoluta* di un punto sul *livello del mare*, si ha:

$$Z = C \pm p.$$

$C =$ *quantità costante* ossia quota assoluta di un determinato punto scelto ad arbitrio sugli assi o piani coordinati ortogonali di origine delle misure ed a cui vengono appunto riferite le quote altimetriche di tutti i punti del rilevamento.

Formule fondamentali.

Teoricamente.

$r = D$
θ } *coordinate polari* di un punto (§ 119, 121)
φ

quando il raggio vettore è inclinato al piano di traccia la coordinata rettilinea ridotta all'orizzonte è data da:

$$K = r \operatorname{sen} . \varphi \quad (\S\ 123).$$

Istrumentalmente poi si ha (§ 195)

$$K = S \overline{\operatorname{sen}}^2 \varphi \text{ e per } \varphi = 100^{gr},\ K = S$$

per cui le dette coordinate polari sono:

$$S, \text{ oppure } K = S \overline{\operatorname{sen}}^2 \varphi,\ \theta \text{ e } \varphi.$$

X (longide) ordinata orizzontale
Y (latide) arcissa
Z (altide) ordinata verticale
} *coordinate ortogonali generali o cardinali* di un punto (§ 123)

x = *ordinata orizzontale*
y = *ascissa*
z = *ordinata verticale*
} *coordinate ortogonali ausiliari o locali* di un punto (§ 124).

Teoricamente (§ 123) si ha:

$$k = r \operatorname{sen} \varphi$$
$$x = k \operatorname{sen} \theta$$
$$y = k \cos \theta$$
$$z = k \operatorname{cotang} \varphi.$$

Siccome poi il raggio vettore r, ossia la distanza assoluta D fra due punti che si cerca, si rileva alla stadia, e si ha in generale direttamente dalla lettura alla stadia che abbiamo indicato con S, quindi istrumentalmente le suddette formule si cangiano nelle altre:

$$x = S \operatorname{sen} \theta$$
$$y = S \cos \theta$$
$$z = 0$$

quando l'asse di collimazione del cannocchiale è orizzontale; quando invece il detto asse è inclinato alla verticale, siccome in questo caso

$$k = S \overline{\operatorname{sen}}^2 \varphi$$

così si hanno le altre (§ 199):

$$x = S \overline{\operatorname{sen}}^2 \varphi \operatorname{sen} \theta$$
$$y = S \overline{\operatorname{sen}}^2 \varphi \cos \theta$$
$$z = S \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi.$$

Quando invece della distanza zenitale si ha l'angolo α di elevazione o di depressione all'orizzonte, siccome in quest'ultimo caso

$$k = S \overline{\cos}^2 \alpha$$

si hanno le altre formule equivalenti:

$$x = S \overline{\cos}^2 \alpha \operatorname{sen} \theta$$
$$y = S \overline{\cos}^2 \alpha \cos \theta$$
$$z = S \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha.$$

I segni o, ′ , ″ posti come esponenti ad una cifra arabica indicano rispettivamente *gradi, minuti* e *secondi sessagesimali* (§ 53).

Invece la lettera *g* posta come esponente ad un numero esprime *gradi centesimali;* i *primi* ed i *secondi* seguono il detto numero senza segno alcuno giacchè non sono rispettivamente che *centesimi* e *diecimillesimi* di grado (§ 55).

FINE

INDICE ALFABETICO.

A

Abbozzo. (V. Eidotipo.)

Aberazioni cromatiche o *di rifrangibilità,* pag. 121.

Aberazioni di figura o *di sfericità,* ivi.

Ago magnetico, 152.

Alidada, 249.

Algebra, da 13 a 28.

Allineamenti, 105.

Altezza verticale H, 202, 203, 753.

Altezza verticale (z); 753.

Altimetria, 79.

Altide, 87.

Altitudine, 86.

Anallatismo, 183, 747.

Angoli d'incidenza e di rifrazione, 108, 113.

Angoli di elevazione e di depressione all'orizzonte, 679, 753.

Angoli (misurazione degli), 130; e da 451 a 458.

Angoli di direzione e di posizione, 464.

Angoli (metodo moderno di misurare gli), da 152 a 159.

Angoli (metodi della *ripetizione* e della *reiterazione* nella misura degli), 139, 143.

Angolo al centro, 31.

Angolo verticale o zenitale φ o distanza zenitale, 90, 91, 537, 538.

Angolo orizzontale od azimutale θ, pagine 90, 91, 753.

Angolo visuale, 104.

Angolo diastimometrico (o micrometrico: ω), 177, 190, 256, 258, 259, 311, 312, 315, 321, 326, 752, 753.

Angolo di declinazione, 213.

Angolo di eccentricità, 146.

Angolo (riduzione dal centro di stazione al punto trigonometrico), da 463 a 477.

Anomalie, 49 a 90.

Aplanatica (lente), 121 a 254.

Apozenit. (V. Angolo zenitale.)

Arco direttore (di una livella a bolla d'aria), 164.

Area di un appezzamento di terreno (metodi di calcolazione dell'), 683, 684.

Area di un triangolo, 684, 685.

Area di un quadrilatero, 685, 686.

Aree espresse in funzione delle coordinate polari, da 686 a 689.

Aree in coordinate ortogonali, da 689 a 691.

Aree valutate con mezzi meccanici, da 691 a 705.

Aritmetica, da 2 12.

Ascensione retta di un astro, 533.

Ascissa, 43.

Asse di base o fondamentale, pag. 44.
Assi coordinati ortogonali, 42, 43.
Assi coordinati ortogonali topografici, 87, 88, 125, 126.
Assi di collimazione, ottico e meccanico (di un cannocchiale), 127.
Assi principale e secondario (di una lente), 111.
Assi principali (di un istrumento tacheometrico), 131, 132.
Assistente, 386.
Azimut: θ, 91.
Azimut del diametro $0^g - 200^g$ del cerchio orizzontale, 398, 498, 592, 726, 739.
Azimut ausiliari, 421.
Azimut approssimato, 213, 214, 215.
Azimut vero (od assoluto di un lato di una poligonale) da 218 a 221; da 495 a 498, 531.
Azimut vero topografico (metodo per la determinazione dell'), da 535 a 537 e da 544 a 554; 753.
Azimut astronomico, 535.

B

Base o parte fissa di un istrumento tacheometrico, 248.
Base dei logaritmi, 22.
Base di appoggio di una livelletta a bolla d'aria, 164, 167.
Base di pendenza, 732.
Base di verificazione, 450, 560, 566.
Base geodetica, 564, 565, 567 (nota).
Base topografica, 348, 450.
Base topografica (misurazione di una), da 555 a 584.
Bessel (regola di), 285, 286, 293.
Bussola topografica (V. Declinatore magnetico.), 152, 745.

C

$C =$ (*quantità costante, ecc.*), 754.
C. log. (complemento aritmetico del logaritmo), 25, 752.
Calcolazione (metodi diversi di), da 601 a 682.
Calcolazione (operazioni di), da pag. 587 a 600.
Camminamenti, 346, da 429 a 436, da 589 a 592, 737, 739.
Campo di un oculare, 254, 312.
Cannocchiale astronomico o kepleriano, da 121 a 128.
Cannocchiale-stadia, da 175 a 180.
Cannocchiale-stadia-anallatico, da 180 a 185, da 253 a 254, da 308 a 309.
Canne metriche, da 171 a 173.
Caratteristica, 24, 604 606.
Caratteristiche proprie dei tacheometri e dei Cleps, 227.
Carte geografiche, 86 e 87.
Catastazione (nuova del Regno), XIX, XXII, XXXVI.
Catena metrica, 171.
Celerimensura, XVIII, XXV, XXVIII, XXX, XXXI, XXXIII, XXXVIII, 10, 50, 51, 65, 71, 740, 741.
Cerchio o circolo, 30.
Cerchi orizzontale e verticale di un teodolite, 129.
Cerchi azimutale e zenitale di un tacheometro, da 249 a 250, 258, 259, 262, 744, 746.
Cerchi azimutale e zenitale del Cleps, 302, 332.
Cerchio orario, 532.
Cleps-ciclo del Porro XVII, XVIII, XXX XXXII, (caratteristiche proprie dei) 227, 734, 744, 746, 748.
Cleps-ciclo del Porro (descrizione del), da 297 a 342.
Cleps-ciclo (verifiche e rettifiche dei), da 334 a 341.
Circoli logaritmici, da 641 a 643.
Clisimetri a pendolo, a traguardi, a cannocchiale, 745.
Collegamento delle stazioni, 346, da 393 a 400, da 401 a 403, da 403 a 414.
Collimazione, 126, asse di collimazione, 127, 128.
Compasso agrimensorio, 171.
Complemento di un angolo, 29.
Complemento di un logaritmo positivo, 25.

Comprovazioni e *compensazioni*, XXXIII, XXXIV, XXXVII, pag. 346, 391, da 396 a 412, da 421 a 428, 680, 681, 682, 739, 750.
Coordinate geografiche, 85.
Coordinate ortogonali, XXXII, 43, 92, da 425 a 427, da 491 a 494, da 592 a 594, 723 a 728.
Coordinate ortogonali ausiliari e definitive, 96, 755.
Coordinate polari, XXXII, 44, 70, 91, 197, 726 a 727, 739, 754.
Coordinate topografiche, 87, 88.
Coseno, 31, 52, 54, 616.
Cotangente, 31, 52, 55.
Cromatismo, 121.

D

D = distanza assoluta fra due punti, 752.
Declinatore magnetico, 152, 213, 250, 261, 262, 276, 748.
Declinazione magnetica, 153, 213, 214.
Declinazione di un astro, 531, 532.
Diastimometro (o distanziometro), 127, 175, 294, 295.
Diastimometro del Cleps (avvertenze ed osservazioni sul), da 308 a 329.
Diastimometro (coefficiente di correzione), 282.
Distanza focale (di una lente), 112, 117, 118, 122, 123.
Distanza zenitale (*od apozenit*) (V. Angolo zenitale.), 752.
Distanze (misurazione diretta delle), da 171 a 173, da 555 a 575, da 578 a 582.
Distanze (misurazione indiretta delle), dal 173 al 193, dal 315 al 329.
Divisione algebrica da 16 a 18.

E

Eccentricità (errore di), da 145 a 151,
Eccentricità (della graduazione di un cerchio), 284, 285.
Eccentricità (*r*), 464;
Eccentricità (di una elissi), pag. 561.
Eccentricità di un cannocchiale, 146, 739, 748.
Eclimetri a pendolo, a traguardi, a riflessione, 745.
Eidotipo, da 353 a 359.
Elissi 77, 78, 560, 561.
Elissoide di rivoluzione, 77, 68, 560.
Equatore (o linea equatoriale), 80.
Equatore celeste, 531.
Equazione, 13.
Equazione della stadia, 183.
Errore, 750.
Errore probabile nella valutazione delle distanze per quanto dipende dalla potenza del diastimometro, 184, 256, 261, 319, 320, 325, 327.
Errore probabile di cui sarà affetta la misura di un angolo col metodo della *ripetizione* e con quello della reiterazione, 141, 144.
Errore medio probabile di parecchie letture eseguite con un micrometro a diversi fili fissi, 306, 307, 332, 333.
Errore di spostamento dello *zero* del cerchio zenitale del Cleps (errore *sistematico*), da 272 a 282.
Errore medio di una misura isolata delle diverse misure di una base, 582.
Errore medio della media aritmetica delle singole misure di una base, 583.
Errori medi relativi riportati all'unità di lunghezza, 583.
Espressione numerica di un rilevamento, XXXIV, XXXVII.
Estrazione della radice quadrata di un numero, da 7 a 9.

F

Fettuccia metrica, 171, 172, 745.
Fili diastimometrici, 752.
Filo a piombo, 79.
Fochi di una lente. (V. Lenti.)
Fochi di un ellissi, 560.
Frazione propria di un nonio. (V. Nonio.)

G

Geoide, pag. 564.
Geodesia, XVIII, XXV, 77.
Geometra, XIX, XXI.
Geometria, XXVIII, 50, 738, 745, 748, 751.
Geometria, 77, elementi di geometria analitica, da 29 a 51.
Goniometro, 129, 130.
Goniometri e goniografi a riflessione, 745.
Gradi (relazione fra i centesimali ed i sessagesimali), 37.
Gradi (relazione fra i sessagesimali ed i centesimali), 39.
Grado terrestre (misurazione diretta di un), da 558 a 560.
Graduazione centesimale, 249, 302, 303. 744, 745, 756.
Graduazione del cerchi (sistema antico e moderno della), da 32 a 37.
Graduazione della stadia, da 178 a 181.
Graduazione sessagesimale 756.
Grafometro, 131, 745.
Grandezza apparente di un oggetto, 104.

H

H = altezza del punto in cui la linea di collimazione del cannocchiale incontra la stadia sul piano di traccia passante per l'asse di rotazione del cannocchiale, 202, 203, 753.

I

Immagini reali e virtuali di una lente. (V. Lenti.)
Indice di rifrazione, 108.
Indice di un cerchio, 129, 130.
Indici fiduciali di una livella a bolla d'aria, 164, 330.
Indici microscopici a fili fissi, 133, da 303 a 308, 332. 747.
Ingrandimento di una lente, da 116 a 118, 126.
Inserviente, 391.
Installazione di un istrumento tacheometrico, pag. 228, 288.
Irridescenza, 110.
Istrumenti (di topografia moderna) da 225 a 342; 744.
Istrumenti a riflessione, 745.
Istrumento univers. topografico, XXXII, 749.

K

K — distanza assoluta ridotta all'orizzonte, ossia la proiezione del raggio vettore (*r*) sul piano di traccia passante per l'asse di rotazione del cannocchiale, 92, 94, 202, 203, 577, 579, 580, 581, 597, 601, 632, 644, 645, 667, 753.

L

Lati di un triangolo topografico (limite di lunghezza dei), da 446 a 449.
Lati di un triangolo topografico (calcolazione dei), da 458 a 461.
Latide, 87.
Latitudine, 86, 533, 544, 547 da 557 a 558.
Latitudine (determinazione della), 557, 558.
Lente acromatica, 121.
Lente (fuochi principali reali, immagine reale di una), 112, 113.
Lente (fuochi principali virtuali, immagine virtuale di una), 114, 118, 119.
Lente (fuochi coniugati di una), 112.
Lente (distanza focale, di una), 112, 117, 118, 122 e 123.
Lenti convergenti e divergenti, 110.
Lettura mediana (o *mediana h*), 201, 256, 257, 261 e 263.
Limite dell'estensione di un rilevamento, 81, 82.
Livellazione topografica o trigonometrica, da 516 a 530, 743, 744.
Livelle a bolla d'aria, 161, 745.
Livelle cilindriche a bolla d'aria, 163, 748.

Livelle sferiche, pag. 161, 162, 169, 329, 330, 331, 748.
Livello ad acqua, 161, 745.
Livello a pendolo, 161, 745.
Livello a riflessione, 745.
Livello apparente (differenza di), 520.
Livello vero (differenza di), 520.
Livello del comune marino, 518.
Livello medio, 518.
Logaritmi, da 19 a 28, da 70 a 73, 752.
Longide, 87.
Longitudine, da 85 a 86, 533 da 556 a 557.
Luce monocromatica, 108.
Luce policromatica, 108.

M

Matissa, 24.
Media aritmetica, 9, 10, 750.
Mediana (*h*), 201, 315, 327, 753.
Meridiana, 213.
Meridiana (metodi diversi per la determinazione della), da 218 a 220.
Meridiano terrestre, 80, idem normale o primo, 85.
Meridiano magnetico, 152.
Metodi della ripetizione e della reiterazione nella misura degli angoli. (V. Angoli.)
Metro (determinazione e lunghezza del), 556 e da 562 a 564.
Mezzi od istrumenti che abbisognano al moderno geometra, XX, 37, 98.
Mezzi per individuare *direzioni* e piani, 104.
Mezzi rifrangenti, 108.
Micrografo, 845.
Micrometro, 118, 124, 195, 295, 310.
Micrometro od oculare *A* (lettura normale), 311.
Micrometro od oculare *B* (lettura intermedia), 311.
Micrometro od oculare *C* (lettura centrale), 311.
Microscopio, 118.
Misurazione degli angoli. (V. Angoli.)
Misurazione diretta delle distanze, da pag. 171 a 173.
Misurazione indiretta delle distanze, XXXII, XXXIII, 173, da 254 a 258, 261, 263, 748.
Movimenti generali e particolari di un teodolite, 130, 132.
Movimenti liberi e micrometrici di un istrumento tacheometrico, 748.

N

Nonio (approssimazione del), da 136 a 137.
Nonio (frazione propria del), 136.
Nonio (o verniero), 133, 135, 747.
Norme pratiche sull'uso del Tacheometro. (V. Tacheometro.)
Norme pratiche sull'impiego del Cleps. (V. Cleps.)
Numeri generatori, 226, 753.

O

Obiettivo aplanatico, 254.
Obiettivo, 122, 250, 254.
Obiettivo Ramsden.
Oculare, 122, 253, 254.
Oculare aplanatico, 254, 309.
Oculare multiplo od Argo, da 312 a 315, 747.
Oculare ortoscopico, 254.
Operazioni altimetriche, 740.
Operazioni di rilievo, XX, da 349 a 392.
Operazioni di tavolo, XX, Parte VI.
Operazioni planimetriche, 736.
Ordinata orizzontale, 43.
Ordinata verticale, 46.
Ordinate verticali (od altidi di vertici di una rete trigonometrica), da 516 a 530.
Origine delle coordinate, 43, 46.
Orizzonti apparente e vero, 83, 519.
Orientamenti (poligonazioni principali, o rette di base), 346, 421, da 4299 a 436, da 589 a 591, da 657 a 666, 737.
Osservatore, 385.

P

Paline, pag. 101, 105.
Pantografo, 745.
Paralleli, 80.
Piano a curve orizzontali o piano eidipsometrico, 722.
Piano di paragone o di livello o piano geodetico fondamentale, 83.
Piano di proiezione, 79, 80, 88.
Piani grafici, da 721 a 733.
Piani quotati, 722.
Piani orizzontali e verticali, 83, 128.
Piani d'origine delle misure topografiche, 85.
Piastrina dei fili (reticolo), 124.
Picchetti, 101.
Picchetti di base (ordine e metodo da seguirsi nell'osservazione dei), 351, e da 387 a 390.
Pilastrini (per fissare un punto od uno scopo), 103.
Planimetro polare (descrizione del), da 692 a 694; (uso del), da 694 a 701; (approssimazione del), da 701 a 704; (avvertenze pratiche sull'impiego del), da 704 a 705.
Poligonazioni centrali, 427, 428.
Poligonazioni (o camminamenti) in catena, da 419 a 425, 589, 737, 745.
Poligonazioni in anello o chiuso, 427.
Poligonazioni (vantaggi del sistema delle), 738 a 740.
Poligono convesso, 29.
Polo, 44.
Porta-stadia, 391.
Potenza, 6, 18.
Pothenot (metodo per la determinazione di un punto mercè altri tre di nota posizione), da 478 a 490, 496.
Prisma, 109.
Problema proposto al moderno Geometra, 97.
Procedimenti radiometrico e radiotomico, 352.
Proporzioni aritmetica e geometrica, 9, 10.
Prova del 9 per la moltiplica e la divisione, pag. 3.
Puntata (o collimazione), 126.
Punti (di stazione), 350.
Punti di rilievo o di dettaglio (numerazione e verificazione dei medesimi), 350, 351, 392.
Punti trigonometrici (scelta, stabilimento e conservazione dei), 346, da 439 a 444.
Punti rilevati radiotomicamente (operazioni di calcolo), da 594 a 600.
Punto (sua determinazione sul terreno), 101.
Punto anallatico, 153.

Q

Quote altimetriche (Z), da 203 a 212, 681, 682, 742, 747.

R

Radice quadrata di un numero (estrazione della), 6, 18.
Raggi luminosi (visuali), 104.
Raggio di curvatura di una livella, 164.
Raggio incidente e rifratto, 108.
Raggio medio della terra, 81.
Raggio vettore (r), 46, 752.
Rapportatore grafico semplice, 716.
Rapportatore grafico con nonio, da 716 a 719, (uso del) da 719 a 721, 746.
Rapporti diastimometrici, (V. Angolo diastimometrico.), 747, 752.
Rapporto diastimometrico, 242, 256, 258, 261, 263, 317, 321, 326.
Rappresentazione grafica dei rilievi, XX, da 706 a 733 739.
Regoli logaritmici, 643, 644.
Rete trigonometrica. (V. Triangolazione topografica.)
Reticolo, 124, 175.
Retificazione di una livelletta a bolla d'aria, 165.
Ricognizione del terreno, 349.
Riduzione di una base all'orizzonte, 575.
Riduzione della base alla superficie di livello a cui vengono riferiti i ver-

tici della triangolazione, 576, pagina 577.
Rifrazione, 108.
Rifrazione atmosferica (errore proveniente dalla), 519 e da 538 a 544.
Rilevamenti topografici (generalità sui), da 345 a 348.
Rilevamenti appoggiati a punti trigonometrici, da 496 a 502.
Rilevamenti catastali, XIX, XXXVI, XXXVII, XXXVIII, XXXIX, 439,
Rilevamento di una poligonale, 155.
Rilevamento (metodi diversi di), 352. 446, 491.
Rilievo dei particolari, 353, 390, 391.

S

Scale (approssimazione delle), da 713 a 715.
Scale grafiche, 601, 701, 707.
Scale di proporzione, 706 (diverse specie di), 708.
Scale di proporzione espresse con una frazione avente l'unità per numeratore, da 707, 708
Scale di proporzione espresse con una frazione il cui numeratore non è l'unità, 710.
Scale di proporzione espresse sotto forma concreta, da 710, 711, 712.
Scale logaritmiche centesimali del Porro, da 603 a 631, uso delle medesime, da 632 a 641, 746.
Scale ticoniche, 715.
Schiacciamento terrestre, 78, 561.
Scopo, 102.
Segnali, 391, 392.
Semi-assi di un ellissi, 561.
Sensibilità di una livella a bolla d'aria, 169.
Sestante grafico, 743.
Sole (diametro apparente del), 537.
Somma (Σ), 752.
Somma algebrica, 14.
Sottrazione algebrica, 15.
Spettro solare, 110.
Squadra di operatori, 350, 736, 749.
Squadri agrimensori semplici, graduati, con cannocchiale, a riflessione, pagina 745.
Stadia, XXVI, XXVII, 175, 176.
Stadia al centimetro, da 189 a 192, 234, 235.
Stadie coll'unità di 2 centimetri, 234, 243 a 245.
Stadie del Porro, 234 da 236 a 242.
Strumenti a riflessione, 745.
Struve (metodo per la misurazione di una piccola base), da 578 a 584
Studio di dettaglio e di massima, 749.
Supplemento di un angolo, 30.

T

Tabelle eidipsometriche, da 359 a 385.
Tacheometria, XVII, XVIII.
Tacheometri, XXX (caratteristiche proprie dei), 227, 744, 746.
Tacheometro (avvertenze e norme pratiche sull'uso del), da 287 a 294; (verifiche e rettifiche del), da 265 a 296.
Tacheometro francese, 263.
Tacheometro grande modello, da 247 a 258; medio modello, da 258 a 259.
Tacheometro inglese, 262.
Tacheometro italiano (Salmoiraghi), 246.
Tacheometro Soldati, 259.
Tangente, 31, 52, 54.
Tavole grafiche, 644, 645.
Tavole logaritmiche centesimali, da 71 a 73, 602.
Tavole logaritmiche sessagesimali, 27, 70, 71.
Tavole numeriche (per calcolare le formule $K=D\overline{\cos}^2\alpha$; $H=D\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\alpha$), da 667 a 677; uso delle medesime, da 678 a 682.
Tavole tacheometriche, da 645 a 656.
Tavoletta pretoriana, 736, 745.
Teodolite (Alt-Azimut), 131, 226, 656, 744, 745.
Teodoliti eccentrici, da 145 a 151.

Teodolite olometrico, XXVIII, pag. 749.
Termine o pilastrino per fissare un punto, da 440 a 442.
Tolleranze nelle operazioni topografiche, XXXI, da 414 a 418, 461, 462.
Topografia, 77.
Topografia moderna, XVIII, XIX, XXXVII.
Trasformazione delle coordinate polari nelle corrispondenti ortogonali, da 66 a 70.
Trasmissione dell'orientamento del diametro 0^g—200^g del cerchio azimutale, 216.
Triangoli di una rete topografica (forma più conveniente da assegnarsi ai), da 444 a 446; (risoluzione dei), da 449 a 450.
Triangolo, 29.
Triangolazione (o rete topografica), XX, 346, 437, 438, da 502 a 516.
Triangolazione geodetica, 347.
Trigonometria, da 52 a 73.
Triplometro, 565, 746.

U

Unità logaritmica, 643.
Unità di lunghezza (metro), 556, da 562 a 564.
Unità di stadia, pag. 189, 234, da 235 a 243, 747.

V

Variazioni delle funzioni goniometriche, 58, 60, 62, 64, 65, 66.
Verificazione e rettificazione dei Tacheometri, norme pratiche relative. (V. Tacheometri.)
Verificazione e rettificazione dei Cleps, norme pratiche relative. (V. Cleps)
Verifica dell'enumerazione dei punti di dettaglio, 392.
Verniero. (V. Nonio.)
Visione distinta (distanza della), 104.
Vista (accomodamento della) 104 (acuità della), 105.
Visuale, 104, visuali reciproche, 740.
Vite micrometrica, 249.

Z

Z = altezza o quota assoluta di un punto sul livello del mare, 754.
Zenit, 90.

ERRATA-CORRIGE.

Pag.	Linea		
5	ultima	(od anche il *logaritmo*) della potenza 16 — (sulla base 4 n.° 34)	(ed anche il *logaritmo* della potenza 16 sulla base 4, n.° 34)
16	6 e 7	(I°) e (IV°) (II° e (III°)	(1°) e (4°) (2° e 3°)
20	3	è il *logaritmo*	2 è il *logaritmo*
21	§ 37	(6) (7) (8) (9) (10) (11)	(7) (8) (9) (10) (11) (12)
24	18	... *tante unità quante sono i zero* ..	... *una caratteristica negativa data dal numero degli zero (aumentato di un' unità)* ...
24	33	0 » »	— 1 » » .....
24	34	— 1 » »	— 2 » » .....
24	35	— 2 » »	— 3 » » .....
42	22	(fig. 6)	(fig. 5)
43	13	(fig. 6)	(fig. 5)
50	3	(fig. 5)	(fig. 4^{bis})
	23	seguirne	seguire
53	9	(paragrafo 63)	(paragrafo 64)
55	§ 81	(fig. 10)	(fig. 9)
58	2	$\theta + \theta' = 100^{o}$	$\theta + \theta' = 100^{g} = 90^{o}$
58	10	fra 0° e 50°	fra 0^{g} e 50^{g}
58	27	paragrafo 76	paragrafo 65
59	1	sul	pel
59	6	fra 0° e 200°	fra 0^{g} e 200^{g}
59	7	riproduzione della 10	riproduzione della 9.
59	20	sen . $\theta' = \frac{x}{r} =$	sen. $\theta' = \frac{x'}{r} =$
60	22	cos. $\theta =$ — cos. θ	cos. $\theta =$ — cos. θ'
60	24	cotang. $\theta =$ — cotang. θ	cotang. $\theta =$ — cotang. θ'
61	ultima	tra 200° e 300°	fra 200^{g} e 300^{g}
62	3	(parag. 66)	(parag. 65)
62	14	perchè	purchè
64	5	paragrafo 66	paragrafo 65
71	20	*sessuagesimali*	*sessagesimali*
79	5	costituendo	costruendo.
85	§ 113	fig. 19. $PCM = \varphi$	fig. 19. $MCe = \varphi$
90	11	(fig. 21)	(fig. 20)
91	6	angolo dietro	angolo diedro
91	8	0π	$O\pi$

Pag.	Linea		
92	17	$0\,\pi$	$O\,\pi$
93	ultima	fig. 14	fig. 13.
97	17	della fig. 22,	della fig. 21,
108	18	fig. 26	fig. 25
111	7	rappresentata	rappresentate
111	26	superficie piana	superficie curva.
114	16	servirsi	servirci
123	2	o la cui	e la cui
149	19	$\alpha - \beta = E$	$\alpha - \beta = \varepsilon$
149	20	$E = \frac{E(D' - D)}{D\,D}$	$E = \frac{E(D' - D)}{D\,D'}$
150	32	sul centro	pel centro
162	28	paralella	parallelo
179	18	interotto	intercetto
191	27	n° 193	n.° 194.
205	14	$\varphi < 100^g$	$\varphi > 100^g$
206	15	$Z = H = h$	$Z = H - h$
211	23	$\varphi < 100^g$ ed $m < H$	$\varphi < 100^g$ ed $h < H$
259	12	osservazioni	operazioni
259	28	circolo azimutale	cerchio verticale
267	29	(fig. 102)	(fig. 101)
306	5	perchè	purchè
353	14	§ 263	§ 265
353	30	» 264	» 266
359	1	» 265	» 267
359	24	» 266	» 268
408	16	$D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi = 207.10 + 0.00487 = 1^m.01$	$D \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi = 207.10 \times 0{,}00487 = 1^m.01$
408	24	il sunto	il punto
419	1	Quando sul	Quando pel
423	finca 10	24754,75	23754,75
519	27	formule (3) e (4)	formole (10) e (11)
521	23	formula (5)	formula (12)
564	Si sono soppresse le tavole a cui si accenna in questa pagina perchè più estese e complete verranno offerte in speciale monografia sulla Metrologia.		
583	6	$E_1 = \pm \frac{\varepsilon}{I}$	$E_1 = \pm \frac{E}{I}$
594	17	K	H

UNIVERS. DO ESTADO DE SÃO PAULO "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Instituto de Planejamento e Estudos Políticos - Pres. Prudente
BIBLIOTECA
Aquisição Doação - Univ. de Brasília
01/02/87 Cr$ 150,00

